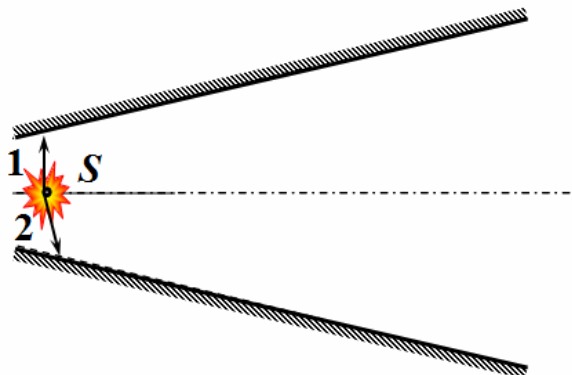


## Условие

### Задача 3. Зеркала.

Точечный источник света  $S$  находится на равных расстояниях от двух плоских зеркал, как показано на рисунке. Используя циркуль и линейку, постройте ход лучей 1 и 2 до их выхода из зеркал.

Построения выполняйте на отдельном бланке к этой задаче. Кратко опишите ход ваших построений. Основной критерий оценивания данной задачи – точность построения.



### Задача 9.2 Графен, графит, алмаз.

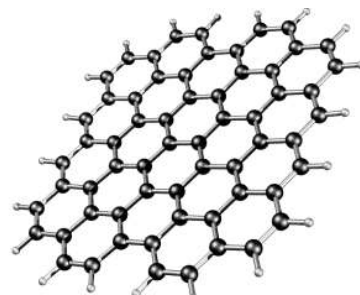
Углерод – химический элемент четвертой группы таблицы Менделеева. Валентность углерода равна 4, поэтому он может легко соединяться с другими атомами углерода, образуя различные разветвленные структуры. В данной задаче вам предстоит рассмотреть некоторые известные формы чистого углерода.

Молярная масса углерода  $M = 12,0 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ . Постоянная Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Нанометр – единица длины, используемая в атомной физике  $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ .

#### Часть 1. Графен<sup>1</sup>

Графен – двумерная модификация углерода, образованная слоем атомов углерода толщиной в один атом, соединённых в гексагональную (шестиугольную) двумерную кристаллическую решётку (рис. 1).



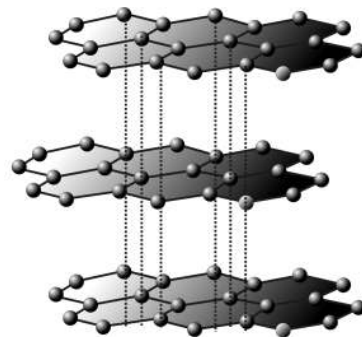
Расстояние между ближайшими атомами в пленке графена равно  $a_0 = 0,142 \text{ нм}$ .

1.1 Рассчитайте поверхностную плотность графена.

Поверхностной плотностью называется масса единицы площади

$$\sigma = \frac{m}{S}.$$

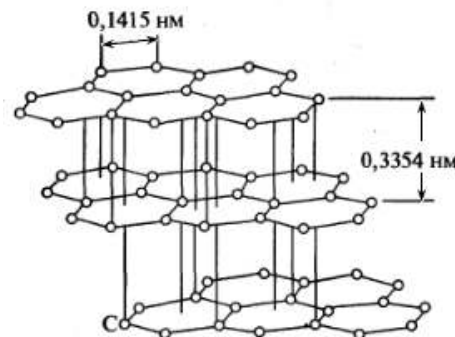
## Часть 2. Графит



На рисунке показана  $\alpha$ -модификация кристаллической решётки графита. Структура данной решётки слоистая. Каждый слой строится из правильных шестиугольников, в вершинах которых находятся атомы углерода. Соседние слои смещены относительно друг друга так, что половина атомов второго слоя располагается над центрами шестиугольников первого (нижнего) слоя и под центрами шестиугольников третьего (верхнего) слоя. Первый и третий слои повторяют друг друга.

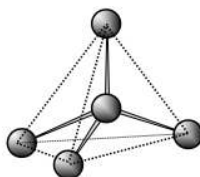
2.1 Изобразите расположение атомов в двух соседних слоях при виде «сверху». Для этого используйте бланк к задаче. Штриховкой выделена пара шестиугольников, расположенные один под другим. В каждом слое атомы должны заполнять всю нарисованную сетку.

2.2 Рассчитайте плотность графита. Атомы углерода, находящиеся в соседних вершинах шестиугольника, отстоят друг от друга на величину  $a_1 = 0,1415$  нм, а соседние плоскости удалены друг от друга на  $h = 0,3354$  нм (рис. 3).



