

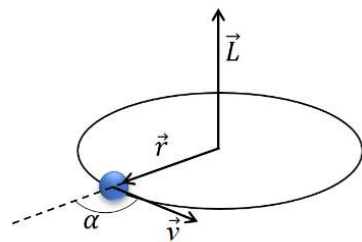
Условие

Задача 3. Эффект Эйнштейна-де-Гааза

Момент импульса, момент инерции... небольшое теоретическое введение.

Существует ряд задач, в которых объектом внимания выступает вращательное движение тел. При описании вращательного движения используется такая величина как вектор момент импульса тела $\vec{L}$. При движении материальной точки массы m по окружности радиуса r со скоростью v модуль момента импульса равен

$$L = mvr \quad (1)$$

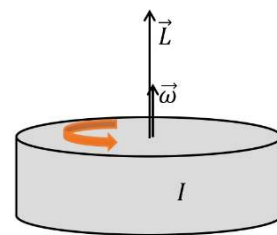


Направление вектора совпадает с осью вращения в соответствии с правилом правого винта (см. рис.) Вы встречались с этой величиной при изучении теории Бора (вспомните правило квантования), а также в астрономии при изучении второго закона Кеплера. Момент импульса системы материальных точек момент импульса равен сумме моментов импульсов отдельных точек. Для вращающегося с угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси тела момент импульса определяется по формуле

$$L = I\omega, \quad (2)$$

Где I - момент инерции тела, зависящей от его массы, размеров и формы. Так момент инерции однородного цилиндра относительно оси симметрии диска, перпендикулярной его плоскости, равен $I = \frac{1}{2}mr^2$, где r - радиус цилиндра. Для замкнутой системы суммарный момент импульса сохраняется. Если же на тело действует суммарный момент силы M , то его угловая скорость изменяется в соответствии с уравнением (аналогичным уравнению второго закона Ньютона для поступательного движения):

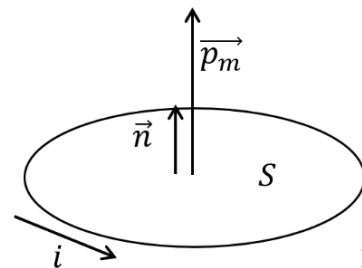
$$I \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = M. \quad (3)$$



А есть ли какой-нибудь момент в магнетизме?

Для витка с током (и для отдельных атомов в согласии с гипотезой Ампера о молекулярных токах) вводится понятие магнитного момента p_m , который равен произведению силы тока в витке i на площадь витка S :

$$P_m = iS \quad (4)$$



Направлен вектор магнитного момента по нормали к плоскости витка также в соответствии с правилом правого винта. Этих данных достаточно для ознакомления и осмысления работы А. Эйнштейна, написанной в соавторстве с де Гаазом, в которой описывается открытый ими эффект.

Эффект Эйнштейна-де Гааза.

«С тех пор как Эрстед открыл, что магнитные действия вызываются не только постоянными магнитами, но и электрическими токами, существовали два, казалось, совершенно независимых способа создания магнитного поля. Такое положение вещей влекло за собой стремление считать различие в сущности этих двух источников поля лишь кажущимися и побуждало к попыткам обойтись одной-единственной причиной возбуждения магнитного поля. И вот Ампер, вскоре после открытия Эрстеда, выдвинул свою известную гипотезу молекулярных токов, позволявшую объяснить магнитные свойства (парамагнитных и ферромагнитных веществ) токами, циркулирующими в молекулах. Так же и электронная теория, особенно в том виде, какой придал ей Г. А. Лоренц, — нуждаясь в едином понимании возникновения электромагнитных полей, — в основном придерживалась гипотезы Ампера. Но по этой теории молекулярные токи, как и вообще все электрические токи, создавались движущимися элементарными зарядами. Несмотря на то, что эти представления о циркулирующих в атоме и молекуле элементарных зарядах (мыслившихся большей частью в виде отрицательных электронов) позволяли придерживаться единой причины происхождения электромагнитного поля, они все же вызывали самые серьезные принципиальные сомнения.» А.Эйнштейн «Experimenteller Nachweis der Ampereschen Molekularströme». (Mit W. J-de Haas.) Verhandl. Dtsch. Phys. Ges., 1915, 17, 152—170.

