



# Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

## Экспериментальный тур

# Решения задач 9 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



*Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!*

## Задание 1. Зона застоя. (Решение)

### Часть 1. Чисто теоретическая

**1.1** Так как удлинения пружин, когда шайба находится в положении равновесия, равны  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$ . Тогда при смещении шайбы на величину  $x$  удлинения пружин станут равными

$$\begin{aligned} \Delta L_1 &= \Delta l_1 + x \\ \Delta L_2 &= \Delta l_2 - x \end{aligned} \quad (1)$$

Следовательно, суммарная проекция силы упругости будет равна

$$\begin{aligned} F_x &= F_2 - F_1 = k_2(\Delta l_2 - x) - k_1(\Delta l_1 + x) = \\ &= (k_2\Delta l_2 - k_1\Delta l_1) - (k_2 + k_1)x \end{aligned} \quad (2)$$

Первое слагаемое в этом выражении равно нулю, как условие равновесия при  $x = 0$ . Поэтому окончательно получаем, что

$$F_x = -(k_2 + k_1)x. \quad (3)$$

что совпадает с формулой, приведенной в условии.

**1.2** Из формулы (3) следует, что жесткость установки равна

$k = k_2 + k_1.$	(4)
------------------	-----

**1.3** Запишем выражение для изменения потенциальной энергии двух пружин и преобразуем его:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{k_1(\Delta l_1 + x)^2}{2} - \frac{k_1(\Delta l_1)^2}{2} + \frac{k_2(\Delta l_2 - x)^2}{2} - \frac{k_2(\Delta l_2)^2}{2} = \\ &= k_1\Delta l_1 \cdot x + \frac{k_1x^2}{2} - k_2\Delta l_2 \cdot x + \frac{k_2x^2}{2} = \\ &= (k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2)x + \frac{(k_1 + k_2)x^2}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

Первое слагаемое равно опять обращается в нуль (условие равновесия!), поэтому окончательно получаем

$$\Delta U = \frac{(k_1 + k_2)x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}, \quad (6)$$

что и требовалось доказать.

**1.4** На границах зоны застоя (при  $x = \pm h$ ) максимально возможная сила трения покоя уравнивает силу упругости, поэтому

$$\mu mg = kh, \quad (7)$$

откуда следует, что полуширина зоны застоя равна

$$h = \frac{\mu mg}{k} . \quad (8)$$

**1.4** Очевидно, что функция  $x_F(x_S)$  является нечетной: при изменении знака начальной координаты изменяется знак координаты точки остановки. Поэтому достаточно рассмотреть случай  $x_0 > 0$ . Если начальная координата  $x_0$  лежит в зоне застоя  $x_S \in [-h, +h]$ , то шайба не сдвинется с места, поэтому в этой области

$$x_F = x_S \quad (9)$$

Рассмотрим случай, когда  $x_S > h$ .

Запишем уравнения закона сохранения энергии между начальным и конечным положением шайбы (изменение потенциальной энергии пружины равно работе силы трения):