<sup>1</sup> За «передовые опыты с двумерным материалом — графеном» А. К. Гейму и К. С. Новосёлову была присуждена Нобелевская премия по физике за 2010 год

## Часть 3. Алмаз



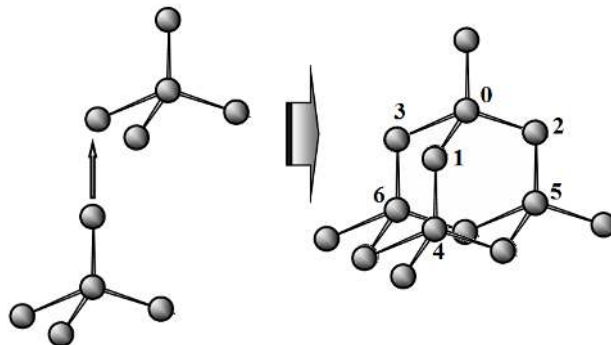
В кристаллической решетке алмаза все атомы углерода находятся «в равных условиях»: каждый атом соединен ковалентными связями с четырьмя соседними атомами, находящимися в вершинах правильной треугольной пирамиды - тетраэдра (рис. 4).

Расстояние между соседними атомами в кристаллической решетке алмаза равно  $a_2 = 0,153$  нм.

Рис. 4

Представить себе кристаллическую решетку алмаза можно следующим образом. Возьмем «четверку атомов», расположим ее вертикально, а затем к каждому из трех нижних атомов присоединим еще три таких же четверки, далее процесс присоединения можно продолжить (рис. 5).

Рис. 5



3.1 На бланке к задаче укажите расположение атомов в трех последовательных слоях решетки алмаза при виде сверху (см. рис. 5): Слой 1 – содержит атомы 1-2-3; Слой 2 – содержит атомы 4-5-6; Слой 3 – следующий, лежащий под слоем 2. В каждом слое атомы должны заполнять всю нарисованную сетку. На каждом рисунке показано положение атома 0.

3.2 Рассчитайте плотность алмаза.

### Математическая подсказка.

На рис. 6 показан тетраэдр, образуемый атомами углерода в кристаллической решетке алмаза. Если расстояние между ближайшими атомами равно  $|A_0A_1| = |A_0A_2| = |A_0A_3| = |A_0A_4| = a$ , то:

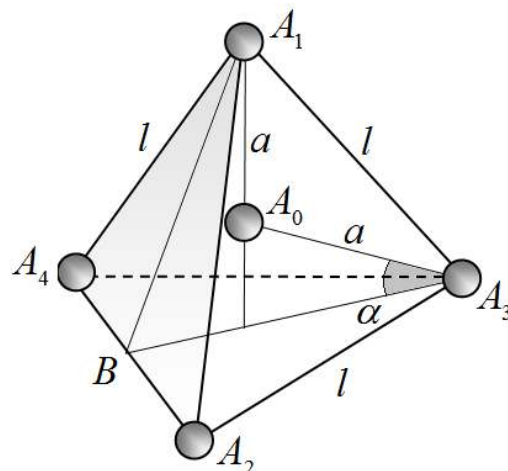
Длина стороны тетраэдра  $l = |A_1A_2| = \dots = |A_4A_2| = \sqrt{\frac{8}{3}}a$

Площадь одной грани тетраэдра  $S = \sqrt{\frac{4}{3}}a^2$

Объем тетраэдра  $V = \sqrt{\frac{64}{243}}a^3$

Угол между основанием тетраэдра и направлением связи с центральным атомом  $\angle A_0A_3B$

$\alpha \approx 19,47^\circ$ , при этом  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ .



## Часть 4.

На следующие вопросы дайте краткие словесные (не более 20 слов) ответы.

4.1 Почему графит проводит электрический ток, а алмаз нет?

