

Условие

Задание 1. Магнитная вязкость

При движении намагниченного шарика внутри металлической трубки (в этом эксперименте – алюминиевой) в стенках трубки возникают токи намагничивания, которые называются токами Фуко. Из-за наличия этих токов, появляется сила торможения, действующая на шарик, которая пропорциональна скорости V движения шарика:

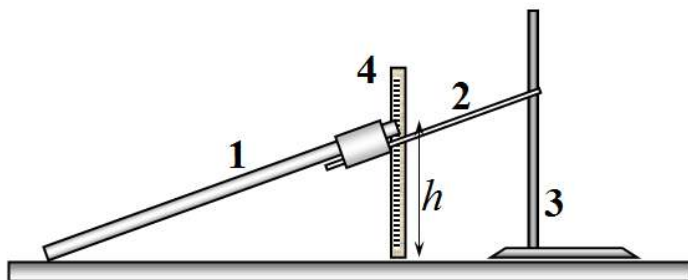
$$\vec{F} = -\beta \vec{V} \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности β в данной формуле зависит от параметров трубки (ее материала и геометрических размеров) и структуры магнитного поля, создаваемого шариком. Часто явление возникновения тормозящей силы называют магнитной вязкостью. В данной задаче Вам необходимо экспериментально исследовать это явление.

Оборудование. Алюминиевая трубка длиной $L = 50,0$ см; набор из одинаковых 5 неодимовых шариков – магнитов; кусочек пластиковой трубки, деревянная линейка, линейка измерительная, штатив, секундомер с памятью этапов, пластиковый стакан.

Установка для проведения измерений очевидна.

К трубке 1 прикреплена деревянная линейка 2, конец которой закреплен в лапке штатива 3. С помощью измерительной линейки 4 можно измерять высоту верхнего края линейки над уровнем стола h . Вторым концом трубки опирается на поверхность стола. Время движения магнитов внутри трубки измеряется с помощью секундомера.



Примечания. 1. Во всех случаях движение шариков внутри трубки считайте равномерным. 2. Все длины измеряйте в сантиметрах. 3. Диапазоны измерения высоты h в каждой части задания выбирайте самостоятельно. 4. Для получения приемлемой точности измерений всегда проводите измерения времен движения несколько раз. 5. Оценка погрешности измерений необходима только в тех пунктах задания, где эта оценка требуется. 6. Для вашего удобства нами подготовлены листы ответов, в которых имеются таблицы для записи результатов измерений и бланки для построения графиков – используйте их в своей работе (и не забудьте их сдать). Оцифровку осей проводите самостоятельно. Заполнять все ячейки не обязательно, самостоятельно определяйте число необходимых измерений. 7. Если требуется использовать некоторые формулы, то их вывод приведите на рабочих листах, в листы ответов занесите только итоговую формулу. Выводы сразу заносите в листы ответов. 8. Формулы для обработки графиков приведите только один раз (при первом их использовании).

Часть 1. Скатывание

В данной части Вам необходимо изучить скатывания одного шарика внутри трубки.

Что бы не искать шарики по всему кабинету под нижний конец трубки положите горизонтально пластиковый стакан, в который должен попадать шарик.

1.1 Приведите формулу, с помощью которой по известной длине трубки и времени скатывания можно рассчитать скорость движения шарика.

1.2 Измерьте зависимость скорости скатывания шарика V от высоты верхнего края линейки h . Постройте график полученной зависимости.

1.3 Для одного из значений (по вашему выбору) высоты h , рассчитайте погрешность измерения скорости движения шарика.

1.4 Укажите, можно ли считать, что формула (1) применима в данном случае. Укажите, можно ли пренебречь силой трения в данном эксперименте. Ответы кратко обоснуйте.

1.5 Используя полученные результаты, определите отношение модуля силы вязкости F_0 при скорости движения $V_0 = 1,0 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ к силе тяжести одного шарика $\frac{F_0}{mg}$ с максимальной точностью. Приведите формулу, по которой Вы провели расчет этой величины.

Часть 2. Соскальзывание двух шариков в трубке.

Поместите два шарика в пластиковую трубочку. Проведите исследование движения трубочки с шариками внутри алюминиевой трубки.

2.1 Измерьте зависимость скорости движения трубочки V от высоты подъема алюминиевой трубки h .

