



# Республиканская физическая олимпиада 2021 год (Заключительный этап)

## Теоретический тур

### 9 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
3. Подписывать рабочие листы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Желаем успехов в выполнении данных заданий!

Пакет заданий содержит:

- титульный лист (стр. 1);
- условия 3 теоретических задач (стр. 2-6).

## Задание 1. Разминка

### Задача 1.1

В высоком вертикальном цилиндрическом сосуде с площадью поперечного сечения  $S$  находится вода. В сосуд опускают небольшой алюминиевый цилиндр объема  $V$ . При этом уровень воды в сосуде оказывается равным  $h_0$ . Удельные теплоемкости воды и алюминия равны  $c_1, c_2$ , а их плотности -  $\rho_1, \rho_2$ , соответственно. Удельная теплота испарения воды  $L$ , удельная теплота плавления льда  $\lambda$ , плотность льда  $\rho_3$ .

Теплоемкостью сосуда можно пренебречь, также можно пренебречь потерями теплоты в окружающую среду.

1.1.1 Пусть температура начальная воды равна  $t_0 = 100^\circ\text{C}$ , а начальная температуры цилиндра  $t_1 = 120^\circ\text{C}$ . До установления теплового равновесия вода полностью не выкипает, цилиндр все время остается погруженным в воду. Найдите, на сколько изменится уровень воды в сосуде  $\Delta h_1$  после установления теплового равновесия.

1.1.2 Пусть температура воды равна  $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$ , а начальная температуры цилиндра  $t_1 = -20^\circ\text{C}$ . До установления теплового равновесия вода полностью не замерзает, цилиндр все время остается погруженным в воду. Найдите, на сколько изменится уровень воды в сосуде  $\Delta h_2$  после установления теплового равновесия.

1.1.3 Оцените численное значение отношение изменения высот  $\frac{\Delta h_2}{\Delta h_1}$ , если  $\frac{L}{\lambda} \approx 7$ , а  $\frac{\rho_3}{\rho_1} \approx 0,9$ .

### Задача 1.2

Угловой размер Солнца видимого с Земли (угол под которым виден солнечный диск на земном небе) равен  $\varphi \approx 32'$ .

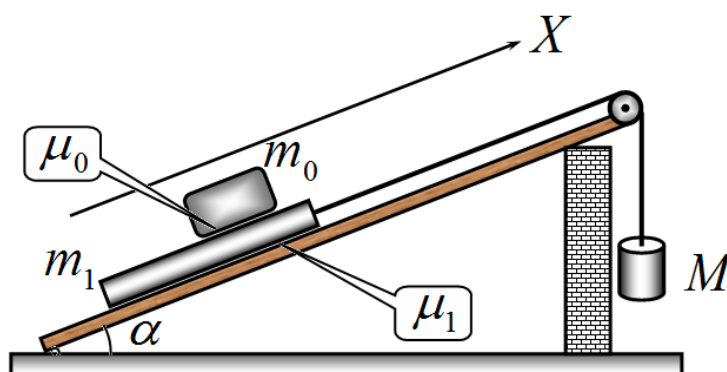
1.2.1 Рассчитайте, на какую высоту  $h$  надо поднять непрозрачный шар диаметра  $d = 1,0$  м, чтобы солнечная тень от него на поверхности земли стала не видна.

1.2.2 На высоте  $h$ , найденной в п. 1.2.1 горизонтально расположили большой непрозрачный плоский экран, в котором проделано круглое отверстие диаметра  $d = 1,0$  м. Найдите, чему будет равен диаметр солнечного «зайчика» от этого отверстия на поверхности Земли.

## Задача 2. Наклонная плоскость

Для подъема грузов широко используется такой простой механизм, как наклонная плоскость.

Для его описания воспользуемся следующей моделью. Ящик массы  $m_0 = 20 \text{ кг}$  (груз, который необходимо поднять) помещают на поддон массы  $m_1 = 5,0 \text{ кг}$ , который размещают на наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha = 30^\circ$  с горизонтом. К поддону привязана прочная нерастяжимая веревка, которая переброшена через блок, закрепленный в верхней части наклонной плоскости. Ко второму свободно свисающему концу веревки прикреплен груз массы  $M$ , которую можно изменять. Массы веревки и блока пренебрежимо малы, трения в оси блока нет. Коэффициент трения груза о поддон равен  $\mu_0 = 0,65$ , коэффициент трения поддона о наклонную плоскость равен  $\mu_1 = 0,20$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .



В зависимости от массы подвешенного груза  $M$  возможны различные варианты движения ящика и поддона (движутся вверх, или вниз по наклонной плоскости, ящик скользит или не скользит по поддону и т.д.).

Вам необходимо рассмотреть все возможные варианты таких движений.

Примем, что ось  $X$  направлена вверх параллельно наклонной плоскости.

1. Рассмотрите все возможные режимы движения поддона и ящика. Для каждого режима укажите, при каких значениях массы повешенного груза будет реализовываться рассматриваемый режим движения (получите формулы и затем рассчитайте соответствующие значения масс  $M$ ). Получите формулы для ускорений ящика  $a_0$  и поддона  $a_1$  в каждом из рассмотренных режимов движения.
2. Постройте на одном бланке графики зависимостей проекций на ось  $X$  ускорений груза  $a_0$  и поддона  $a_1$  от массы подвешенного груза  $M$ .
3. Укажите, при каком значении массы подвешенного груза  $M$  наиболее рационально использовать данное устройство для подъема груза. Свой выбор кратко обоснуйте.
4. Укажите, при каком значении массы подвешенного груза  $M$ , КПД наклонной плоскости будет максимальным. Чему равен этот максимальный КПД? Кратко сформулируйте причины, по которым этот КПД оказывается меньше единицы.

Примечание. Под КПД наклонной плоскости понимается отношение изменение потенциальной энергии поднимаемого ящика  $m_0$  (работа полезная), к работе, совершенной при опускании подвешенного груза  $M$  (работа совершенная).