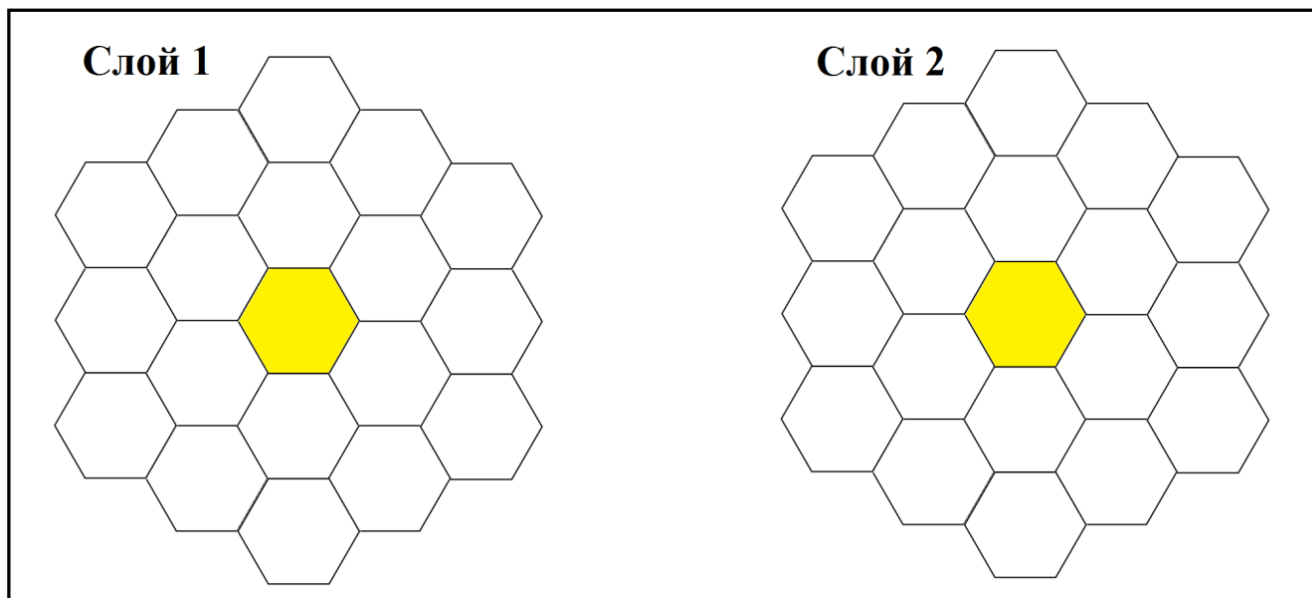
4.2 Электрическое сопротивление кристалла графита очень сильно зависит от направления протекания электрического тока. В каком направлении протекания тока вдоль слоев (1), или поперек их (2), сопротивление графита больше и почему?

4.3 На рисунке, приведенному на бланке ответов, показана фотография модели кристаллической решетки алмаза. Какую принципиальную ошибку допустили разработчики этой модели? Укажите ее прямо на рисунке и дайте краткое обоснование вашего ответа.

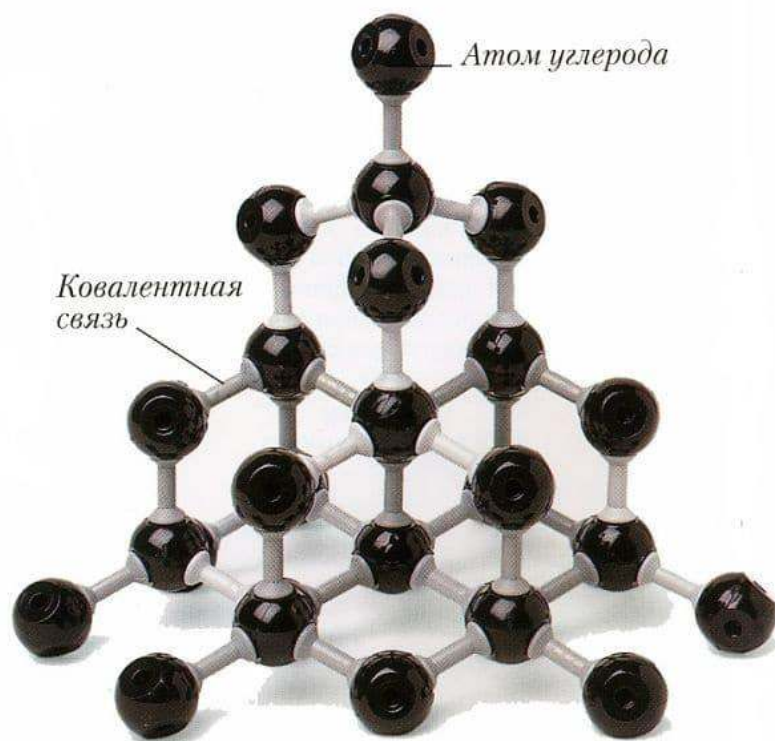
Бланк к задаче 9.2 Графен, графит, алмаз.