Представьте полученную зависимость в линеаризованном виде

$$Y = aX + b. \quad (2)$$

где Y , X - некоторые функции от результатов измерений h , t . Постарайтесь придумать такую линеаризацию, чтобы по параметрам этой зависимости можно было определить коэффициент трения пластиковой трубочки о стенку алюминиевой трубки.

2.2 Запишите формулы для расчетов переменных Y , X , проведите их расчет, постройте график линеаризованной зависимости.

2.3 Определите по графику значение коэффициента трения μ .

2.4 Проведите максимально точный расчет коэффициента трения μ . Оцените погрешность найденного значения.

Часть 3. Зависимость магнитной силы от числа магнитов.

Установите трубку так, чтобы ее верхний край находился на высоте примерно 30 см. Вам необходимо исследовать зависимость силы магнитной вязкости от числа шариков. Нужное число шариков вставляйте в пластиковую трубку.

3.1 Измерьте зависимость скорости движения трубочки с шариками V от числа шариков n в ней. Постройте график полученной зависимости.

Предположим, что сила магнитной вязкости от числа шариков имеет степенной вид

$$F = \beta_1 n^\gamma V \quad (3)$$

3.2 Используя полученные экспериментальные данные определите показатель степени γ в формуле (3). Хотя бы попытайтесь его угадать.

Решение

Задание 1. Магнитная вязкость (Решение)

Часть 1. Скатывание

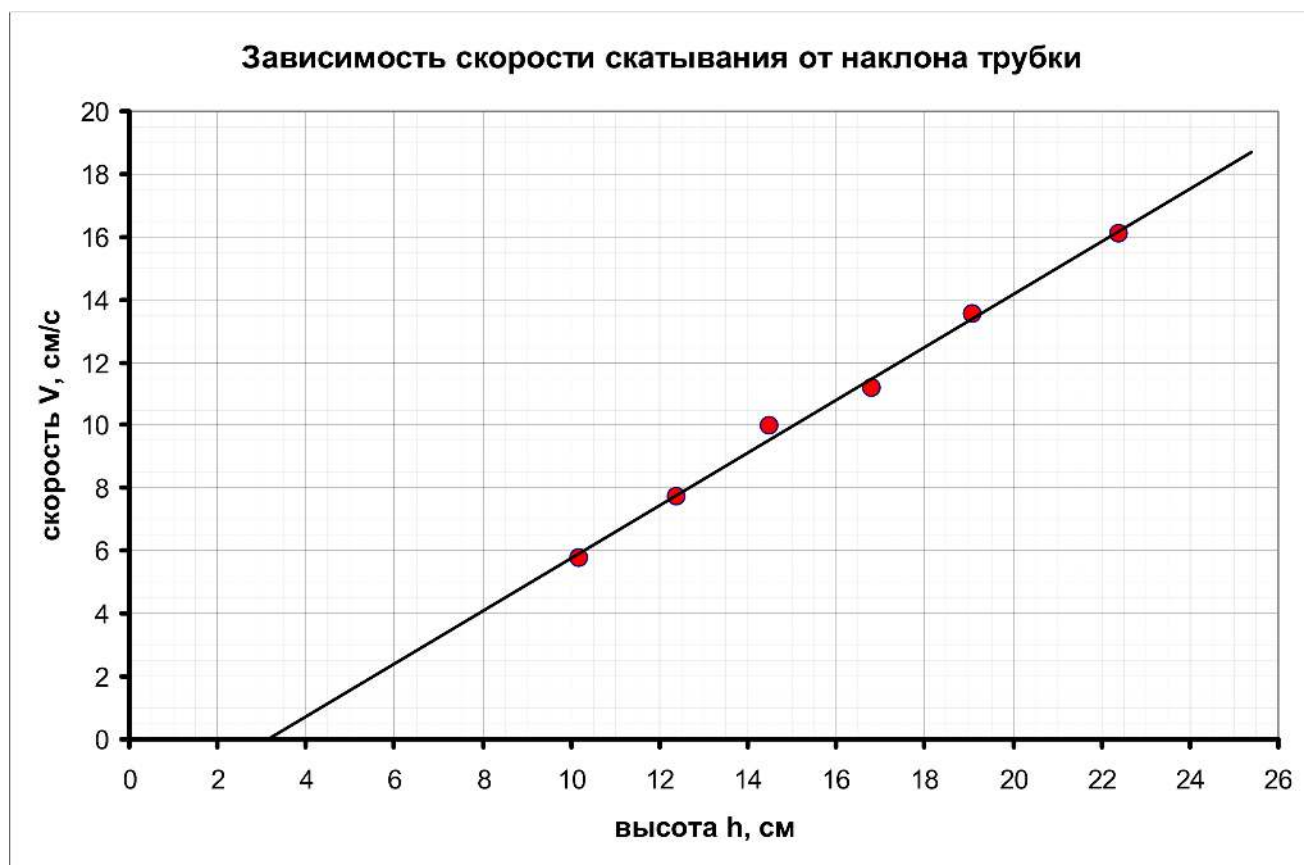
1.1 После недолгих раздумий, можно прийти к выводу, что скорость рассчитывается по формуле