### Задача 3. Систематические погрешности электрических схем

При проведении измерений вольтамперных характеристик (ВАХ – зависимость силы тока через исследуемый элемент от напряжения на нем) используют различные электрические цепи. Одной из самых популярных схем является схема, показанная на рис. 1.

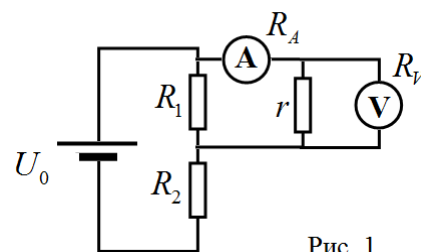


Рис. 1

При расчетах таких цепей часто используют различные приближения (считают, что сопротивление амперметра равно нулю, сопротивление вольтметра бесконечно большим и т.д.).

Такие приближения вносят систематические погрешности в проводимые расчеты и анализ полученных экспериментальных результатов.

В данной задаче вам необходимо построить разумные оценки погрешностей, вносимых тем обстоятельством, что приборы являются не идеальными.

При расчетах рекомендуем использовать приближенную формулу, справедливую при малых  $x$ :

$$\frac{1}{1+x} \approx 1-x. \quad (1)$$

#### Часть 1. Погрешность делителя напряжения.

На рис. 2а показана схема делителя напряжения на двух резисторах, сопротивления которых равны  $R_1, R_2$ . Изменяя сопротивления этих резисторов, можно изменять напряжение  $U_1$  на резисторе  $R_1$ . При подключении к этому резистору исследуемой схемы с общим сопротивлением  $r$  (Рис. 2б), напряжение на резисторе  $R_1$  изменяется и принимает

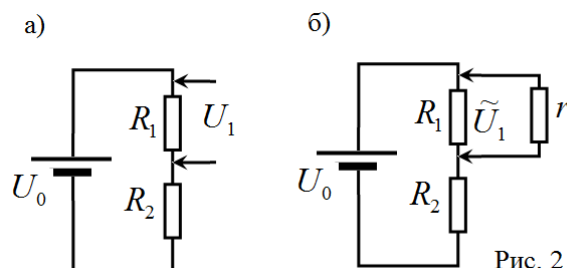


Рис. 2

некоторое значение  $\tilde{U}_1$ . Однако, в некоторых случаях различием между  $U_1$  и  $\tilde{U}_1$  пренебрегают.

**1.1** Рассчитайте значения напряжений  $U_1$  и  $\tilde{U}_1$ .

**1.2** Рассчитайте, при каком значении сопротивления исследуемой цепи  $r$  относительное изменение напряжения  $\varepsilon_V = \left| \frac{U_1 - \tilde{U}_1}{U_1} \right|$  не превышает 1%. Получите формулу в общем виде и проведите численный расчет при  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ .

## Часть 2. Погрешность, вносимая амперметром

В цепи, показанной на рис. 3а, обозначим силу тока в цепи  $I$ . При подключении амперметра сила тока в цепи изменяется и становится равной  $\tilde{I}$ .

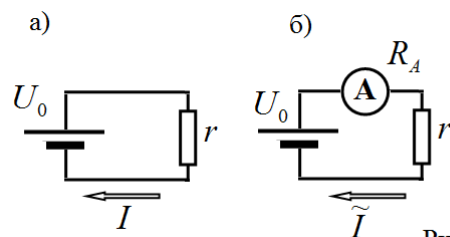


Рис. 3

**2.1** Рассчитайте, при каком значении сопротивления амперметра  $R_A$  относительное изменение силы тока в цепи  $\varepsilon_A = \left| \frac{I - \tilde{I}}{I} \right|$  не превышает 1%. Получите формулу в общем виде и проведите численный расчет при  $r = 10 \text{ Ом}$ .

## Часть 3. Погрешность, вносимая вольтметром.

Для измерения напряжения используется схема, показанная на рис. 4б. При отсутствии вольтметра напряжение на резисторе  $R_1$  равно  $U_1$ , при подключении вольтметра с сопротивлением  $R_V$ , напряжение на этом резисторе становится равным  $\tilde{U}_1$ .

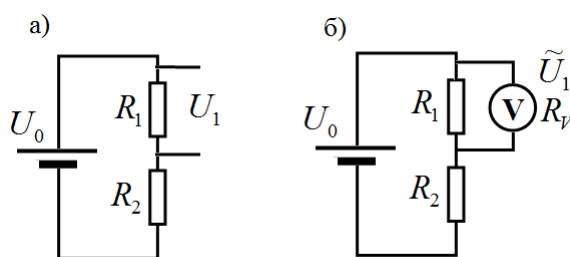


Рис. 4

**3.1** Рассчитайте, при каком значении сопротивления исследуемой цепи  $r$  относительное изменение напряжения  $\varepsilon_V = \left| \frac{U_1 - \tilde{U}_1}{U_1} \right|$  не превышает 1%. Получите формулу в общем виде и проведите численный расчет при  $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ .

## Часть 4. Корректировка измеренной ВАХ

С помощью схемы, приведенной на рис. 1, проведено измерение зависимости силы тока, которое показывает амперметр  $\tilde{I}$ , от показаний вольтметра  $\tilde{U}$  для некоторого нелинейного элемента  $r$  (его сопротивление не постоянно, а изменяется при изменении напряжения). Сопротивление вольтметра  $R_V = 2,0 \text{ кОм}$ , сопротивление амперметра  $R_A = 2,0 \text{ Ом}$ .

На отдельном бланке (на следующей странице) приведен график измеренной зависимости. Для вашего удобства в Таблице 1 приведены численные значения этих величин, по которым построен график.

**4.1** На этом же бланке постройте скорректированный график ВАХ исследуемого элемента (зависимость силы тока через этот элемент  $I$  от напряжения на этом элементе  $U$ ).

На этом же листе приведите расчетные формулы, по которым Вы провели корректировку графика, необходимые расчеты можете провести в свободных графах Таблицы 1.

