

Условие

Задание 1. «Плодотворная дебютная идея»

Задание состоит из 4 не связанных между собой задач.

Задача 1.1

Пожилая бабушка медленно, но равномерно поднимается по лестнице в подъезде своего дома. На второй этаж она поднялась за одну минуту. За какое время она поднимется на 4 этаж? Дайте ответ для бабушки, живущей в Минске и для бабушки, живущей в Лондоне. Все времена отсчитываются от момента, когда бабушка ступила на первую ступеньку лестницы.

Задача 1.2

При проектировании небоскребов одной из важных проблем является расчет необходимой глубины котлована для фундамента здания. Предложите простой способ такого расчета: масса всего здания m , площадь основания S , средняя плотность грунта ρ . Какова должна быть глубина котлована?

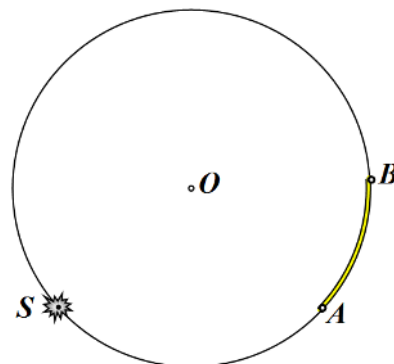
Задача 1.3

Счетчик Гейгера – прибор для регистрации движущихся заряженных частиц (возникающих, например, при радиоактивном распаде). Одним из способов измерения характеристик потоков частиц является измерение среднего времени между регистрациями частиц. В лаборатории имеется два источника частиц. Если к счетчику поднести первый источник, то среднее время между регистрациями частиц равно $\tau_1 = 10$ мс, если поднести второй источник, то среднее время между регистрациями частиц оказывается равным $\tau_2 = 15$ мс. Чему будет равно среднее время между регистрациями частиц, если к источнику понести оба источника?

Задача 1.4

На стене круглой комнаты находится точечный источник света S . Какая-то часть стены комнаты сделана зеркальной. Благодаря чему на стенке появляется дополнительная освещенная область, обозначенная на рисунке AB . С помощью построений найдите положение зеркальной части стены. Покажите также на рисунке ход лучей, дополнительно освещающих указанную область.

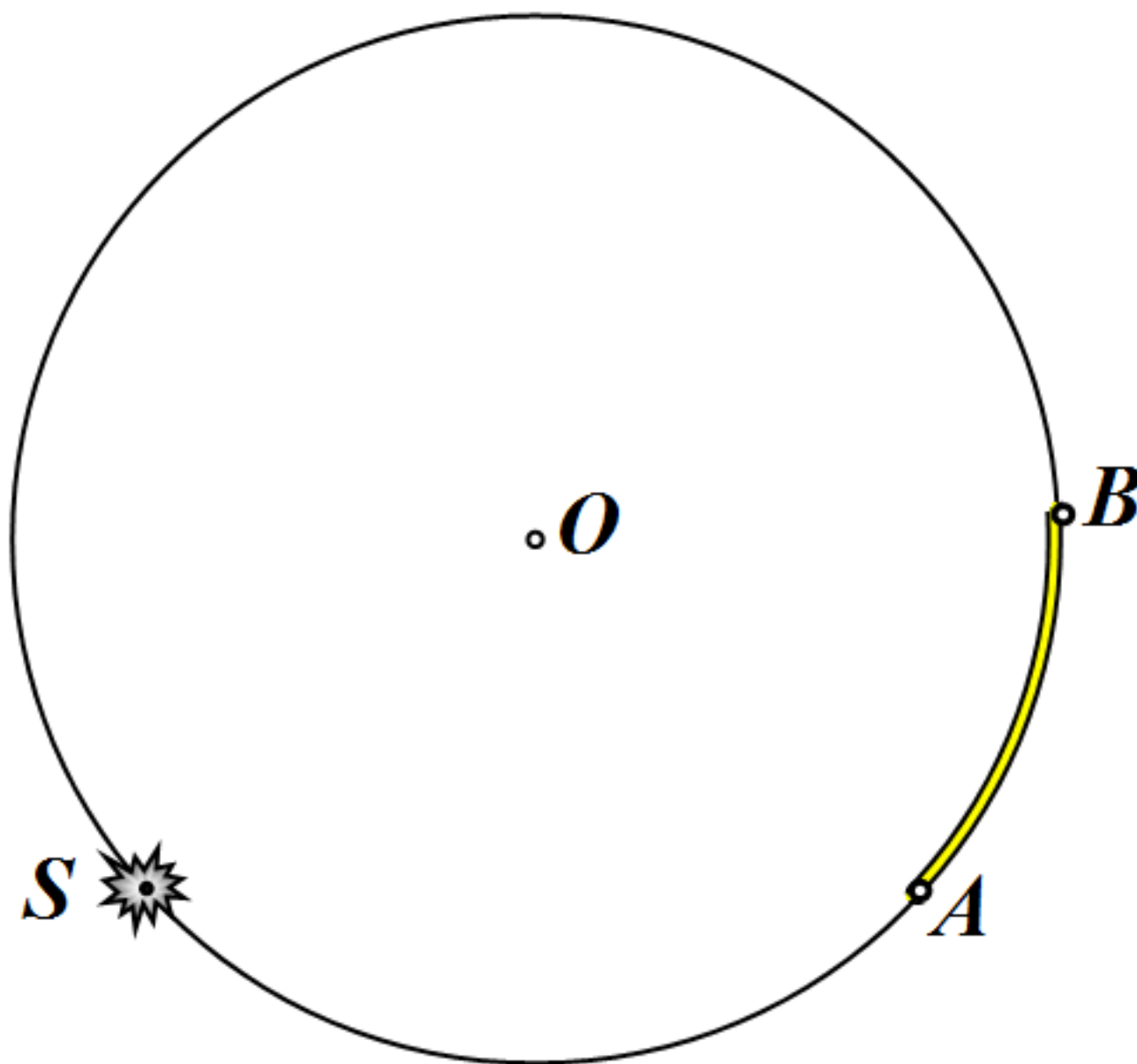
***На отдельном бланке этот рисунок сделан в большем масштабе.