*Не забудьте сдать этот листок!*

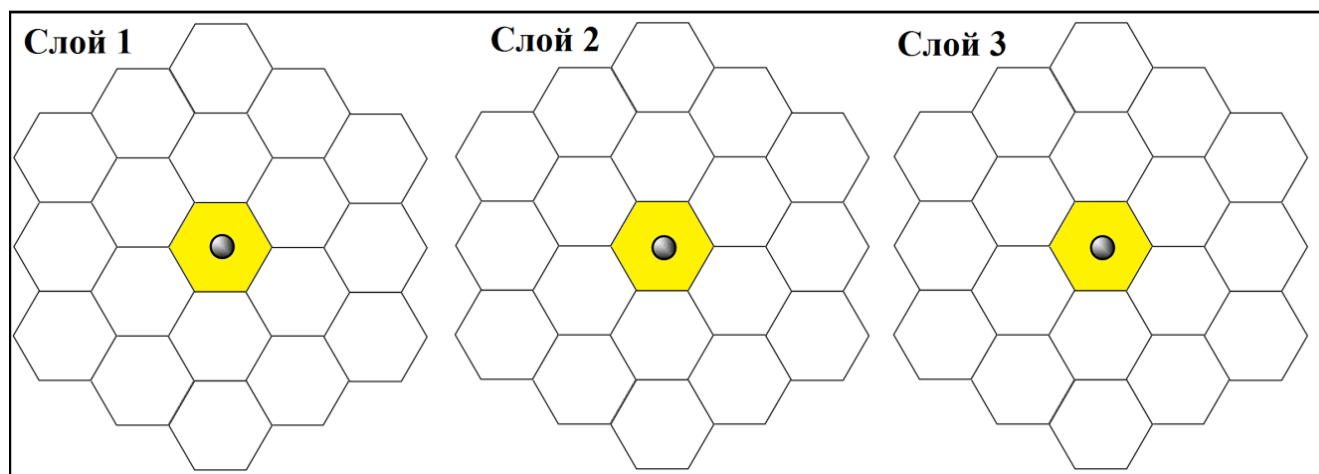
### 2.2 Расположение атомов в слоях кристаллической решетки графита.



### 3.1 Расположение атомов в слоях кристаллической решетки алмаза.



**СТРУКТУРА АЛМАЗА**



**Рисунок 6. Модель кристаллической решетки алмаза.**

### **Задача 9-3. Опыты Георга Ома.**



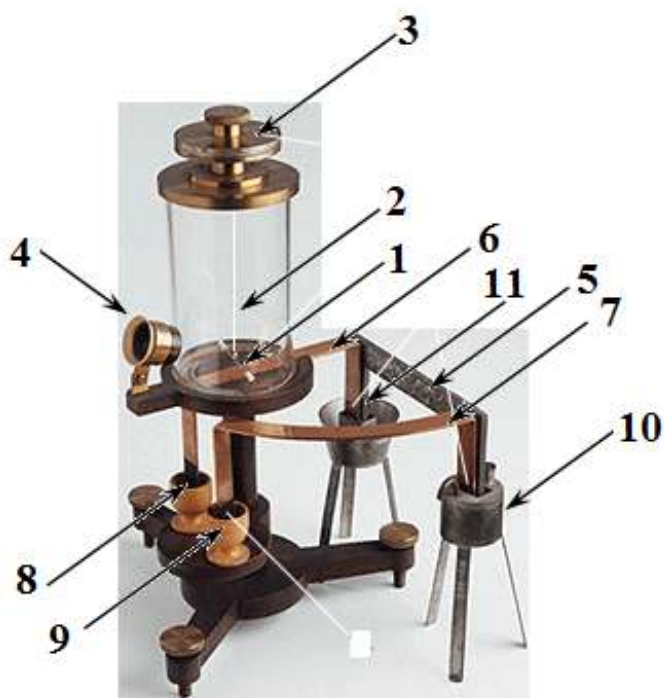
Конечно, Вам известен закон Ома для участка цепи! Скорее всего, вы даже проверяли его экспериментально! Что может быть проще: взяли батарейку, вольтметр, амперметр, переменный резистор, соединительные провода; собрали простенькую электрическую цепь и убедились,

что сила тока в цепи пропорциональна приложенному напряжению.