$$\frac{kx_S^2}{2} - \frac{kx_F^2}{2} = \mu mg(x_0 - x_S). \quad (10)$$

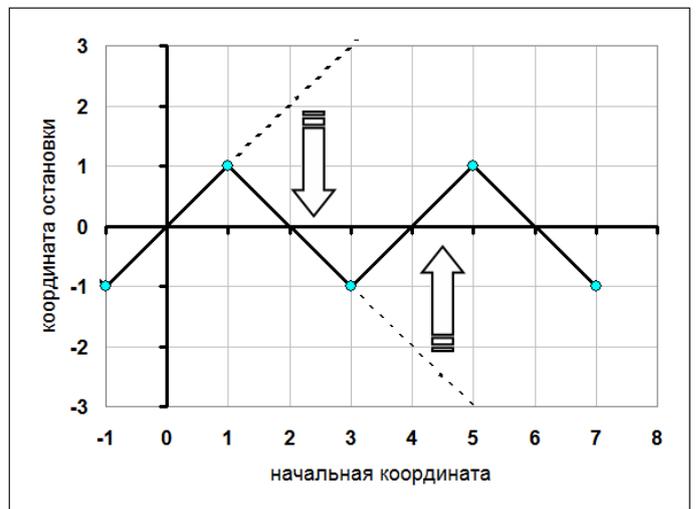
Из этого уравнения следует, что

$$x_F = 2 \frac{\mu mg}{k} - x_S = 2h - x_S. \quad (11)$$

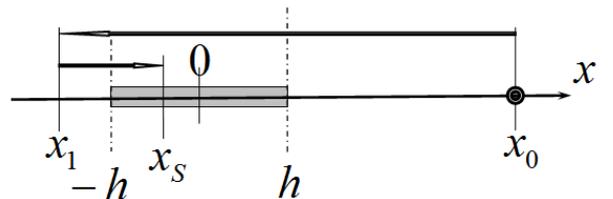
Т.е. отклонение от положения равновесия уменьшается на ширину зоны застоя  $2h$ . Это соотношение можно записать в виде

$$x_S - h = h - x_F. \quad (12)$$

Это выражение показывает, что точка остановки зеркально отражает начальную точку относительно границы зоны застоя. Поэтому при построении графика можно провести такое же отражение!

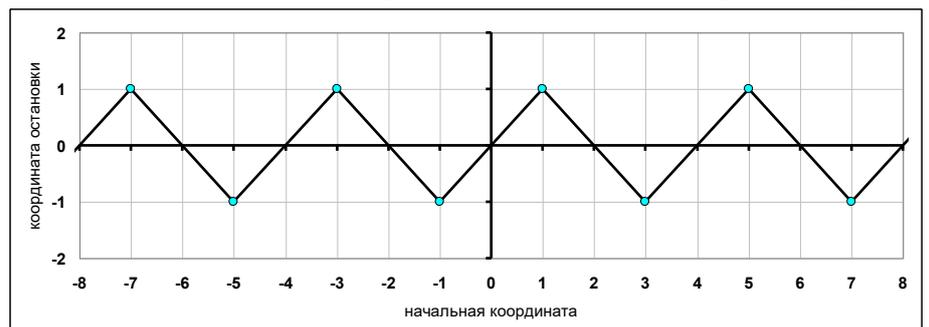


Формула (11) будет справедлива до тех пор, пока координата точки остановки не станет меньше левой границы зоны застоя  $x_F > -h$ , или что равносильно  $x_S < 3h$ .



Если начальная координата превысит это значение  $x_S < 3h$ , то шайба в процессе движения проскочит зону застоя и остановится в некоторой точке с координатой  $x_1$ . После этого она начнет движение в противоположном направлении. Не повторяя проведенных рассуждений, заметим, что координата следующей остановки зеркально отразится относительно левой границы зоны застоя. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока очередная точка остановки не окажется в зоне застоя.

Таким образом, теоретический график зависимости координаты точки окончательной



Экспериментальный тур.

остановки шайбы от ее начальной координаты представляет собой ломаную линию, показанную на рисунке. На графиках по осям отложены значения  $\frac{x}{h}$ .

## Часть 2. Экспериментальная - подготовительная.

**2.1** Масса шайба равна  $m = (10,0 \pm 0,1) \text{ г}$ .

Измерения параметров установки можно проводить различными способами, но во всех экспериментах непосредственно измеряются координаты центра шайбы. Поэтому приборная погрешность этих измерений может быть принята равной цене деления линейки

$$\Delta x_{\text{пр.}} = 1 \text{ мм.} \quad (13)$$

Наличие случайной ошибки может увеличить полную погрешность

Предлагается следующая последовательность проведения измерений.

