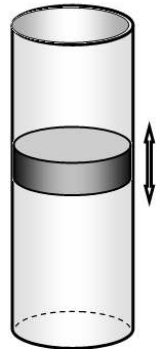


-1. Разминка

Условие

Задание 11-1. Разминка

Задание состоит из 3 не связанных между собой задач.



Задача 1.1 Вертикальный цилиндрический сосуд с газом закрыт массивным подвижным поршнем. Поршень может совершать малые гармонические колебания в вертикальном направлении. Если считать процесс сжатия-расширения газа изотермическим, то расчетное значение периода колебаний равно T_0 .

1.1.1 Найдите, чему будет равен период колебаний поршня, если считать процесс сжатия-расширения газа адиабатическим. Показатель адиабаты газа - γ

Подсказки. 1. Уравнение адиабатического процесса идеального газа имеет вид

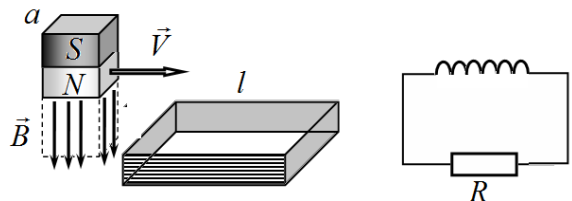
$$PV^\gamma = \text{const.} \quad (1)$$

Где P - давление газа, V - его объем, γ - показатель адиабаты газа. 2. При $x \ll 1$ и любых β справедлива приближенная формула

$$(1 + x)^\beta \approx 1 + \beta x. \quad (2)$$

Задача 1.2

Проволочная рамка содержит N витков. Рамка имеет форму квадрата со стороной длины l . Рамка подключена к резистору с сопротивлением R . Электрическим сопротивлением и индуктивностью рамки можно пренебречь. Над рамкой пролетает с постоянной скоростью $\vec{V}$ постоянный

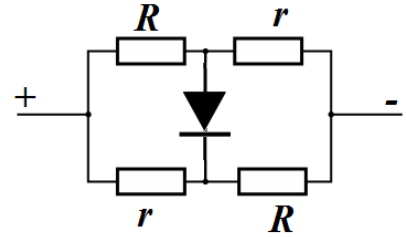


магнит, поперечное сечение которого имеет форму квадрата со стороной $a = \frac{l}{2}$. Магнитное поле магнита существует только у торцов, причем его можно считать однородным, индукция этого поля равна B (см. рисунок).

1.2.1 Постройте график зависимости напряжения на резисторе от времени $U(t)$ за время пролета магнита над рамкой. Укажите характерные точки этого графика.

Задача 1.3

В схеме, показанной на рисунке, диод является идеальным: при прямом подключении (когда направление тока совпадает со «стрелкой» диода на схеме) его сопротивление пренебрежимо мало, при обратном подключении диода сопротивление бесконечно велико. При указанной на схеме полярности подключения источника общее сопротивление цепи равно $R_1 = 8,0$ Ом, при изменении полярности источника сопротивление цепи становится равным $R_2 = 9,0$ Ом.



1.3.1 Найдите, чему равны сопротивления резисторов R и r на схеме.

Решение

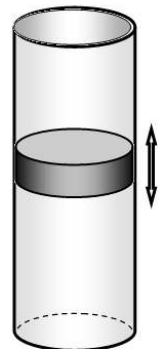
Задание 11-1. Разминка

Задача 1.1

Уравнение 2 закона Ньютона для поршня имеет вид

$$ma = mg + \Delta PS \quad (1)$$

Здесь ΔP разность давления воздуха под поршнем и атмосферным давлением. Если поршень смещается на малую величину x , то давление также будет изменяться на малую величину. Для изотермического процесса справедливо уравнение



$$PV = \text{const.} \quad (2)$$

Из которого найдем изменение давления: $P = \frac{P_0 h}{h+x}$ здесь P_0 - давление газа в сосуде, когда поршень находится в равновесии на высоте h . При малых x можно записать

$$P = \frac{P_0 h}{h+x} \approx P_0 \left(1 - \frac{x}{h}\right). \quad (3)$$

Подстановка этого выражения в уравнение (1) приводит к уравнению гармонических колебаний:

$$ma = -P_0 S \frac{x}{h} \quad (4)$$

Период этих колебаний

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{P_0 S}{mh}}. \quad (5)$$

Для адиабатического процесса изменение давления определяется уравнением адиабаты:

$$P = P_0 \left(\frac{h}{h+x} \right)^\gamma \approx P_0 \left(1 - \gamma \frac{x}{h} \right) \quad (6)$$

Тогда уравнение второго закона Ньютона примет вид

$$ma = -\gamma P_0 S \frac{x}{h}. \quad (7)$$

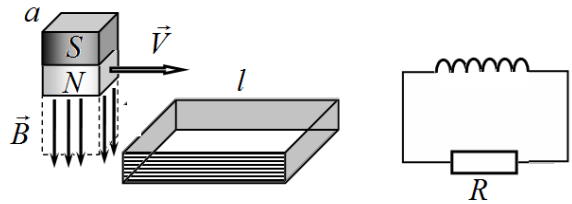
Период этих колебаний

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\gamma \frac{P_0 S}{mh}} = T_0 \sqrt{\gamma}. \quad (8)$$

