

Условие

Задача 11-3 Преломление... звука

Так как и звук, и свет являются волнами (конечно, разной природы), то законы распространения звука и света аналогичны. Например, в однородных средах и свет, и звук распространяются прямолинейно; преломление световых и звуковых лучей подчиняется закону Снеллиуса и т.д.

Часть 1. Скорость звука в воздухе.

Скорость звука в газе (молярная масса которого равна M) зависит от давления P и плотности газа ρ по формуле, которую можно представить в виде

$$c = AP^\alpha \rho^\beta \quad (1)$$

Здесь A - безразмерный коэффициент пропорциональности.

1.1 Используя метод размерностей, определите показатели степеней α, β в этой формуле.
1.2 Найдите зависимость скорости звука в газе от абсолютной температуры T . Считайте, что коэффициент A в формуле (1) известен. 1.3 Пусть скорость звука при температуре T_0 равна c_0 . Произвольную температуру представим в виде $T = T_0 + \Delta T$. Получите формулу для зависимости скорости звука от величины ΔT . В этой формуле все параметры должны быть точно известны.

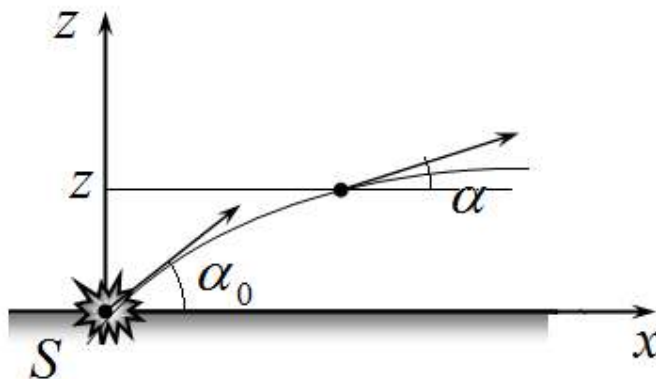
Часть 2. Распространение звука в неоднородно нагретой атмосфере.

Пусть температура воздуха изменяется с высотой z по закону

$$T = T_0 + \gamma z \quad (2)$$

Параметры этой зависимости считайте известными, параметр γ может быть как положительным, так и отрицательным.

При распространении звука в описанной атмосфере звуковые лучи слегка искривляются. Пусть источник звука S находится на поверхности земли, которую будем считать плоской. Совместим с этим источником начало системы координат (x, z) , как показано на рисунке. Рассмотрим звуковой луч, выходящий из источника под углом α_0 к горизонту.



2.1 Нарисуйте схематически семейство лучей, выходящих из источника в двух случаях: если параметр γ в формуле (2) положительный $\gamma > 0$; если он отрицательный $\gamma < 0$.

Далее будем считать, температура воздуха у поверхности земли равна $t_0 = 20^\circ C$

(при этой температуре скорость звука равна $c_0 = 340 \frac{M}{c}$) и уменьшается на $1^\circ C$ при подъеме на каждые 100 метров.

2.2 Получите зависимость скорости звука от высоты при заданных условиях $c(z)$. Рассчитайте численные значения параметров в полученной формуле.

Математические подсказки. 1. При малом изменении температуры траекторию луча можно приближенно считать параболой, описываемой функцией $z(x)$. Кроме того, рассматриваются лучи, распространяющиеся под малыми углами α к горизонту. В этом приближении (с точностью до малых второго порядка α^2) справедливы приближенные формулы

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \approx \alpha$$

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2} \quad (3)$$

2.3 Запишите в явном виде квадратичную функцию $z = f(x)$, график которой проходит через начало координат. 2.4 Выразите ее производную $f'(x)$ как функцию x .

В дальнейшем используйте полученное соотношение для описания траекторий лучей в квадратичном приближении.

2.5 Получите уравнение луча, выходящего из источника под углом α_0 к горизонту, используя квадратичное приближение. 2.6 На каком максимальном расстоянии от источника может слышать звук человек, уши которого находятся на высоте 2,0 м над поверхностью земли? Затуханием звука в воздухе можно пренебречь.

Часть 3. Не кричите против ветра!

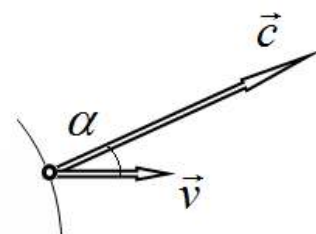
В данной части задачи температуру воздуха будем считать постоянной и равной $t_0 = 20^\circ C$. Но над поверхностью земли дует постоянный ветер, скорость которого направлена горизонтально и возрастает с высотой по линейному закону

$$v(z) = v_0 + \beta z \quad (4)$$

Где $v_0 = 10 \frac{M}{c}$, $\beta = 5,0 \cdot 10^{-2} c^{-1}$ - постоянные величины. Источник звука по-прежнему находится на поверхности земли, используйте прежнюю систему координат.

При распространении звука в движущемся воздухе скорость распространения звукового волнового фронта равна сумме скоростей звука в неподвижном воздухе c_0 и нормальной (к волновому фронту) составляющей скорости ветра $\vec{v}$

$$c = c_0 + v \cos \alpha \quad (5)$$



3.1 Нарисуйте схематически семейство звуковых лучей, распространяющихся от источника под разными углами как по ветру, так и против ветра. **3.2** Пусть звуковой луч на высоте z распространяется под углом α к горизонту. Получите уравнение, описывающее изменение угла α при малом изменении высоты Δz . **3.3** Получите функцию $z(x)$, описывающую траекторию луча, вышедшего под углом α_0 из источника в квадратичном приближении. Рассмотрите лучи, распространяющиеся по ветру и против ветра. **3.4** На основании вашего решения задачи, кратко сформулируйте основную причину того, что по ветру звук распространяется дальше, чем против ветра.