**Не забудьте сдать этот Бланк!**

Бланк к задаче 3 (Часть 4)

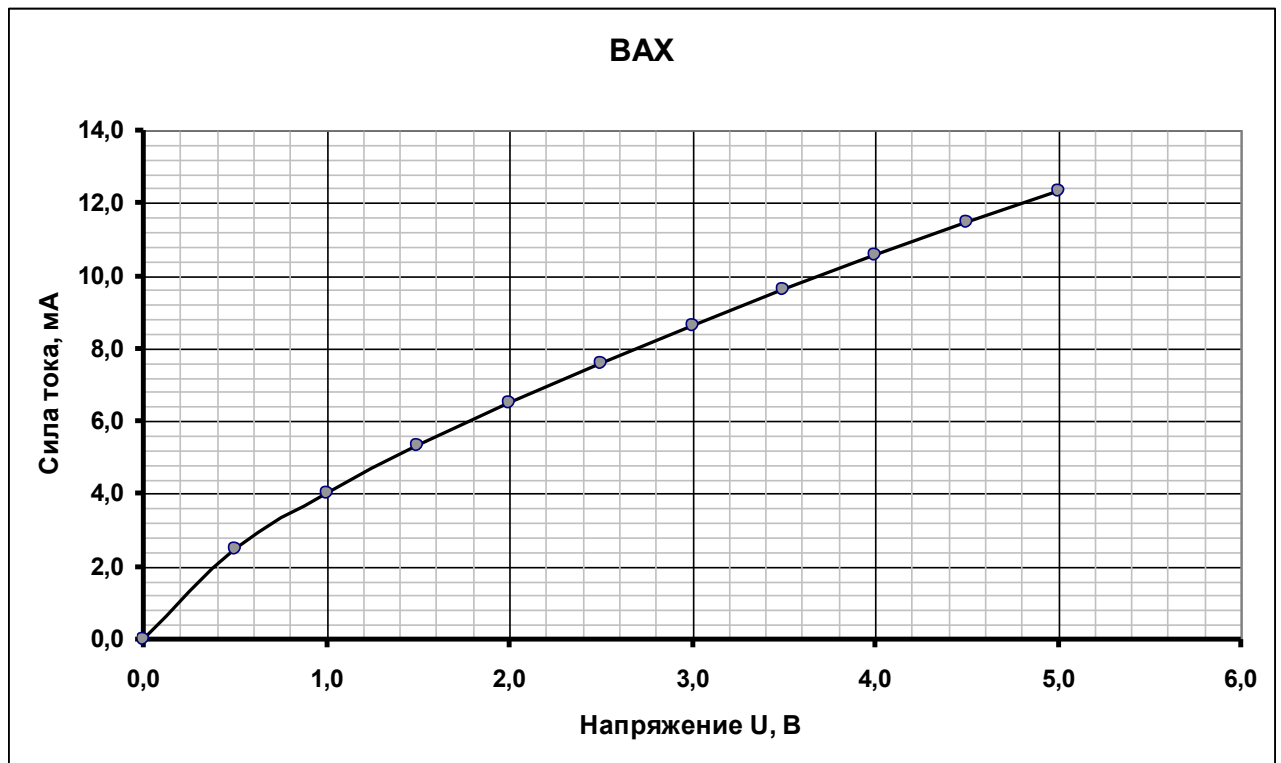


Таблица 1.

$\tilde{U}$ , В	$\tilde{I}$ , мА				
0,00	0,00				
0,50	2,46				
1,00	4,00				
1,50	5,31				
2,00	6,50				
2,50	7,60				
3,00	8,63				
3,50	9,61				
4,00	10,56				
4,50	11,46				
5,00	12,34				

Расчетные формулы:

# Республиканская физическая олимпиада 2021 год (Заключительный этап)

## Теоретический тур

### 10 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
3. Подписывать рабочие листы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Желаем успехов в выполнении данных заданий!

Пакет заданий содержит:

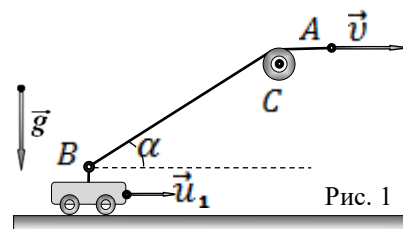
- титульный лист (стр. 1);
- условия 3 теоретических задач (стр. 2-7);

## Задача 1. Привязанная тележка

Небольшую тележку  $B$  необходимо подтянуть слева направо по гладкой горизонтальной поверхности с помощью легкой нерастяжимой нити. При движении тележка не отрывается от горизонтальной поверхности. Три удальца решили сделать это по-разному... Рассмотрим кинематическую схему каждого из них.

### Часть 1. «Высокий блок»

По плану первого удальца нить переброшена через неподвижный блок  $C$  (Рис. 1), расположенный на некоторой высоте от горизонтальной поверхности. Конец  $A$  нити тянут горизонтально с постоянной скоростью  $\vec{v}$  вправо (см. Рис. 1).

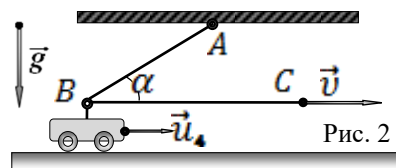


**1.1** Получите выражение для мгновенной скорости  $u_1(\alpha)$  тележки в момент, когда часть  $BC$  нити составляет угол  $\alpha$  с горизонтом, считая скорость  $v$  конца  $A$  нити известной.

**1.2** Используя полученное выражение для  $u_1(\alpha)$ , найдите скорости тележки  $u_2$  на бесконечности ( $\alpha = 0^\circ$ ) и  $u_2$ , когда тележка находится в положении при  $\alpha = 35^\circ$ .

### Часть 2. «Подвижный блок»

По плану второго удальца лёгкая нить  $ABC$  (Рис. 2) закреплена в некоторой точке  $A$  на потолке и перекинута через малый гладкий блок  $B$ , закреплённый на самой тележке. Конец  $C$  нити тянут горизонтально с постоянной скоростью  $\vec{v}$  вправо (см. Рис. 2).