Располагаем прибор горизонтально и, смещая шайбу по линейке находим границы зоны застоя (т.е. предельные положения шайбы, когда она может находиться в положении равновесия):

$$\begin{aligned} X_1 &= (144 \pm 1) \text{ мм} \\ X_2 &= (164 \pm 1) \text{ мм} \end{aligned} \quad (14)$$

Точка положения равновесия находится на середине зоны застоя, поэтому ее координата равна

$$X_0 = \frac{X_1 + X_2}{2} = (149 \pm 1) \text{ мм.} \quad (15)$$

Полуширина зоны застоя равна

$$h = \frac{X_2 - X_1}{2} = (15 \pm 1) \text{ мм.} \quad (16)$$

Располагаем прибор вертикально, измеряем смещение шайбы относительно положения равновесия  $\Delta X = (225 - 149) \text{ мм} = (76 \pm 2) \text{ мм}$ . Затем по формуле, следующей из условия равновесия шайбы, рассчитываем коэффициент жесткости

$$k = \frac{mg}{\Delta x} = (1,3 \pm 0,2) \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (17)$$

*Примечание.* Можно попытаться измерить смещения шайбы при двух вертикальных положениях. По этим измерениям найти координату точки равновесия (по формуле аналогичной (15)), а затем рассчитать коэффициент жесткости. Однако в таком эксперименте возможно, что короткая пружина полностью сожмется, что сделает второе измерение невозможным.

Коэффициент трения можно рассчитать, зная границы зоны застоя и найденное значение жесткости установки

$$\mu = \frac{k(X_2 - X_1)}{2mg} = 0,20 \pm 0,08. \quad (18)$$

*Примечание.* Допустимо проведение экспериментов с наклонным положением прибора.

### Часть 3. Экспериментальная – зона застоя.

**3.1** Результаты измерений зависимости координаты точки окончательной остановки  $x_S$  от начальной координаты  $x_0$  приведены в Таблице 1.

**Таблица 1. Результаты измерений**

координаты точек (мм)							$S$ , мм	$\Delta\tilde{U}$
$X_S$	$X_1$	$X_2$	$X_F$	$x_S$	$x_F$			
139	139	139	139	-10	-10		0	0
129	136	136	136	-20	-13		7	0,23
119	141	141	141	-30	-8		22	0,84
109	149	149	149	-40	0		40	1,60
99	160	160	160	-50	11		61	2,38
89	166	162	162	-60	13		81	3,43
79	180	157	157	-70	8		124	4,84
69	188	153	153	-80	4		154	6,38
59	195	147	147	-90	-2		184	8,10
49	205	137	137	-100	-12		224	9,86
39	213	132	132	-110	-17		255	11,81
169	163	163	163	20	14		6	0,20
179	158	158	158	30	9		21	0,82
189	151	151	151	40	2		38	1,60
199	144	144	144	50	-5		55	2,48
209	135	135	135	60	-14		74	3,40
219	123	138	138	70	-11		111	4,78
229	116	144	144	80	-5		141	6,38
239	110	153	153	90	4		172	8,08
249	100	156	156	100	7		205	9,95
259	90	164	164	110	15		243	11,88
269	86	176	163	120	14		286	14,20
279	77	180	169	130	20		316	16,50
289	65	190	156	140	7		383	19,55
299	57	200	148	150	-1		437	22,50
309	48	210	142	160	-7		491	25,55
319	39	218	134	170	-15		543	28,68

В таблице приведены:

$X_S$  - начальная координата шайбы по шкале линейки;

$X_1, X_2$  - координаты промежуточных остановок (если они есть) по шкале линейки;

$X_F$  - координата окончательной остановки по шкале линейки;

