

-1. Растекание токов и распределение потенциала

Условие

Задание 11-1. Растекание токов и распределение потенциала.

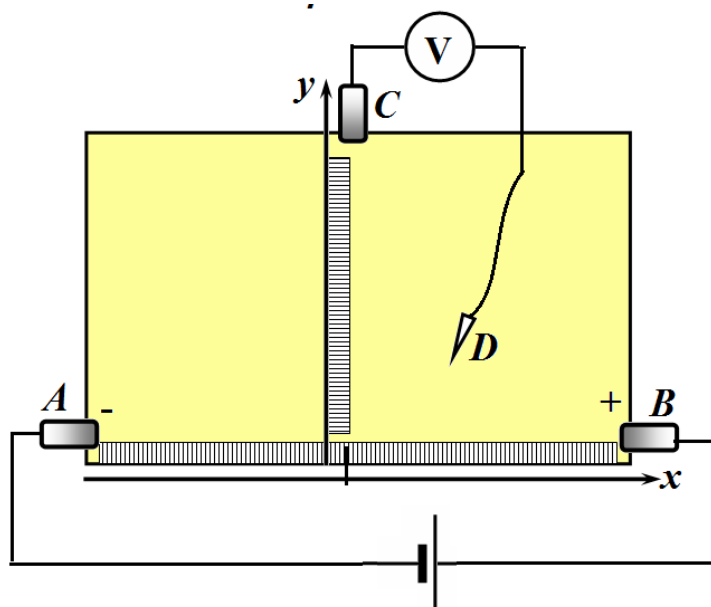
По закону Ома (записанному в дифференциальной форме)

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (1)$$

распределение вектора плотности тока при его распространении в протяженной среде полностью совпадает с распределением вектора напряженности электрического тока. Измерение распределения напряженности и потенциала в электростатических полях является сложной и труднореализуемой проблемой. Измерение же разности потенциалов при протекании электрического тока является банальной и элементарной задачей, легко решаемой с помощью обыкновенного мультиметра. Это и предстоит проделать Вам в ходе выполнения данного задания.

Приборы и оборудование: лист влажного картона формата А4, источник напряжения 4,5 В (гальванический элемент); мультиметр, соединительные провода с зажимами-клипсами, подвижный контакт (ластик с гвоздиком). Картон вам надо намочить самостоятельно. Опустите его в воду на несколько десятков секунд, а потом протрите салфеткой.

Вам предоставлен лист картона. На этот лист нанесены 2 шкалы (оси координат). Условимся длинную нижнюю ось обозначать осью x . Начало отсчета находится в центре листа. Перпендикулярную ось, проходящую по середине листа, назовем осью y . Источник тока следует подключить к клеммам А и В, находящимся на оси ОХ. Убедитесь в наличии электрического контакта между этими клеммами и картоном, соблюдайте полярность подключения. Если вы не проводите измерений отключайте источник от цепи, не давайте ему разряжаться! Один вывод вольтметра подключите к клемме С, расположенной на середине противоположной стороны листа. Вторым выводом подключайте к подвижному контакту D. Отрегулируйте положение контакта С таким образом, чтобы при подключении к точкам А и В мультиметр давал равные по модулю и противоположные по знаку значения напряжения. После этого подберите такое положение начала отсчета оси Х, чтобы значения напряжения между точкой С и началом отсчета равнялось нулю. При такой настройке вольтметр будет показывать значение потенциала в произвольной точке подключения подвижного контакта.



Часть 1. Распределение потенциала вдоль оси X

1.1 Измерьте зависимость потенциала от координаты x на оси OX (т.е. при $y = 0$): $\varphi_0(x)$. Постройте график полученной зависимости. **1.2** Можно предположить, что в данном случае зависимость потенциала от расстояния до источника (укажите, что в данном случае может рассматриваться как источник) обратно пропорциональна расстоянию до источника (как потенциал поля точечного заряда). Проверьте, выполняется ли в данном случае это предположение. **1.3** Полученная зависимость $\varphi_0(x)$ может быть аппроксимирована (приблизительно описана) функцией вида

$$\varphi_0(x) = ax + bx^3 \quad (2)$$

Используя все полученные экспериментальные данные, рассчитайте значения коэффициентов a, b этой зависимости. **1.4** Выскажите предположение о виде зависимости потенциала точечного источника от расстояния в данной задаче.