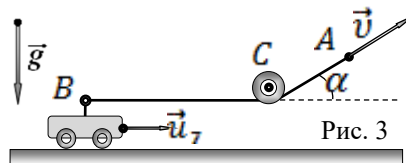


**2.1** Получите выражение для мгновенной скорости  $u_4(\alpha)$  тележки в момент, когда часть  $AB$  нити составляет угол  $\alpha$  с горизонтом, считая скорость  $v$  конца  $C$  нити известной.

**2.2** Используя полученное выражение для  $u_4(\alpha)$ , найдите скорости тележки  $u_5$  на бесконечности ( $\alpha = 0^\circ$ ) и  $u_6$ , когда тележка находится в положении при  $\alpha = 35^\circ$ .

### Часть 3. «Низкий блок».

По плану третьего удальца неподвижный блок  $C$  (Рис. 3) расположен так, что участок  $BC$  нити практически горизонтален. Конец  $A$  нити тянут под постоянным углом  $\alpha$  к горизонту (см. Рис. 3) с постоянной скоростью  $\vec{v}$ .



**3.1** Получите выражение для мгновенной скорости  $u_7(\alpha)$  тележки, считая скорость  $v$  конца  $A$  нити известной.



## Задача 2. Картезианский водолаз.

Картезианский водолаз – механическая игрушка, основанная на изменении силы Архимеда при увеличении внешнего давления. Первое описание водолаза было дано итальянским учёным Рафаэлло Маджотти в 1648 году. Его водолазы, а он называл их «флакончики», плавали в высоких цилиндрических сосудах, избыточное давление в которых создавалось закрывающей их ладонью или, если сосуд достаточно узок, большим пальцем.

В скором времени игрушка стала популярной. С начала XVIII века эта игрушка стала называться Декартов или Картезианский (по-латыни Декарт произносится как Картезий) водолаз. а также «Картезианский дьявол», «Поплавок Декарта».

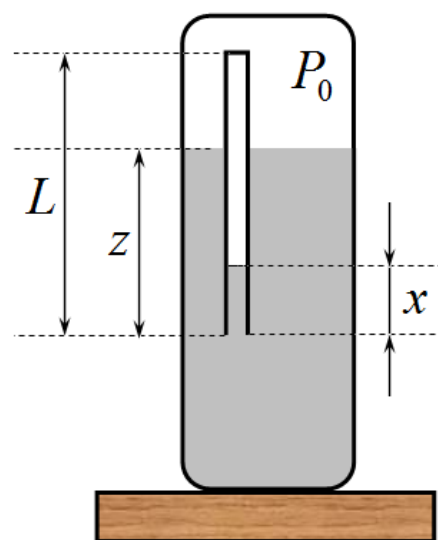
Несмотря на почти четырехвековую историю, строгое описание поведения этого поплавка вызывает затруднение у современных «олимпиадников».

Рассмотрим тонкостенную трубку, закрытую с одного конца и открытую с другого (можно назвать ее пробирка), которая помещается в сосуд с водой открытым концом вниз. Будем считать, что центр тяжести трубки смещен к открытому краю, поэтому трубка в сосуде всегда располагается вертикально. Температура в системе остается постоянной.

Будем считать, что все параметры установки заданы: длина трубки  $L = 10\text{ см}$ , площадь ее поперечного сечения  $s$ , плотность воды  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ , ускорение свободного падения  $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ , давление воздуха в сосуде  $P_0$  (оно может изменяться).

Обозначим:  $z$  - глубина погружения трубки по ее нижнему краю;  $x$  - высота столбика воды в трубке.

Давление воздуха будем измерять в единицах водяного столба, в этом случае гидростатическое давление воды просто равно разности высот (давление и длина измеряются в одних единицах)



### Часть 1. Вынужденное погружение.

В данной части задачи будем считать, что давление воздуха в сосуде постоянно и равно  $P_0$ . Пустую пробирку аккуратно опускают открытым концом в воду. При этом она свободно плавает на поверхности воды, погрузившись на глубину  $z_0 = \eta L$  (где  $\eta$  - известный безразмерный коэффициент). Затем пробирку удерживают рукой на некоторой глубине  $z$ , которая может быть как меньше, так и больше глубины пробирки.

1.1 Найдите зависимость высоты столбика воды в трубке  $x$  от глубины погружения  $z$ . Постройте схематический график полученной зависимости.

1.2 Найдите зависимость силы Архимеда, действующей на трубку, от глубины погружения  $z$ . Постройте схематический график полученной зависимости.

1.3 Найдите максимальное значение силы Архимеда, укажите, при каком значении  $z$  оно реализуется.

1.4 Выразите силу Архимеда, действующую на трубку, через давление воздуха в трубке  $P$  и глубину ее погружения  $z$ .

1.5 Получите строгое уравнение, позволяющее получить значение глубины  $z_1$ , на которую надо погрузить трубку, чтобы она утонула и больше самопроизвольно не всплывала. Рассчитайте численное значение этой глубины при нормальном атмосферном давлении  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$  и  $\eta = 0,80$ .

### **Часть 2. Трубка в закрытом сосуде.**

Пробирку погрузили в воду, как описано в части 1. Она плавает, погрузившись в воду на глубину  $z_0 = 0,80L$  при давлении воздуха в сосуде  $P_0$ . Сосуд закрывают и начинают плавно изменять давление воздуха в нем.

2.1 При каком давлении воздуха  $P$ , пробирка начнет тонуть? Получите строгое уравнение, позволяющее найти эту величину. Рассчитайте численное значение этой величины при  $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$  и  $\eta = 0,80$ .

### **Часть 3. Конструкторская.**

3.1 Предложите простой вариант рассмотренной игрушки, в котором водолаза можно заставить погружаться легким нажатием пальца. (конечно, самого водолаза трогать нельзя). Укажите примерные численные характеристики вашей игрушки.

### Задача 3. Амперметр, вольтметр, омметр и пр.

В настоящее время большинство электроизмерительных приборов – электронные. Принципы их работы таинственны и не всегда понятны (тем более, что их производители часто держат эти принципы в тайне).

«Старые добрые» электромеханические измерительные приборы могут использоваться до настоящего времени, их работа основана на простых физических принципах. Кроме того, некоторые из них до настоящего времени имеют существенные преимущества перед электронными. С одним из таких приборов вам предстоит познакомиться в данной задаче.