$$V = \frac{L}{t}. \quad (1)$$

1.2 Для выполнения данного пункта необходимо провести измерения времен скатывания шарика при различных значениях высоты h . При каждой высоте необходимо провести несколько измерений, провести их усреднение, по среднему значению рассчитать скорость движения шарика. Результаты измерений и расчетов приведены в Таблице 1 и на графике.

Таблица 1. Скатывание шарика.

Высота h , см	времена скатывания, с						скорость V , см/с
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	среднее	
10,2	8,63	8,70	8,65	8,61	8,62	8,642	5,79
12,4	6,45	6,60	6,47	6,46	6,45	6,486	7,71
14,5	4,97	5,04	5,09	4,92	5,09	5,022	9,96
16,8	4,38	4,64	4,51	4,32	4,48	4,466	11,20
19,1	3,64	3,69	3,77	3,66	3,72	3,696	13,53
22,4	3,08	3,11	3,10	3,12	3,14	3,110	16,08



1.3 Оценим погрешность измерения скорости, например, для $h = 12,4$ см. Измерение времени есть прямое измерение. Поэтому для оценки погрешности следует использовать формулу

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{\sum_k (t - \langle t \rangle)^2}{N(N-1)}}. \quad (2)$$

В данном случае эта величина равна $\Delta t = 0,057$ с, относительная погрешность равна $\varepsilon = 0,9\%$. Относительная погрешность измерения длины трубки $\varepsilon_L = \frac{0,1 \text{ мм}}{500 \text{ мм}} 100\% = 0,02\%$. Что значительно меньше погрешности измерения времени. Поэтому относительная погрешность измерения скорости, следовательно, абсолютная погрешность измерения скорости равна

$$\Delta V = \varepsilon V \approx 0,07 \frac{\text{см}}{\text{с}} \quad (3)$$

1.4 При наличии вязкого трения и при постоянной скорости движения из второго закона движения следует уравнение

$$\beta V = mg \sin \alpha = mg \frac{h}{L}. \quad (4)$$

где α - угол наклона трубки к горизонту. Из этого уравнения следует, что скорость движения V линейно зависит от высоты h . Эксперимент подтверждает эту зависимость. Следовательно, **формула (1) в данном случае применима.**

Однако, полученная прямая не проходит через нуль, что объясняется влиянием силы трения качения. Следовательно **пренебречь трением в данном случае нельзя.**

1.5 Коэффициент наклона полученной зависимости, как следует из уравнения (4), равен

$$K = \frac{mg}{\beta L}. \quad (5)$$

Откуда следует, что

$$\beta = \frac{mg}{KL} \Rightarrow \frac{F_0}{mg} = \frac{V_0}{KL}. \quad (6)$$

По экспериментальным данным коэффициент наклона равен $K = 0,84 \text{ с}^{-1}$. Тогда искомое отношение оказывается равным

$$\frac{F_0}{mg} = \frac{V_0}{KL} = \frac{1,0}{0,84 \cdot 50} = 2,4 \cdot 10^{-2}. \quad (7)$$

Часть 2. Соскальзывание двух шариков в трубке.

2.1 Результаты измерений и расчетов скорости приведены в таблице 2.