Часть 2. Распределение поля в плоскости.

2.1 Измерьте значения потенциалов в узлах квадратной сетки с шагом $h = 2$ см для положительных значений координат φ_{ij} в точках с координатами $x_i = ih, \quad y_j = jh, \quad i, j = 1, 2, \dots$

2.2 На основании проведенных измерений нарисуйте на листе миллиметровой бумаги (в масштабе 1:1), эквипотенциальную линию, проходящую через точку с координатами $x = 10$ см, $y = 0$. Приведите формулы, по которым вы получили эту линию. Можете построить эту же линию, проведя дополнительные измерения. Опишите использованный вами метод.

2.3 Во всех узловых точках (т.е. с шагом 2 см) на прямой с координатой $x = 10$ см укажите направление вектора напряженности электрического поля в картоне. Построение выполните на том же листе миллиметровой бумаги.

Решение

Задание 11-1. Растекание токов и распределение потенциала.

Часть 1. Распределение потенциала вдоль оси X

1.1 Измерение потенциала следует проводить с шагом не более 1 см, в противном случае провести тщательный анализ этой зависимости невозможно. График полученной зависимости нелинейный, напоминает кубическую параболу. Функция, описывающая полученную зависимость, нечетная.

1.2 В рамках предположения о том, что зависимость потенциала от расстояния до источника обратно пропорциональна расстоянию до источника (как потенциал поля точечного заряда), функция описывающая полученную зависимость $\varphi(x)$ должна иметь вид

$$\varphi = C \left(\frac{1}{l-x} - \frac{1}{l+x} \right) = C \frac{2x}{l^2 - x^2} \quad (1)$$

Эта зависимость допускает линеаризацию

$$\frac{1}{x\varphi} = \frac{l^2 - x^2}{C} \quad (2)$$

Однако, замена переменных $Y = \frac{1}{x\varphi}$, $X = x^2$ и построение графика зависимости $Y(X)$ показывает, что данная зависимость не является линейной. Таким образом, предположение об обратной зависимости потенциала от расстояния не выполняется.

1.3 Для определения параметров зависимости $\varphi_0(x) = ax + bx^3$ ее необходимо привести к виду

$$\frac{\varphi_0(x)}{x} = a + bx^2. \quad (3)$$

В этом случае для расчета коэффициентов a, b можно воспользоваться методом наименьших квадратов.

1.4 Так как растекание токов происходит в плоскости, то наиболее разумным является предположение о том, что зависимость потенциала от расстояния до источника является логарифмической:

$$\varphi = \varphi_0 \ln \frac{r_0}{r}. \quad (4)$$

Часть 2. Распределение поля в плоскости.

2.1 Измерение потенциала проводится описанным в условии методом.

2.2 Эквипотенциальная поверхность есть геометрическое место точек, имеющих один и тот же потенциал. На плоскости эквипотенциальная поверхность является линией пересечения трехмерной эквипотенциальной поверхности с плоскостью. Крайняя точка требуемой линии задана в условии, потенциал в этой точке измерен, обозначим его φ_1 . Для построения всей линии можно воспользоваться двумя методами. Первый, экспериментальный: проводя сканирование потенциала вдоль некоторой прямой параллельной оси x (с некоторым шагом, например, те же 2 см) найти на этой прямой точку с тем же значением потенциала.

Второй, теоретический: используя данные проведенных измерений провести линейную интерполяцию значений потенциалов между двумя узловыми точками, и по ней рассчитать координаты точек, имеющих потенциал φ_1 . Заметим, что данная эквипотенциальная линия является замкнутой и охватывает один из подводящих контактов.

2.3 Так как напряженность поля равна производной от потенциала, взятой с противоположным знаком

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx} E_y = -\frac{d\varphi}{dy} \quad (5)$$

То для построения направления вектора напряженности, производные можно приближенно заменить отношением конечных разностей,

$$E_x = -\frac{\varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j}}{h} E_y = -\frac{\varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j}}{h} \quad (6)$$

Расчеты по этим простым формулам следует провести по всем точкам, значения потенциалов измерены в ходе выполнения пункта 2.1.