#### Часть 1. Приборы магнитоэлектрической системы.

Принцип действия такого прибора основан на вращении рамки с током в постоянном магнитном поле. Ось рамки соединена с пружиной и стрелкой по отклонению стрелки можно судить о силе протекающего через рамку тока<sup>1</sup>.

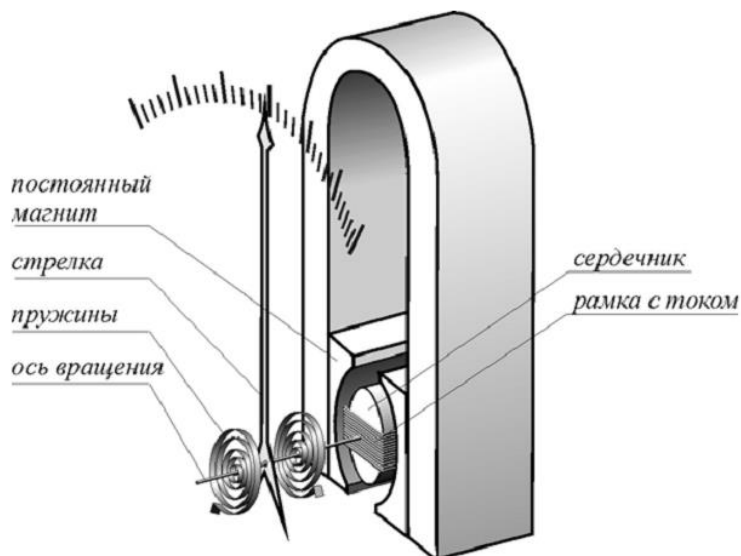
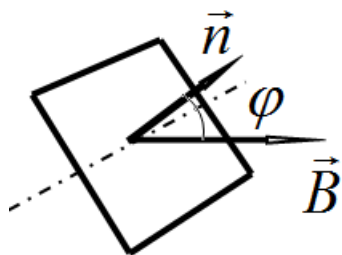


Рис. 2. Устройство прибора магнитоэлектрической системы.



На рамку с током в однородном магнитном поле действует момент силы равный

$$M = IBS \sin \varphi,$$

где  $I$  - сила тока в рамке.  $S$  - ее площадь,  $B$  - индукция магнитного поля,  $\varphi$  - угол между вектором индукции поля и нормалью к рамке.

1.1 При какой ориентации рамки, задаваемой углом  $\varphi_0$ , в положении равновесия при отсутствии тока, прибор будет работать в режиме близком к линейному, т.е. угол отклонения стрелки от положения равновесия будет пропорционален силе протекающего тока?

Основными характеристиками этого прибора (далее будем называть его гальванометр) являются: электрическое сопротивление рамки  $r$ , максимальная допустимая сила тока через рамку  $I_{\max}$ , соответствующая отклонению стрелки на всю шкалу, минимальное регистрируемое значение силы тока  $I_{\min}$ . Считайте эти величины известными.

Далее вам предстоит сконструировать ряд приборов на основе описанного гальванометра. В вашем распоряжении имеются резисторы, конденсаторы, источники тока любых номиналов. Также следует стремиться к тому, чтобы сконструированный вами прибор работал в режиме,

<sup>1</sup> Рисунки скачаны из Интернета, поэтому на их нумерацию обращать внимание не следует.

близком к линейному, т.е. чтобы сила тока через гальванометр была пропорциональная измеряемой величине.

1.2 Предложите схему вольтметра на основе гальванометра и схему его подключения к измеряемой цепи. Укажите характеристики использованных вами дополнительных элементов. Приведите формулы, по которым можно рассчитать измеряемое напряжение по измеренной силе тока через гальванометр. Укажите диапазон измерения напряжений.

1.3 Предложите схему омметра на основе гальванометра. Укажите характеристики использованных вами дополнительных элементов. Приведите формулы, по которым можно рассчитать измеряемое сопротивление по измеренной силе тока через гальванометр. Укажите диапазон измерения сопротивлений.

## Часть 2. Электростатический вольтметр.

Принцип действия электростатического вольтметра основан на втягивании подвижного электрода в зазор между пластинами неподвижного электрода, когда электроды подключаются к источнику измеряемого напряжения.

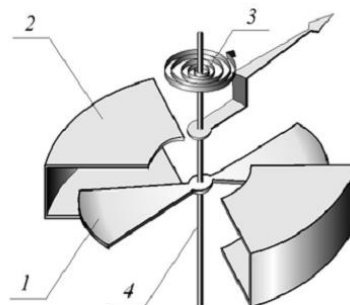
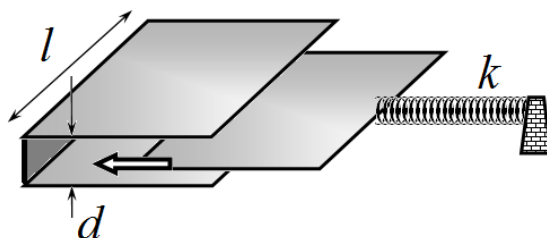


Рис. 5. Конструкция электростатического вольтметра: 1 – подвижный электрод, 2 – неподвижный электрод, 3 – пружина, 4 – ось вращения.

Конструкции таких приборов могут существенно различаться. Поэтому для описания их работы рассмотрим упрощенную модель. Неподвижный электрод представляет собой две соединенные между собой параллельные прямоугольные проводящие пластины со стороной длины  $l$ , находящиеся на малом расстоянии  $d$  друг от друга. Подвижный электрод представляет такую же пластину, способную вдвигаться в зазор между пластинами неподвижного электрода, оставаясь параллельным им. Эта пластина соединена с неподвижным упором с помощью пружины жесткости  $k$ . Измеряемое напряжение  $U_0$  подается на электроды. При этом измеряется смещение подвижной пластины.



2.1 На электроды подано постоянное напряжение  $U_0$ . Найдите силу, которая действует на подвижную пластину со стороны электрического поля в зазоре между электродами.