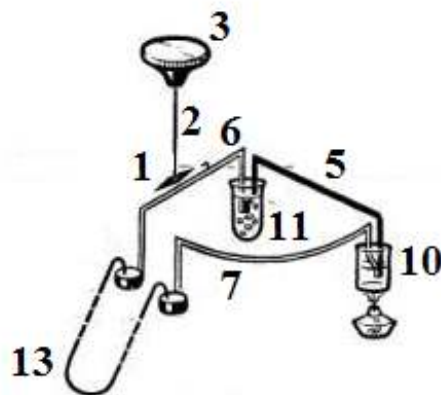
Но задумывались ли Вы, как этот закон был открыт экспериментально в 1826 году, когда розеток в доме, и батареек в магазине не было, не говоря уж о вольтметрах и амперметрах. Более того, в то время еще не было таких понятий как напряжение, сила тока, электрическое сопротивление!

В данной задаче вам предстоит разобраться с тем, как Георгу Симону Ому удалось провести эксперименты, приведшие к открытию закона Ома. Описание установки и все экспериментальные данные, приведенные в этой задаче, взяты из работы Г.С. Ома «Определение закона, по которому металлы проводят контактное электричество...»

### Часть 1. Экспериментальная установка.



Прибор Г. Ома



Электрическая схема  
прибора Г. Ома

На рисунке приведена фотография модели прибора Ома, рядом показана электрическая схема этого устройства. Нумерация деталей установки одинакова на обоих рисунках. В качестве чувствительного элемента используется магнитная стрелка 1, подвешенная на тонкой полоске 2 из расплющенной золотой проволоки. Сверху полоска прикреплена к небольшому цилиндру 3, который можно вращать и с помощью угломерной шкалы измерять угол закручивания золотой полоски. В качестве источника тока использовалась термоэлектрическая батарея, состоящая из П-образной пластины 5, отлитой из висмута, к которой прикреплены две медные полоски 6 и 7. Вторые концы этих полосок помещены в чашки 8 и 9, заполненные ртутью. Концы пластины из висмута с медными полосками помещены в два сосуда 10 и 11, одном из

которых (11) находится вода с плавающим льдом, во втором (10) — кипящая вода. В чашечки со ртутью (8-9) помещались куски 13

исследуемых проволок различной длины. Одна из медных полосок (6) располагалась горизонтально, строго вдоль магнитного меридиана. Магнитная стрелка размещалась над этой полоской, причем при отсутствии электрического тока в цепи стрелка ориентировалась строго вдоль полоски, при этом ее подвес (золотая полоска) не был закручен.

Принцип действия прибора и методика измерений заключались в следующем. Если концы термоэлектрической батареи (места стыков висмута и меди) находятся при разных температурах, то в ней возникает постоянное напряжение<sup>2</sup>, которое зависит от разности температур стыков. При замыкании цепи (т.е. при подключении провода 13 к чашечкам со ртутью) в ней возникает электрический ток. Электрический ток, протекающий по медной полоске, находящейся под магнитной стрелкой, создает магнитное поле, стремящееся повернуть стрелку перпендикулярно протекающему току. При этом момент силы, действующий на стрелку пропорционален силе тока и зависит от ориентации стрелки относительно направления тока. Стрелка поворачивается на некоторый угол. Затем, вращая верхний цилиндр, стрелку возвращают в исходное положение, вдоль магнитного меридиана и медной полоски. При этом с высокой точностью измеряют угол поворота верхнего цилиндра. По измерениям Г. Ома при закручивании золотой полоски в ней возникает момент сил упругости, пропорциональный углу закручивания, причем эта пропорциональность соблюдается, даже если угол закручивания достигает трех оборотов. Таким образом, Г. Ом измерял зависимость угла закручивания  $X$  золотой полоски от длины  $x$  и материала проволоки 13, подключенной к ртутным контактам.

Прежде чем приводить результаты измерений и их обработку кратко ответьте на следующие вопросы.

1.1 Чему равен момент силы, действующий на магнитную стрелку со стороны магнитного поля Земли, в положении равновесия стрелки при отсутствии тока в цепи?

1.2 Почему в экспериментах Г. Ома нет необходимости учитывать влияние магнитного поля Земли?

1.3 Покажите, что измеряемый угол закручивания золотой полоски пропорционален силе тока в цепи.

1.4 Зачем в данной установке использовались чашки со ртутью?

## Часть 2. Теоретическое описание.

В результате анализа экспериментальных данных Г. Ом пришел к выводу, что зависимость угла закручивания полоски подвеса  $X$  (в угловых градусах) от длины подключенной проволоки  $x$  (в дюймах) может быть описана формулой

$$X = \frac{a}{x + b}, \quad (1)$$

Где  $a$  и  $b$  - постоянные для данной серии опытов величины.