Данная часть задачи посвящена эффекту Эйнштейна-де Гааза, позволившему в 1915 г. более подробно разобраться с гипотезой Ампера о молекулярных токах, являющихся причиной возникновения магнитных свойств у веществ.

Справочные сведения: Масса электрона - $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг; Заряд электрона - $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл; Рассмотрим классическую модель атома: положительно заряженное ядро, вокруг которого обращаются электроны по стационарным орбитам. Выделим для рассмотрения один электрон, движущийся со скоростью v по круговой орбите радиуса r .

1. Определите момент импульса L электрона. 2. Определите магнитный момент p_m электрона, связанный с его круговым движением вокруг ядра атома. 3. Получите выражение и рассчитайте численное значение для гиромагнитного отношения $g = \frac{p_m}{L}$ — отношения магнитного момента p_m электрона к его моменту импульса L .

Гиромагнитное отношение является одной из важнейших характеристик заряженных и массивных частиц. Одной из основных задач исследования А. Эйнштейна и В. Де Гааза состояла в экспериментальном определении гиромагнитного отношения g для подтверждения гипотезы Ампера о молекулярных токах.

Макроскопическое проявление микроскопического намагничивания

Изменение характера намагничивания с молекулярной точки зрения описывается достаточно

просто: при включении внешнего магнитного поля элементарные магнитные моменты каждого атома тела стремятся выстроиться вдоль направления магнитного поля. Перестройка данной системы приводит к изменению момента импульса каждого из электронов системы. Однако полный момент импульса тела должен остаться неизменным. Следовательно, при изменении направления внешнего магнитного поля из-за «переверота» магнитных моментов, а значит и связанных гиромангнитным отношением моментов импульса электронов, перенамагниченный образец целиком придет во вращение, что можно зафиксировать, например, по отклонению луча света зеркальцем, закрепленным на рассматриваемом образце.

§ 3. *Описание экспериментального метода.* Соотношение (5) в принципе можно проверить следующим образом. Цилиндр Z из мягкого железа следует подвесить (рис. 2) на тонкой нити F так, чтобы его ось была расположена вертикально и совпадала с направлением нити; период колебаний должен составлять несколько секунд. При этом цилиндр Z должен висеть внутри концентрической катушки S , посредством которой железный цилиндр можно намагничивать параллельно его оси. При изменении направления тока в катушке S , т. е. при перенамагничивании цилиндра, должны наблюдаться крутильные колебания цилиндра Z .

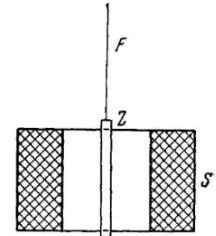


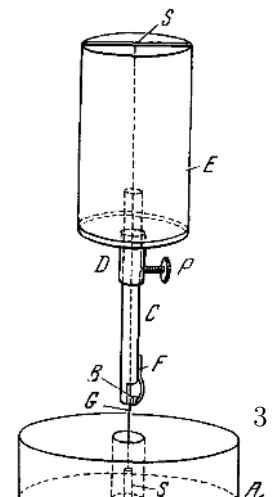
Рис. 2.

§ 3. *Описание экспериментального метода.* Соотношение (5) в принципе можно проверить следующим образом. Цилиндр Z из мягкого железа следует подвесить (рис. 2) на тонкой нити F так, чтобы его ось была расположена вертикально и совпадала с направлением нити; период колебаний должен составлять несколько секунд. При этом цилиндр Z должен висеть внутри концентрической катушки S , посредством которой железный цилиндр можно намагничивать параллельно его оси. При изменении направления тока в катушке S , т. е. при перенамагничивании цилиндра, должны наблюдаться крутильные колебания цилиндра Z .