Таблица 2. Соскальзывание

Высота h , см	времена скатывания, с						скорость V , см/с
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	среднее	
25,5	5,60	5,78	5,44	5,61	5,74	5,634	8,875
26,7	5,41	5,61	5,48	5,41	5,54	5,490	9,107
29,5	4,02	3,86	3,91	4,05	3,99	3,966	12,607
35,8	2,79	2,58	2,6	2,78	2,69	2,688	18,601
40,2	2,19	2,13	2,29	2,19	2,07	2,174	22,999
44,7	1,84	1,90	1,87	1,84	1,86	1,862	26,853

2.2 Для поиска линеаризации запишем уравнение 2 закона Ньютона для данного случая

$$\beta V = mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha. \quad (8)$$

Заметим, что в данном случае углы наклона считать малыми нельзя. Преобразуем уравнение (8) к виду

$$\frac{V}{\cos \alpha} = \frac{mg}{\beta} (\operatorname{tg} \alpha - \mu). \quad (9)$$

Из этого выражения следует возможная линеаризация:

$$Y = \frac{V}{\cos \alpha}, \quad X = \operatorname{tg} \alpha. \quad (10)$$

Тригонометрические функции угла наклона рассчитываются по очевидным формулам

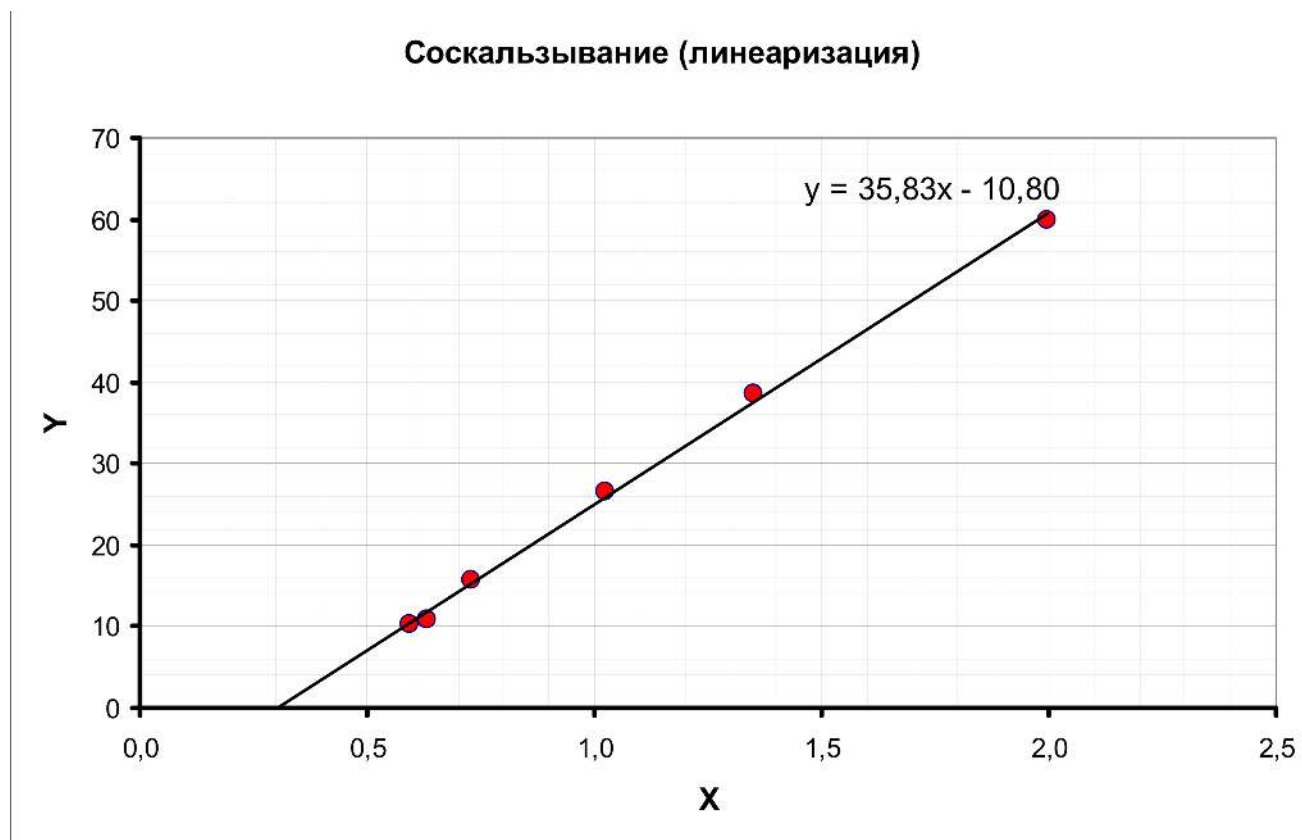
$$\sin \alpha = \frac{h}{L}, \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}. \quad (11)$$

Расчеты этих величин приведены в Таблице 2.