Как уже было сказано, угол закручивания пропорционален силе тока в цепи, поэтому будем считать, что  $X = cI$ , где  $c$  - постоянный для всех опытов коэффициент. Обозначим сопро-

тивление единицы длины проволоки  $r$  (для разных материалов оно различно); постоянное сопротивление всей цепи без проволоки  $R_0$ ; напряжение, создаваемое батареей  $U_0$  (оно зависит только от разности температур концов батареи).

2.1 С помощью закона Ома, выразите зависимость угла закручивания  $X$  от длины присоединенной проволоки  $x$ , используя введенные физические параметры  $r, R_0, U_0, c$ .

2.2 Выразите параметры Ома  $a$  и  $b$  через физические параметры  $r, R_0, U_0, c$ .

2 2

### Часть 3. Результаты измерений и их обработка.

Во всех своих расчетах постарайтесь использовать все приведенные экспериментальные данные — это повышает точность результатов и обоснованность выводов. Оценивать погрешности не требуется. Необходимые графики постройте на отдельном бланке к данной задаче.

В первом эксперименте Г. Ом использовал куски разной длины медного провода, вырезанные из одного куска полоскового медного провода. Один конец термобатареи все время находился в чашке с плавящимся льдом (его температура<sup>3</sup>  $0^\circ R$ ). В первой серии измерений второй конец термобатареи батареи находился в сосуде с кипящей водой (ее температура  $80^\circ R$ ), во второй серии измерений второй конец термобатареи находился при комнатной температуре (которая равнялась  $7,0^\circ R$ ). В Таблице 1 приведены результаты измерений угла закручивания подвеса  $X$  от длины подключенной проволоки  $x$  для двух серий измерений.

Таблица 1 Медная проволока.

|                                |        |        |        |        |        |        |       |       |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|
| $x$ , дюйм                     | 2,0    | 4,0    | 6,0    | 10,0   | 18,0   | 34,0   | 66,0  | 130,0 |
| $X^\circ$ (при $80^\circ R$ )  | 305,25 | 281,50 | 259,00 | 224,00 | 178,50 | 124,75 | 79,00 | 44,50 |
| $X^\circ$ (при $7,0^\circ R$ ) | 27,00  | 25,00  | 23,33  | 20,00  | 15,50  | 10,75  | 6,50  | 3,67  |

3.1 Покажите, что в обеих сериях измерений полученные результаты хорошо описываются формулой Ома (1). Для этого постройте графики полученных зависимостей, в таких координатах, чтобы они были линейны. 3.2 Рассчитайте значения коэффициентов Ома  $a_1, b_1$  и  $a_2, b_2$  для обеих серий измерений. 3.3 Покажите, что значение параметра  $R_0$  можно считать примерно одинаковым в обоих случаях. Объясните возможные причины их различия. 3.4 Рассчитайте длину (в дюймах) использованной проволоки, которая имеет сопротивление равное сопротивлению  $R_0$ , когда второй конец термобатареи помещен в кипящую воду. 3.5 Покажите, что напряжение, создаваемое термобатареей, пропорционально разности температур ее концов. 3.6 Зимой или летом были проведены представленные измерения?

В таблице 2 приведены результаты измерений угла закручивания подвеса при использовании латунной проволоки (второй конец батареи в кипящей воде).

Таблица 2

|                               |        |       |       |       |
|-------------------------------|--------|-------|-------|-------|
| $x$ , дюйм                    | 2,0    | 4,0   | 8,0   | 16,0  |
| $X^\circ$ (при $80^\circ R$ ) | 111,50 | 64,75 | 37,00 | 19,75 |

