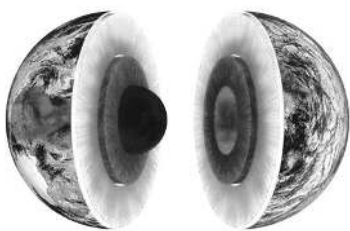


Условие

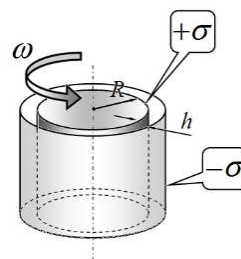
Задание 2. Магнитное динамо



Теория возникновения и существования магнитного поля Земли до настоящего времени окончательно не разработана. В данном задании вам предстоит проанализировать примитивную модель, на первый взгляд, позволяющую описать возникновение магнитного поля, благодаря эффекту магнитного динамо. Не вызывает сомнений, что магнитное поле Земли существует благодаря, во-первых, наличию в ядре Земли хорошо проводящего слоя расплавленного железа, во-вторых, вращению Земли вокруг своей

оси.

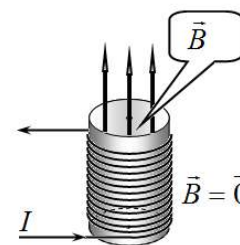
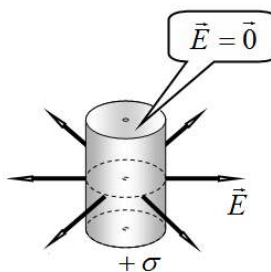
Рассмотрим следующую модель: тонкий цилиндрический слой проводящего вещества вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Обозначим внутренний радиус этого слоя R , а его толщину h , причем $h \ll R$, удельное электрическое сопротивление этого слоя равно ρ , диэлектрическими и магнитными свойствами слоя пренебрегаем $\varepsilon = \mu = 1$. Этот слой находится в непроводящей среде.



Основная идея генерации магнитного поля следующая. Пусть на внутренней поверхности слоя случайно возник электрический заряд, поверхностная плотность которого равна $+\sigma$, тогда на внешней поверхности появится равный по модулю электрический заряд с поверхностной плотностью $-\sigma$. При вращении слоя эти заряды создают магнитное поле, которое воздействует на электроны в проводящем слое, что может приводить к возникновению электрического тока между внутренней и внешней поверхностью рассматриваемого поля, что, в свою очередь, может приводить к увеличению плотности зарядов и как, следствие, к усилению самого магнитного поля.

Подсказки Если на боковой поверхности цилиндра находится равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью σ , то эти заряды создают радиальное электрическое поле у поверхности цилиндра, напряженность которого равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (1)$$



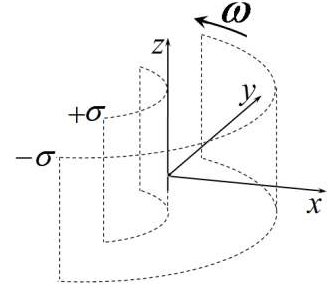
Внутри цилиндра электрическое поле отсутствует. В данном задании можно считать, что модуль напряженности электрического поля в рассматриваемом тонком слое постоянен и определяется формулой (1) Если по обмотке цилиндрического соленоида протекает электрический ток силы I , то этот ток внутри цилиндра создает однородное магнитное поле, направленное вдоль оси цилиндра, модуль которого равен

$$B = \mu_0 n I, \quad (2)$$

где n - плотность намотки (число витков на единицу длины). Вне соленоида магнитное поле отсутствует. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$. Магнитная постоянная $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$.

Часть 1. Поле в слое

Для описания рассматриваемого явления введем декартовую систему координат внутри слоя: Ось x - радиально, перпендикулярно боковым поверхностям слоя; Ось y - по касательной к внутренней поверхности слоя, перпендикулярно его оси; Ось z - параллельно оси слоя; начало координат находится на внутренней поверхности слоя.



1.1 В листе ответов укажите направления векторов: напряженности электрического поля $\vec{E}$, индукции магнитного поля $\vec{B}$, скорости движения $\vec{v}$ в точке, находящейся внутри слоя на оси x . **1.2** Выразите модуль индукции магнитного поля внутри слоя B через поверхностную плотность зарядов σ , угловую скорость вращения ω и радиус слоя R . **1.3** В листе ответов укажите направления сил, действующих на электрон внутри слоя: $\vec{F}_E$ - со стороны электрического поля, $\vec{F}_B$ - со стороны магнитного поля. **1.4** Укажите, чему равны модули сил $\vec{F}_E$ и $\vec{F}_B$.

Часть 2. Заряды и токи B этой части массой электроном следует пренебречь.

2.1 Получите уравнение, описывающее изменение поверхностной плотности зарядов с течением времени $\frac{\Delta\sigma}{\Delta t}$, включающее только характеристики проводящего слоя и физические постоянные. **2.2** Определите «критическую» скорость движения слоя $V^* = \omega^* R$, при превышении которой магнитное поле внутри слоя может возрастать с течением времени. Рассчитайте ее численное значение.

Будем считать, что радиус слоя равен $R = 3,5 \cdot 10^6$ м (что равно радиусу ядра Земли), удельное электрическое сопротивление слоя $\rho = 1,4 \cdot 10^{-6}$ Ом·м (сопротивление расплавленного железа).

2.3 Рассчитайте длительность суток на Земле, если скорость движения рассматриваемого слоя достигнет критической величины V^* . **2.4** Пусть поверхностная плотность зарядов на поверхностях слоя в некоторый момент равна σ_0 . Оцените характерное время исчезновения этих зарядов, если угловая скорость вращения слоя равна угловой скорости вращения Земли.

Часть 3. Спасает ли модель масса электрона?

В этой части вам необходимо модифицировать рассматриваемую модель с учетом массы электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг (заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Считайте, что рассматриваемый слой вращается с угловой скоростью равной угловой скорости вращения Земли.

3.1 Покажите, что при учете массы электрона, возможно существования стационарных зарядов на поверхностях слоя. Получите формулу для поверхностной плотности этих зарядов. **3.2** Рассчитайте индукцию магнитного поля внутри слоя в этом случае. Сравните полученное значение со средним значением индукции магнитного поля на поверхности земли $B_0 \approx 40$

мкТл. 3.3 Сделайте вывод: описывает ли рассмотренная модель механизм возникновения магнитного поля Земли?