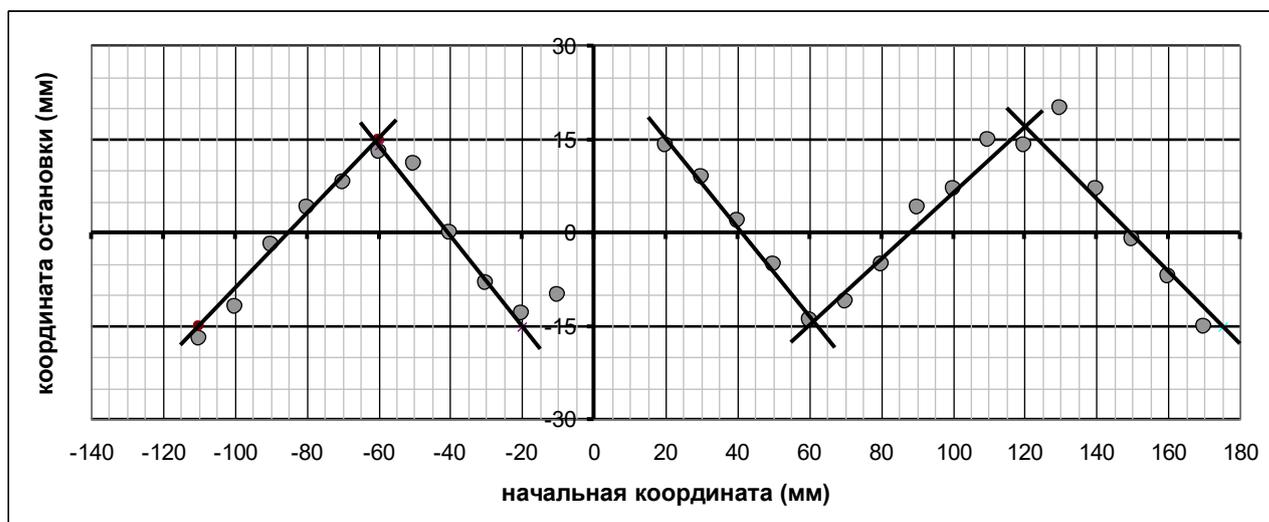
$x_S, x_F$  - координаты начальной и конечной точек относительно положения равновесия  $X_0$ :

$$x_{S,F} = X_{S,F} - X_0. \quad (19)$$

Экспериментальный тур.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

**3.2** График полученной зависимости с набором аппроксимирующих отрезков прямых показан на рисунке.



**3.3** Качественно график похож на график теоретической зависимости – четко видна «зигзагообразная» линия.

Самым существенным отступлением от теоретической зависимости являются существенные отклонения «точек изломов». Теоретически они должны отстоять на ширину зоны застоя, т.е. 15 мм. На экспериментальном графике расстояния между этими точками значительно больше (превышают 20 мм, максимальное – даже 60 мм). Теоретически это расстояние равно ширине зоны застоя. Однако эксперимент не подтверждает этот вывод.

По-видимому, основной причиной таких различий является различие между коэффициентом трения покоя (именно он измерялся в описанных выше экспериментах) и коэффициентом трения скольжения, который определяет путь шайбы между двумя последовательными остановками. Обычно коэффициент трения скольжения меньше коэффициента трения покоя, что и объясняет полученные данные.

**3.4** Максимальное ускорение шайба имеет при максимальном смещении от положения равновесия. В проведенных экспериментах это отклонение равно  $x_{\max} = 170 \text{ мм}$ , поэтому на основании второго закона Ньютона можно рассчитать:

$$a_{\max} = \frac{kx_{\max}}{m} - \mu g \approx 20 \frac{m}{c^2}, \quad (20)$$

что в два раза превышает ускорение свободного падения.

**3.5** Путь, пройденный шайбой до полной остановки, можно рассчитать по формуле

$$S = \sum_i |X_i - X_{i-1}|. \quad (21)$$

где  $X_i$  - координаты последовательных остановок шайбы. Результаты таких расчетов приведены в Таблице 1.