При расчете пренебрегайте краевыми эффектами, т.е. считайте электрическое поле однородным и существующим только в области перекрытия электродов. Напоминаем, что для расчета силы можно применить формулу «из механики»:

$$F = -\frac{\Delta W}{\Delta x},$$

где  $\Delta W$  - изменение энергии системы при смещении пластины на расстояние  $\Delta x$ . Обращаем ваше внимание: для того, чтобы пластина втягивалась внутрь зазора, необходимо чтобы при этом энергия системы уменьшалась!

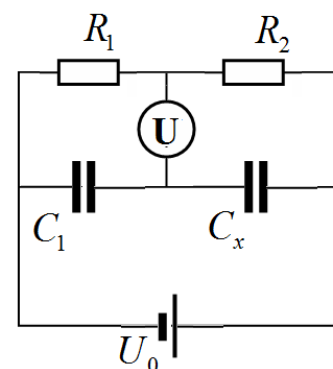
2.2 Найдите зависимость смещения подвижной пластины относительно положения равновесия в зависимости от приложенного напряжения.

2.3 Если полученная зависимость нелинейная, предложите способ ее линеаризовать, т.е. добиться того, чтобы смещение пластины было приблизительно пропорционально предложенному напряжению.

### Часть 3. «Фарадометр»

Электростатический конденсатор можно использовать для измерения емкости конденсатора.

Рассмотрите мостовую схему, приведенную на рисунке. Считайте, что значения сопротивлений и емкостей, напряжение источника известны.



3.1 Что покажет вольтметр магнитоэлектрической системы, если его включить в эту цепь?

3.2 Рассчитайте показания электростатического вольтметра, включенного в эту цепь.

Эта схема позволяет реализовать «нулевой» метод балансировки: изменяя сопротивления резисторов  $R_1$ ,  $R_2$ , можно добиться того, что напряжение на вольтметре станет равным нулю.

3.3 При каком соотношении между сопротивлениями резисторов и емкостями конденсаторов напряжение на электростатическом вольтметре будет равно нулю?



# Республиканская физическая олимпиада 2021 год (Заключительный этап)

## Теоретический тур

### 11 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
3. Подписывать рабочие листы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может, вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Желаем успехов в выполнении данных заданий!

Пакет заданий содержит:

- титульный лист (стр. 1);
- условия 3 теоретических задач (стр. 2-7);

## Задание 1. Легкая разминка

### Задача 1.1

В комнате объема  $V = 250 \text{ м}^3$  находится воздух при температуре  $t_0 = 15^\circ\text{C}$ . После включения нагревателя температура воздуха поднялась до  $t_0 = 25^\circ\text{C}$ . Атмосферное давление в комнате осталось неизменным и равным  $P = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

1.1.1 Найдите изменение внутренней энергии воздуха в комнате при его нагревании?

1.1.2 Оцените, какое количество теплоты пошло на нагревание воздуха.

Молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме равна  $C_V = \frac{5}{2}R$ , где

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$  - универсальная газовая постоянная.

### Задача 1.2

Однородная плоская мыльная пленка натянута на рамку и освещается нормально плоской монохроматической волной. Пленку медленно растягивают, увеличивая ее площадь, при этом измеряют интенсивность отраженного от пленки света. Можно считать, что объем пленки остается неизменным.

При площади пленки  $S_0$  интенсивность отраженного света достигает максимума.

При дальнейшем увеличении площади пленки на величину  $\Delta S_1 \ll S_0$  интенсивность отраженного света уменьшилась в 4 раза.

1.2 На сколько после этого надо дополнительно увеличить площадь пленки  $\Delta S_2$ , чтобы интенсивность отраженного света упала до нуля?

### Задача 1.3

Квант рентгеновского излучения с длиной волны  $\lambda_0 = 0,55 \text{ нм}$  рассеялся на свободном неподвижном электроны строго назад.

1.3 Найдите изменение длины волны  $\Delta \lambda = \lambda - \lambda_0$  рассеянного кванта.

Расчет проведите с использованием релятивистских формул для характеристик движения электрона. Так энергия электрона  $E$ , связана с его импульсом  $p$  соотношением:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4,$$

где  $c = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  - скорость света,  $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$  - масса покоя электрона, постоянная

Планка  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

## Задача 2. Негармонические колебания

### Часть 1.

Материальная точка массы  $m$  может двигаться без трения вдоль оси  $Ox$ . Зависимость ее потенциальной энергии от координаты  $x$  задается функцией

$$U(x) = ka^2 \left( \frac{x^2}{a^2} + \frac{a^2}{x^2} - 2 \right), \quad (1)$$

где  $k$  и  $a$  - известные положительные постоянные величины.

1.1 Постройте схематический график зависимости потенциальной энергии частицы от координаты  $x$ .

Точка начинает двигаться без начальной скорости, причем в начальный момент времени  $t = 0$  ее координата равна  $x = x_0$  ( $x_0 > a$ ).

- 1.2 Покажите, что движение точки будет колебательным. Укажите, будут ли эти колебания гармоническими.
- 1.3 Найдите, в каких пределах будет изменяться координата точки в процессе ее движения.
- 1.4 Найдите период малых колебаний точки, если амплитуда этих колебаний значительно меньше  $a$ .
- 1.5 Найдите период очень больших колебаний точки при  $x_0 \gg a$ .
- 1.6 Покажите, что период колебаний точки не зависит от ее начального положения  $x_0$ .

Подсказка. Рассмотрите зависимость квадрата координаты от времени  $z(t) = x^2(t)$ . Получите уравнение, описывающее изменение этой величины.

Пусть  $x_0 = 3a$ .

- 1.7 Найдите закон движения точки, т.е. зависимость ее координаты от времени  $x(t)$ .
- 1.8 Постройте схематический график зависимости  $x(t)$ . Для этого используйте относительные координаты  $\frac{x}{a}$  и  $\frac{t}{T}$ , где  $T$  - найденный период колебаний точки.