Таблица 3. Линеаризованная зависимость.

h , см	V , см/с	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$X = \operatorname{tg} \alpha$	$Y = \frac{V}{\sin \alpha}$
25,5	8,875	0,510	0,860	0,593	10,3
26,7	9,107	0,534	0,845	0,632	10,8
29,5	12,607	0,590	0,807	0,731	15,6
35,8	18,601	0,716	0,698	1,026	26,6
40,2	22,999	0,804	0,595	1,352	38,7
44,7	26,853	0,894	0,448	1,995	59,9

График этой зависимости приведен ниже.



Соскальзывание (линеаризация)

2.3 На данном графике коэффициент трения есть координата пересечения графика с осью X . Его значение

$$\mu \approx 0,30 \quad (12)$$

2.4 Для максимально точного расчета коэффициента трения следует использовать МНК. Из формулы (9) следует, что коэффициент трения и его погрешность рассчитываются по формулам

$$\mu = -\frac{b}{a}, \quad \Delta\mu = \mu \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2}. \quad (13)$$

где a, b - коэффициенты линеаризованной зависимости. Расчет коэффициентов дает следующие значения

$$a = (36,8 \pm 1,5) \frac{M}{c}, \quad b = -(10,8 \pm 1,7) \frac{M}{c}. \quad (14)$$

Значение коэффициента трения

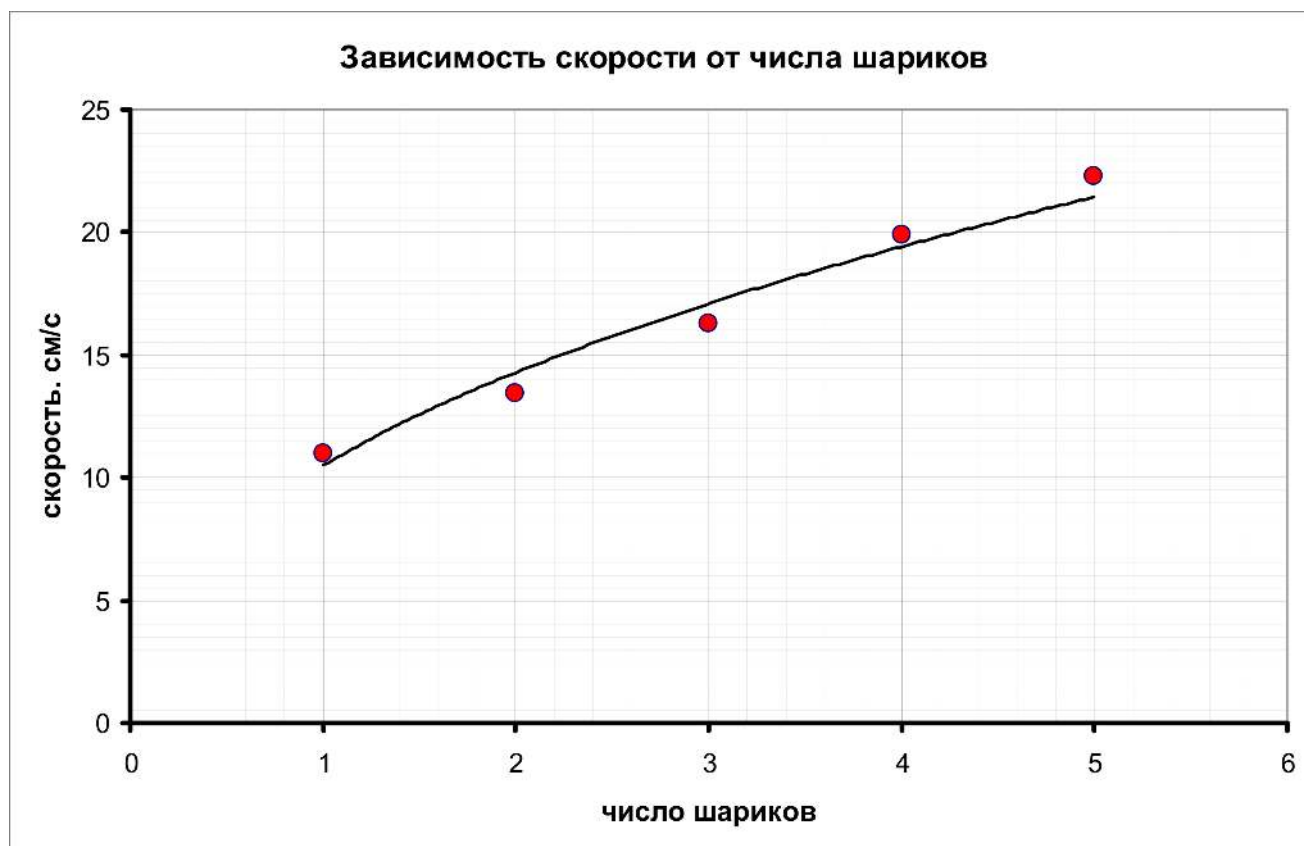
$$\mu = 0,30 \pm 0,05 \quad \varepsilon = 17\% \quad (15)$$