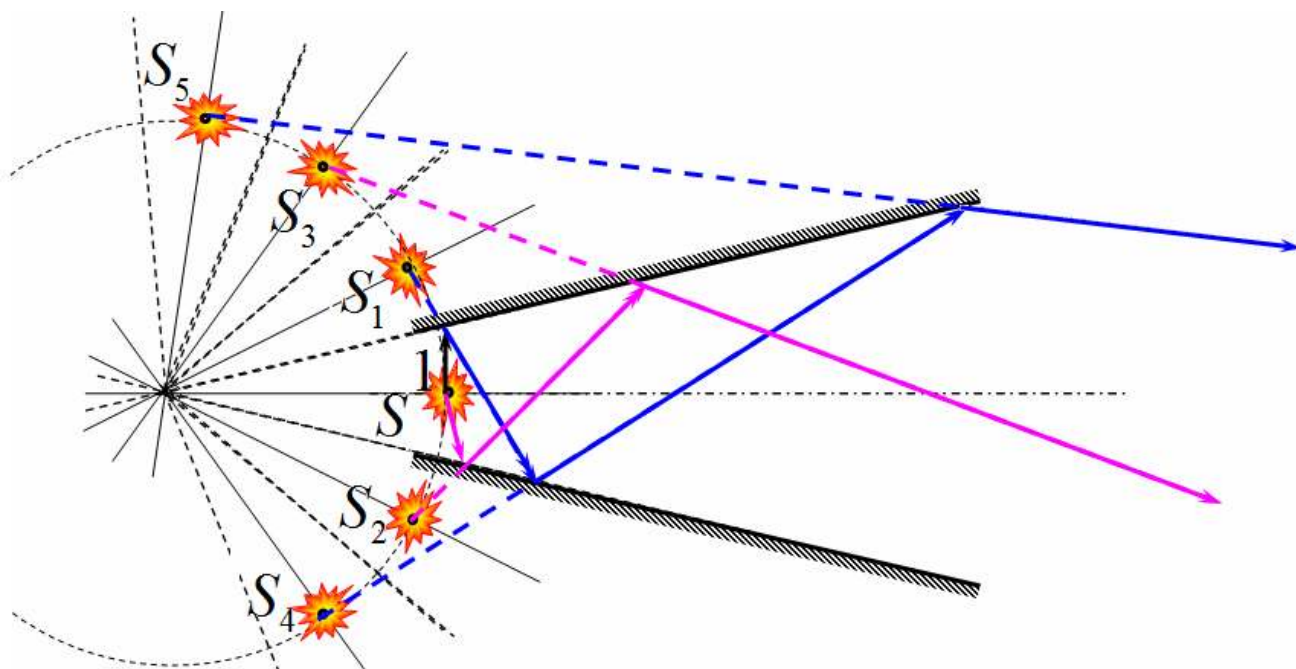
3.6 Покажите, что и в этом случае значение параметра  $R_0$  можно считать таким же, как и при использовании медной проволоки. 3.7 Найдите длину (в дюймах) медной проволоки, сопротивление которой равно сопротивлению 1 дюйма использованной латунной проволоки.

<sup>3</sup> Г. Ом использовал шкалу Реомюра. Приведенных в условии данных хватает, чтобы при необходимости перейти к шкале Цельсия.

## Решение

### Задача 3 Зеркала

Построения хода лучей удобно проводить, предварительно построив мнимые изображения источника в зеркалах. Не сложно увидеть, что все эти источники будут находиться на окружности с центром в точке пересечения продолжений зеркал.



Рассмотрим построение хода луча 1. Луч 1 после попадания на верхнее зеркало, отражается так, что продолжение этого луча проходит чрез изображение  $S_1$  (это изображение описывает лучи, отраженные от верхнего зеркала). После попадания на нижнее зеркало луч отражается от него, продолжение луча проходит через изображение  $S_4$ . Наконец

еще одно отражение от верхнего зеркала дает луч, продолжение которого проходит через изображение  $S_5$ . Ход второго луча строится аналогично – он также показан на рисунке.

### Задача 9.2 Графен, графит, алмаз.

## Часть 1. Графен

1.1 В решетке графена в шести вершинах каждого шестиугольника находится по одному атому. Но каждый атом входит в три соприкасающихся шестиугольника. Следовательно, на площади одного шестиугольника в среднем находится два атома. Поэтому поверхностная плотность графена может быть рассчитана по формуле

$$\sigma = \frac{2m}{S_0}. \quad (1)$$

Здесь  $m = \frac{M}{N_A}$  - масса атома углерода,

$$S_0 = 6 \cdot \frac{1}{2} a_0^2 \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} a_0^2 \quad (2)$$

площадь шестиугольника. После подстановки этих выражений в формулу (1), получаем

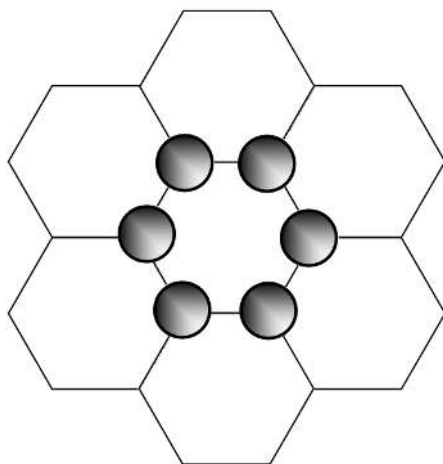
$$\sigma = \frac{2m}{S_0} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{M}{N_A a_0^2}. \quad (3)$$