### Задача 3. Эффект Эйнштейна-де-Гааза

#### Момент импульса, момент инерции... небольшое теоретическое введение.

Существует ряд задач, в которых объектом внимания выступает вращательное движение тел. При описании вращательного движения используется такая величина как вектор момент импульса тела  $\vec{L}$ . При движении материальной точки массы  $m$  по окружности радиуса  $r$  со скоростью  $v$  модуль момента импульса равен

$$L = mvr \quad (1)$$

Направление вектора совпадает с осью вращения в соответствии с правилом правого винта (см. рис.) Вы встречались с этой величиной при изучении теории Бора (вспомните правило квантования), а также в астрономии при изучении второго закона Кеплера.

Момент импульса системы материальных точек момент импульса равен сумме моментов импульсов отдельных точек.

Для вращающегося с угловой скоростью  $\omega$  вокруг неподвижной оси тела момент импульса определяется по формуле

$$L = I\omega, \quad (2)$$

Где  $I$  - момент инерции тела, зависящей от его массы, размеров и формы. Так момент инерции однородного цилиндра относительно оси симметрии диска, перпендикулярной его плоскости, равен

$$I = \frac{1}{2}mr^2, \text{ где } r - \text{ радиус цилиндра.}$$

Для замкнутой системы суммарный момент импульса сохраняется. Если же на тело действует суммарный момент силы  $M$ , то его угловая скорость изменяется в соответствии с уравнением (аналогичным уравнению второго закона Ньютона для поступательного движения):

$$I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = M. \quad (3)$$

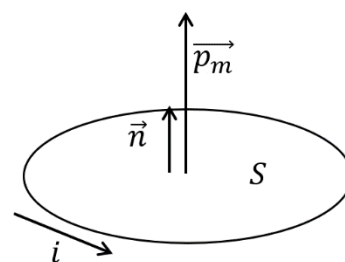
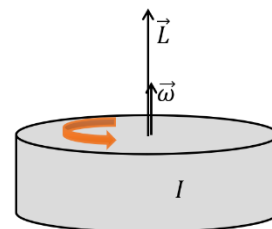
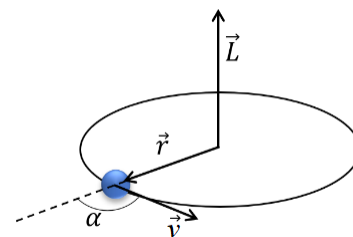
#### А есть ли какой-нибудь момент в магнетизме?

Для витка с током (и для отдельных атомов в согласии с гипотезой Ампера о молекулярных токах) вводится понятие магнитного момента  $p_m$ , который равен произведению силы тока в витке  $i$  на площадь витка  $S$ :

$$p_m = iS \quad (4)$$

Направлен вектор магнитного момента по нормали к плоскости витка также в соответствии с правилом правого винта.

Этих данных достаточно для ознакомления и осмысления работы А. Эйнштейна, написанной в соавторстве с де Гаазом, в которой описывается открытый ими эффект.



### Эффект Эйнштейна-де Гааза.

«С тех пор как Эрстед открыл, что магнитные действия вызываются не только постоянными магнитами, но и электрическими токами, существовали два, казалось, совершенно независимых способа создания магнитного поля. Такое положение вещей влекло за собой стремление считать различие в сущности этих двух источников поля лишь кажущимися и побуждало к попыткам обойтись одной-единственной причиной возбуждения магнитного поля. И вот Ампер, вскоре после открытия Эрстеда, выдвинул свою известную гипотезу молекулярных токов, позволявшую объяснить магнитные свойства (парамагнитных и ферромагнитных веществ) токами, циркулирующими в молекулах.

Так же и электронная теория, особенно в том виде, какой придал ей Г. А. Лоренц,— нуждаясь в едином понимании возникновения электромагнитных полей,— в основном придерживалась гипотезы Ампера. Но по этой теории молекулярные токи, как и вообще все электрические токи, создавались движущимися элементарными зарядами.

Несмотря на то, что эти представления о циркулирующих в атоме и молекуле элементарных зарядах (мыслившихся большей частью в виде отрицательных электронов) позволяли придерживаться единой причины происхождения электромагнитного поля, они все же вызывали самые серьезные принципиальные сомнения.»

А.Эйнштейн «Experimenteller Nachweis der Ampereschen Molekularstrome». (Mit W. J-de Haas.) Verhandl. Dtsch. Phys. Ges., 1915, 17, 152—170.

Данная часть задачи посвящена эффекту Эйнштейна-де Гааза, позволившему в 1915 г. более подробно разобраться с гипотезой Ампера о молекулярных токах, являющихся причиной возникновения магнитных свойств у веществ.

#### Справочные сведения:

Масса электрона -  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг;

Заряд электрона -  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл;

Рассмотрим классическую модель атома: положительно заряженное ядро, вокруг которого обращаются электроны по стационарным орбитам. Выделим для рассмотрения один электрон, движущийся со скоростью  $v$  по круговой орбите радиуса  $r$ .

1. Определите момент импульса  $L$  электрона.
2. Определите магнитный момент  $p_m$  электрона, связанный с его круговым движением вокруг ядра атома.
3. Получите выражение и рассчитайте численное значение для гиромангнитного отношения  $g = \frac{p_m}{L}$  – отношения магнитного момента  $p_m$  электрона к его моменту импульса  $L$ .

Гиромангнитное отношение является одной из важнейших характеристик заряженных и массивных частиц.

Одной из основных задач исследования А. Эйнштейна и В. Де Гааза состояла в экспериментальном определении гиромангнитного отношения  $g$  для подтверждения гипотезы Ампера о молекулярных токах.

### Макроскопическое проявление микроскопического намагничивания

Изменение характера намагничивания с молекулярной точки зрения описывается достаточно просто: при включении внешнего магнитного поля элементарные магнитные моменты каждого атома тела стремятся выстроиться вдоль направления магнитного поля. Перестройка данной системы приводит к изменению момента импульса каждого из электронов системы. Однако полный момент импульса тела должен остаться неизменным. Следовательно, при изменении направления внешнего магнитного поля из-за «переворота» магнитных моментов, а значит и связанных гиромагнитным отношением моментов импульса электронов, перенамагниченный образец целиком придет во вращение, что можно зафиксировать, например, по отклонению луча света зеркальцем, закрепленным на рассматриваемом образце.