**3.6** Изменение потенциальной энергии пружин следует рассчитывать по формуле

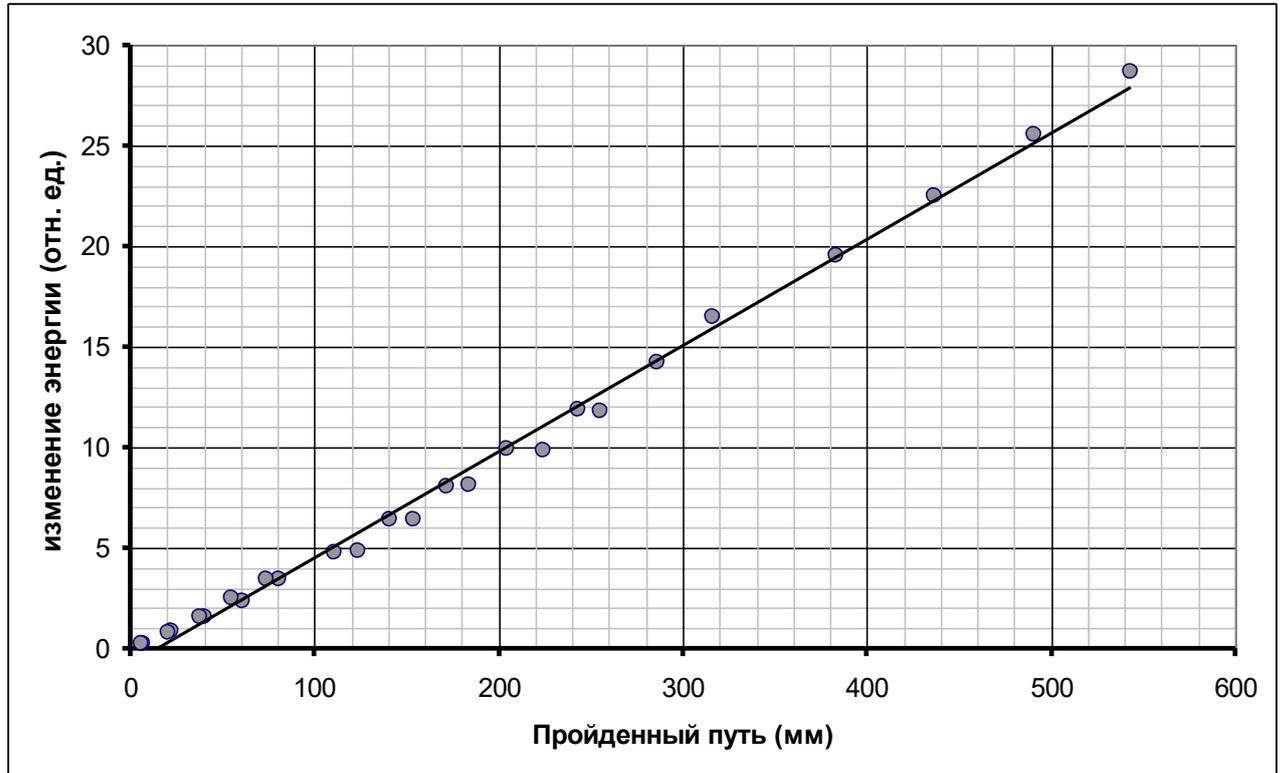
$$\Delta U = \frac{k}{2} (x_S^2 - x_F^2), \quad (22)$$

В качестве изменения энергии в относительных единицах, можно взять разность квадратов начального и конечного отклонений. В таблице приведены результаты расчетов величин

$$\Delta\tilde{U} = \frac{x_S^2 - x_F^2}{1000} \quad (23)$$

Мы разделили на 1000, чтобы оперировать с меньшими числами.

График зависимости  $\Delta\tilde{U}$  от пройденного пути  $S$  показан на рисунке.



3.7 Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{k}{2}(x_S^2 - x_F^2) = \mu mg S \Rightarrow (x_S^2 - x_F^2) = 2 \frac{\mu mg}{k} S. \quad (24)$$

Из построенного графика можно найти коэффициент наклона графика  $a = 0,053$ . Простой пересчет к одним единицам измерения дает следующее значение коэффициента пропорциональности в функции (24)

$$2 \frac{\mu mg}{k} = 53 \text{ мм}. \quad (25)$$

Эта величина показывает, на сколько уменьшается отклонение от положения равновесия между двумя последовательными остановками шайбы.