Часть 3. Зависимость магнитной силы от числа магнитов.

3.1 Результаты измерений показаны в Таблице 4, ниже построен график полученной зависимости.

Таблица 4.

n	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	среднее	V, см/с	ln(n)	ln Z
1	4,62	4,54	4,50	4,56	4,50	4,544	11,0	0,000	2,398
2	3,69	3,71	3,74	3,75	3,70	3,718	13,4	0,693	2,599
3	3,08	3,04	3,10	3,04	3,10	3,072	16,3	1,099	2,790
4	2,57	2,55	2,46	2,51	2,48	2,514	19,9	1,386	2,990
5	2,29	2,21	2,27	2,25	2,20	2,244	22,3	1,609	3,104



3.2 В очередной раз запишем уравнение второго закона движения

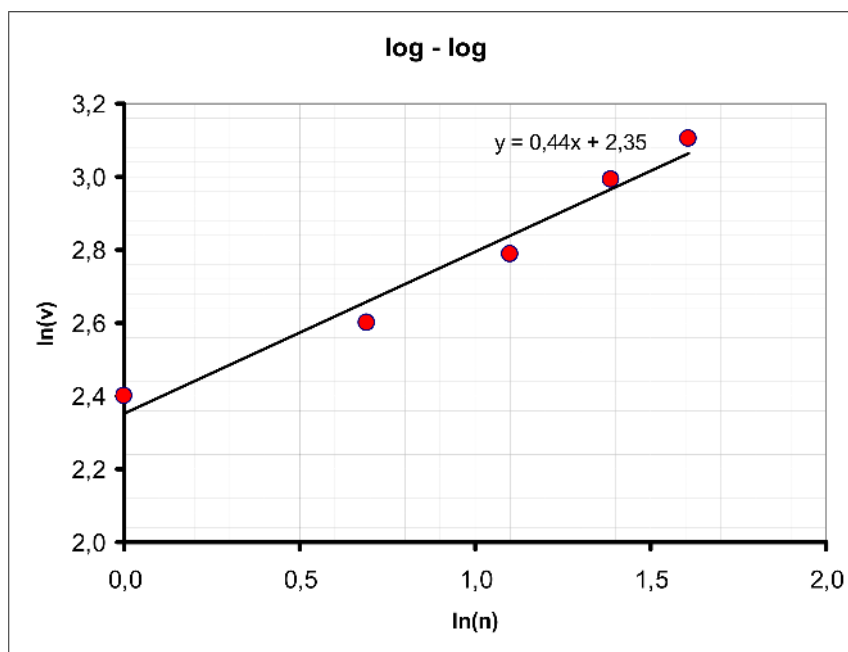
$$\beta n^\gamma V = nmg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha). \quad (16)$$

Из этого уравнения следует, что зависимость скорости от числа шариков имеет вид

$$V = An^{1-\gamma}. \quad (17)$$

По внешнему виду графика можно предположить, что эта зависимость корневая, т.е. $V = A\sqrt{n}$. Тогда в соответствии с формулой (17), следует признать, что

$$\gamma = \frac{1}{2}. \quad (18)$$



Не для всех. Конечно, наиболее точный метод определения показателя степени – построение графика данной зависимости в логарифмическом масштабе

$$\ln V = (1 - \gamma) \ln n + \ln A$$

Коэффициент наклона этого графика равен

$$1 - \gamma = 0,44 \pm 0,09.$$

Или $\gamma = 0,56 \pm 0,09$

Так, что предположение о корневой зависимости оказывается вполне оправданным.