§ 3. Описание экспериментального метода. Соотношение (5) в принципе можно проверить следующим образом. Цилиндр  $Z$  из мягкого железа следует подвесить (рис. 2) на тонкой нити  $F$  так, чтобы его ось была расположена вертикально и совпадала с направлением нити; период колебаний должен составлять несколько секунд. При этом цилиндр  $Z$  должен висеть внутри концентрической катушки  $S$ , посредством которой железный цилиндр можно намагничивать параллельно его оси. При изменении направления тока в катушке  $S$ , т. е. при перенамагничивании цилиндра, должны наблюдаться крутильные колебания цилиндра  $Z$ .

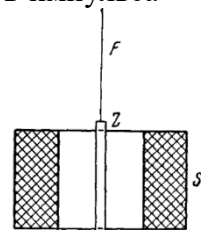
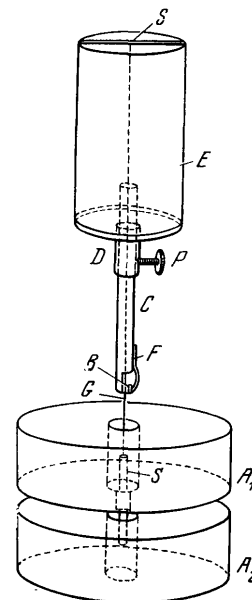


Рис. 2.

4. Запишите, как связаны между собой изменение момента импульса цилиндра с изменением магнитных моментов электронов, вращающихся вокруг атомов.
5. Определите, какую угловую скорость приобретет цилиндр массы  $m$  и радиуса  $r$ , изготовленный из вещества с молярной массой  $M$  в результате изменения направления магнитного поля на противоположное. Считайте, что в каждом атоме вещества имеется ровно один электрон, отвечающий за магнитные свойства, магнитный момент которого равен  $p_m$ .

### Основной эксперимент.

Для определения гиромагнитного отношения А. Эйнштейн и В. Де Гааз использовали следующую экспериментальную установку: Цилиндрический стерженек  $S$  из мягкого железа длиной  $l$  и диаметром  $D$  подвешивался в вертикальном магнитном переменном поле, создававшемся одинаковыми катушками  $A_1$  и  $A_2$ . Стерженек  $S$  подвешивался точно по оси катушек на стеклянной нити  $G$ , приклеенной в отверстии на верхнем торце стерженька. Стеклянная нить  $G$  диаметром  $d$  вверху прикреплялась к поперечному стержню, вставленному в широкую латунную трубку  $E$ , удерживаемую штативом. Для изменения действующей длины подвешивающей нити  $G$  и для установления резонанса служило следующее приспособление: широкая трубка  $E$  внизу имела более узкое горло, внутри которого помещалась передвигаемая вертикально латунная трубка  $C$ , фиксируемая винтом  $P$ . Трубка  $C$  внизу имела зажим  $B$ , щеки которого прижимались друг к другу латунной пружиной  $F$ . Припаянная горизонтально к нижнему краю одной из щек поперечная проволочка обеспечивала точность зажима подвешивающей нити на строго определенной высоте. На стерженьке  $S$  на высоте промежутка между катушками  $A_1$  и  $A_2$  были укреплены два зеркальца, изготовленные из покровных стекол для микроскопа, которые отражали пучок света на шкалу, располагавшуюся на расстоянии  $x$ .



**Приближения, построенные в ходе экспериментов:**

1) Использовался ферромагнитный образец, в котором намагничение быстро достигало насыщения, т.е. все магнитные моменты достаточно быстро перестраивались во внешнем переменном магнитном поле. Было установлено, что при таком режиме механический момент, закручивающий цилиндр, равен  $M_3 = \frac{4P_m}{\pi g} \omega \cos \omega t$ , где  $\omega$  - частота переменного тока, пропускаемого через катушку вокруг исследуемого цилиндра,  $P_m$  - полный магнитный момент цилиндра при насыщении.

2) Для более точного определения гиромагнитного отношения исследовался резонанс, т.е. явление резкого изменения амплитуды вынужденных колебаний цилиндра, подвешенного на упругой нити, при совпадении частоты переменного магнитного поля с собственной частотой  $\omega_0$  крутильных колебаний цилиндра.

3) На вращающийся цилиндр действует момент сил вязкого трения прямо пропорциональный угловой скорости вращения цилиндра  $M_{\text{торм}} = -k\omega$  ( $k$  - известный коэффициент пропорциональности).

**6. На основании приближений, сформулированных в работе, составьте уравнение, описывающее динамику вращательного движения цилиндра в переменном магнитном поле.**

Полученное вами уравнение представляет собой уравнение вынужденных колебаний. Спустя длительный промежуток времени зависимость угловых колебаний цилиндра описывается функцией  $\alpha(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ .

**7. Найдите решение уравнения колебаний стержня при условии резонанса, когда частота изменения магнитного поля совпадает с собственной частотой колебаний стержня, т.е. определите параметры  $A$  и  $\varphi$  в законе движения.**

Численные значения параметров установки, представленные в работе, следующие:  $I = 0,0126$ ,  $P_m = 458$ ,  $|\alpha|_{\text{max}} = 0,320 \cdot 10^{-2}$ ,  $k = 2,1 \cdot 10^{-6}$ . Все данные представлены в одной системе единиц.

**8. Определите по этим данным гиромагнитное отношение. Сравните полученный результат с результатом, рассчитанным в п. 3 данной задачи.**

Следует отметить, что спустя несколько лет после выхода статьи А. Эйнштейна в свет было установлено, что полученные результаты не совсем корректны. («великие» тоже ошибаются!). Оказалось, что полученное значение гиромагнитного отношения занижено примерно в два раза. Последующие более точные эксперименты также дали значение примерно в два раза превышающее приведенное в рассматриваемой работе.

**9. Предложите гипотезу, объясняющую вновь найденное значение гиромагнитного отношения.**