Задача 1.2

Магнитный поток через рамку описывается функцией

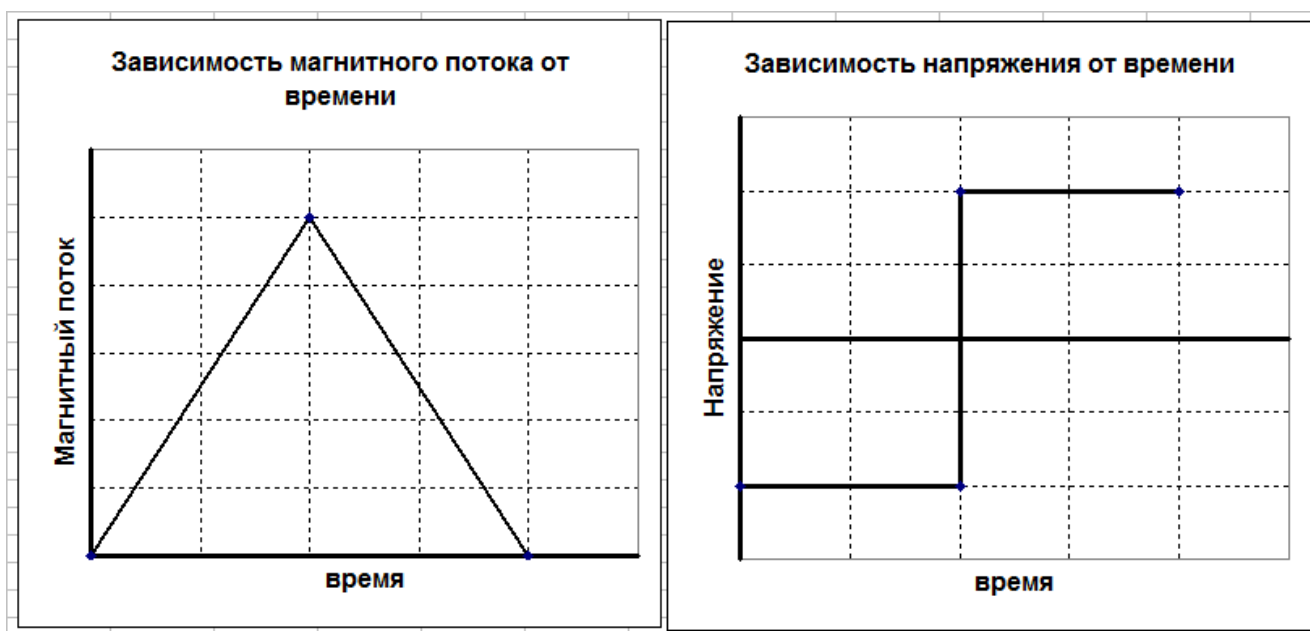
$$\Phi = \begin{cases} B \frac{l}{2} V t, & \text{при } 0 < t < \frac{l}{2V} \\ B \frac{l}{2} (l - V t) & \text{при } \frac{l}{2V} < t < \frac{l}{V} \end{cases} \quad (1)$$



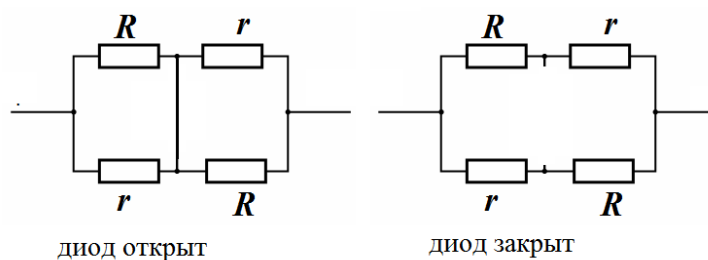
Тогда по закону Фарадея ЭДС индукции и напряжение на резисторе равно

$$U = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \begin{cases} -B \frac{l}{2} V, & \text{при } 0 < t < \frac{l}{2V} \\ B \frac{l}{2} V & \text{при } \frac{l}{2V} < t < \frac{l}{V} \end{cases} \quad (2)$$

Графики этих функций показаны на рисунке.



Задача 1.3



При открытом диоде (см. рис.) Сопротивление схемы равно

$$R_1 = 2 \frac{Rr}{R+r}. \quad (1)$$

При закрытом диоде –

$$R_2 = \frac{R+r}{2}. \quad (2)$$

Из этой системы уравнений следует, что возможные значения сопротивлений равны 18,0 Ом и 6,0 Ом, причем общее сопротивление равно 9,0 Ом при закрытом диоде. Следовательно, при полярности, указанной на рисунке в условии задачи, диод открыт. Поэтому сопротивления связаны соотношением $R < r$. Отсюда окончательно следует, что

$$\begin{aligned} R &= 6,0 \text{ Ом} \\ r &= 18,0 \text{ Ом} \end{aligned} \quad (3)$$