4. Запишите, как связаны между собой изменение момента импульса цилиндра с изменением магнитных моментов электронов, вращающихся вокруг атомов. 5. Определите, какую угловую скорость приобретет цилиндр массы m и радиуса r , изготовленный из вещества с молярной массой M в результате изменения направления магнитного поля на противоположное. Считайте, что в каждом атоме вещества имеется ровно один электрон, отвечающий за магнитные свойства, магнитный момент которого равен p_m .

Основной эксперимент.

Для определения гиромангнитного отношения А. Эйнштейн и В. Де Гааз использовали следующую экспериментальную установку: Цилиндрический стержень S из мягкого железа длиной l и диаметром D подвешивался в вертикальном магнитном переменном поле, создававшемся одинаковыми катушками A_1 и A_2 . Стержень S подвешивался точно по оси катушек на стеклянной нити G , приклеенной в отверстии на верхнем торце стерженька. Стеклянная нить G диаметром d вверху прикреплялась к поперечному стержню, вставленному в широкую латунную трубку E , удерживаемую штативом. Для изменения действующей длины подвешивающей нити G и для установления резонанса служило следующее



приспособление: широкая трубка E внизу имела более узкое горло, внутри которого помещалась передвигаемая вертикально латунная трубка C , фиксируемая винтом P . Трубка C внизу имела зажим B , щеки которого прижимались друг к другу латунной пружиной F . Припаянная горизонтально к нижнему краю одной из щек поперечная проволочка обеспечивала точность зажима подвешивающей нити на строго определенной высоте. На стерженьке S на высоте промежутка между катушками A_1 и A_2 были укреплены два зеркальца, изготовленные из покровных стекол для микроскопа, которые отражали пучок света на шкалу, располагавшуюся на расстоянии x .

Приближения, построенные в ходе экспериментов:

- 1) Использовался ферромагнитный образец, в котором намагничение быстро достигало насыщения, т.е. все магнитные моменты достаточно быстро перестраивались во внешнем переменном магнитном поле. Было установлено, что при таком режиме механический момент, закручивающий цилиндр, равен $M_3 = \frac{4P_m}{\pi g} \omega \cos \omega t$, где ω - частота переменного тока, пропускаемого через катушку вокруг исследуемого цилиндра, P_m - полный магнитный момент цилиндра при насыщении.
- 2) Для более точного определения гиромагнитного отношения исследовался резонанс, т.е. явление резкого изменения амплитуды вынужденных колебаний цилиндра, подвешенного на упругой нити, при совпадении частоты переменного магнитного поля с собственной частотой ω_0 крутильных колебаний цилиндра.
- 3) На вращающийся цилиндр действует момент сил вязкого трения прямо пропорциональный угловой скорости вращения цилиндра $M_{\text{тр}} = -k\omega$ (k - известный коэффициент пропорциональности).

6. На основании приближений, сформулированных в работе, составьте уравнение, описывающее динамику вращательного движения цилиндра в переменном магнитном поле.

Полученное вами уравнение представляет собой уравнение вынужденных колебаний. Спустя длительный промежуток времени зависимость угловых колебаний цилиндра описывается функцией $\alpha(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$.

7. Найдите решение уравнения колебаний стержня при условии резонанса, когда частота изменения магнитного поля совпадает с собственной частотой колебаний стержня, т.е. определите параметры A и φ в законе движения.

Численные значения параметров установки, представленные в работе, следующие: $I = 0,0126$, $P_m = 458$, $|\alpha|_{\max} = 0,320 \cdot 10^{-2}$, $k = 2,1 \cdot 10^{-6}$. Все данные представлены в одной системе единиц.

8. Определите по этим данным гиромагнитное отношение. Сравните полученный результат с результатом, рассчитанным в п. 3 данной задачи.

Следует отметить, что спустя несколько лет после выхода статьи А. Эйнштейна в свет было установлено, что полученные результаты не совсем корректны. («великие» тоже ошибаются!).

Оказалось, что полученное значение гиромагнитного отношения занижено примерно в два раза. Последующие более точные эксперименты также дали значение примерно в два раза превышающее приведенное в рассматриваемой работе.

9. Предложите гипотезу, объясняющую вновь найденное значение гиромагнитного отношения.