Построения проведите на этом же бланке. Не забудьте его сдать!***

Бланк к заданию 9-1.

Задача 1.4 Круглая комната, источник и блик от зеркала.



Решение

Задание 1. «Плодотворная дебютная идея»

Задача 1.1

Отличие Минска от Лондона заключается в нумерации этажей. В Беларуси она начинается с первого этажа, поэтому, когда бабушка поднялась на второй этаж, она преодолела подъем в один этаж. Для подъема на 4 этаж ей надо преодолеть 3 этажа, на что потребуется время – 3 минуты. В Англии нумерация начинается с нулевого этажа (нижний – *ground floor*). Поэтому, поднявшись на второй этаж, бабушка поднялась на два этажа за одну минуту, а для того, чтобы подняться на 4 этаж, ей надо подняться на 4 этажа, на что потребуется времени в два раза больше, т.е. 2 минуты.

Задача 1.2

Если масса вынутого грунта будет равна массе здания, то нижележащие слои не будут испытывать никакой дополнительной нагрузки при возведении здания. Из этого условия легко определить:

$$m = \rho Sh \Rightarrow h = \frac{m}{\rho S}. \quad (1)$$

Задача 1.3

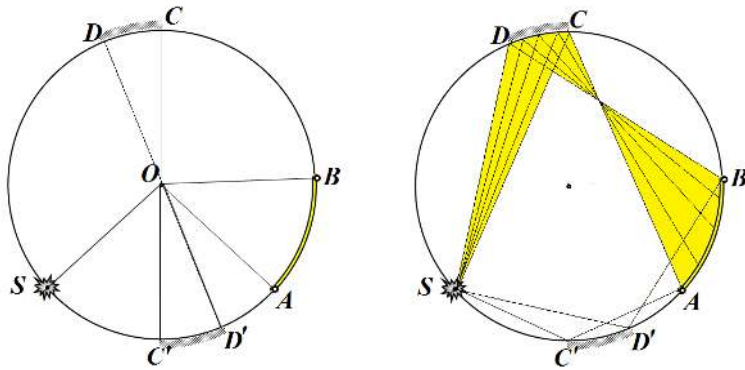
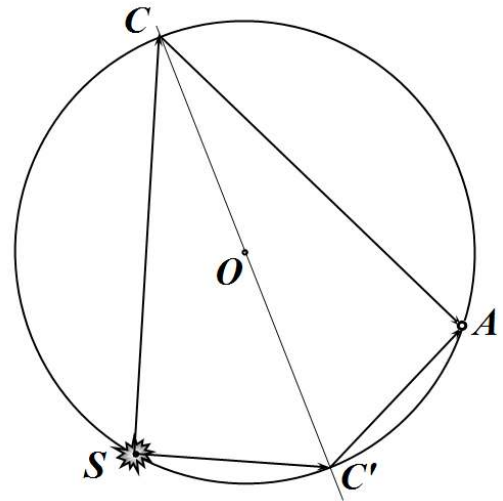
Легко сообразить, что величина обратная времени между регистрациями $\frac{1}{\tau}$ имеет смысл среднего числа частиц, попадающих в счетчик за единицу времени (интенсивность потока). Понятно, что именно интенсивности потоков необходимо складывать: если первый источник посылает в единицу времени $\frac{1}{\tau_1}$ частиц, а второй – $\frac{1}{\tau_2}$ частиц, то вместе они посылают $\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$ частиц. Поэтому среднее время между частицами в этом случае будет определяться по формуле

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \Rightarrow \tau = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} = 6,0 \text{ мс} \quad (2)$$

Можно предложить еще одно наглядное решение этой задачи. Вместо частиц рассмотрим автобусы: автобусы одного маршрута следуют со средним интервалом 10 минут, второго с интервалом 15 минут. Чему равен средний интервал между автобусами двух маршрутов? Решение: за одну минуту приходит $1/10$ автобуса первого маршрута и $1/15$ автобуса второго. Всего за минуту приходит $1/10 + 1/15 = 5/30 = 1/6$ часть автобуса. Следовательно, чтобы пришел «целый» автобус необходимо ждать 6 минут.

Задача 1.4

Сначала разберемся с ходом световых лучей при отражении от зеркала. Пусть луч от источника S попадает в точку C (в области зеркала), отражается от нее и попадает на стенку в точке A . По закону отражения света угол падения равен углу отражения. Нормалью к точке падения является радиус, поэтому углы $\angle SCO$ и $\angle OCA$ равны. Следовательно, точка, в которой произошло отражение, делит дугу SA на две равные части. Заметим, что в точку A луч может попасть, отразившись и в точке C' симметричной точке C . Поэтому данная задача имеет два решения!



Края освещенной части соответствуют лучам, отраженным от краев зеркальной части. Это позволяет найти края зеркала: делим дуги SA пополам, находим точки C и C' ; делим дуги SB - находим точки D и D' . Эти точки являются краями зеркал DC и $D'C'$ - который являются двумя возможными решениями данной задачи. На левом рисунке показан ход лучей от верхнего зеркала, важно отметить, что все отраженные лучи пересекаются в одной точке.