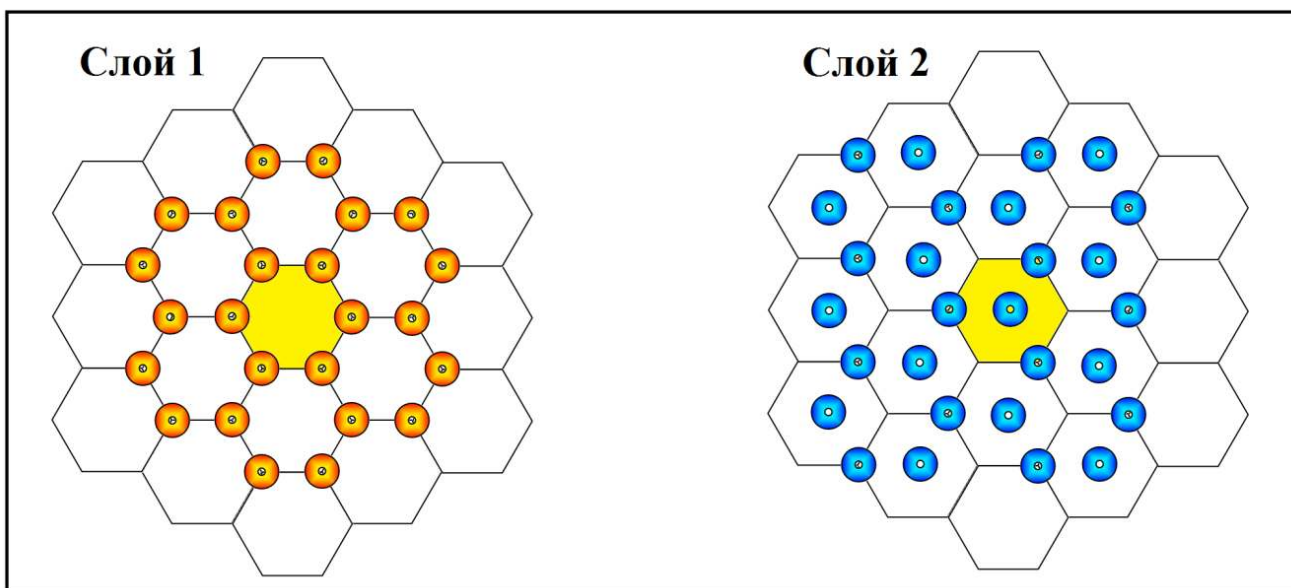
Подстановка численных значений приводит к результату

$$\sigma = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{M}{N_A a_0^2} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{12,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot (0,142 \cdot 10^{-9})_{\text{м}}^2} = 7,61 \cdot 10^{-7} \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}. \quad (4)$$

## Часть 2. Графит

2.1 В условии задачи сказано, что атомы в соседних слоях смещены относительно друг друга, поэтому правильное расположение атомов в соседних слоях показано на следующем рисунке





Для наглядности совместим эти слои. Таким образом, в каждом слое имеется такая же гексагональная плоская решетка, как и в графене. Поэтому поверхностная плотность в каждом слое также будет определяться по формуле (3), только с немного иным значением длины стороны шестиугольника. Слои находятся на расстоянии  $h$ . Иными словами, в «пластинке» толщиной  $h$  находится один слой атомов. Поэтому плотность графита рассчитывается по формуле

$$\rho = \frac{\sigma}{h} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{M}{N_A a_0^2 h}. \quad (5)$$

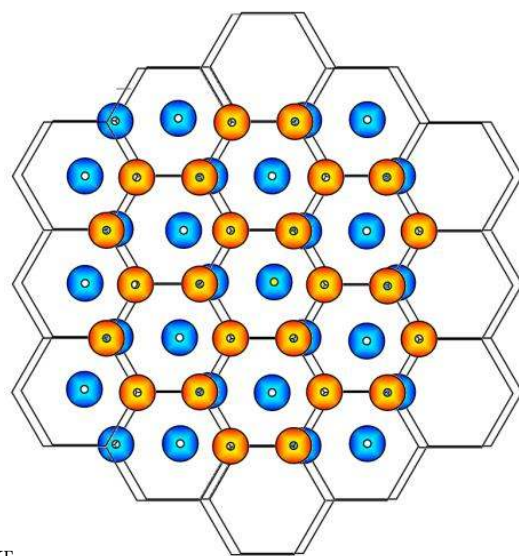
Численное значение

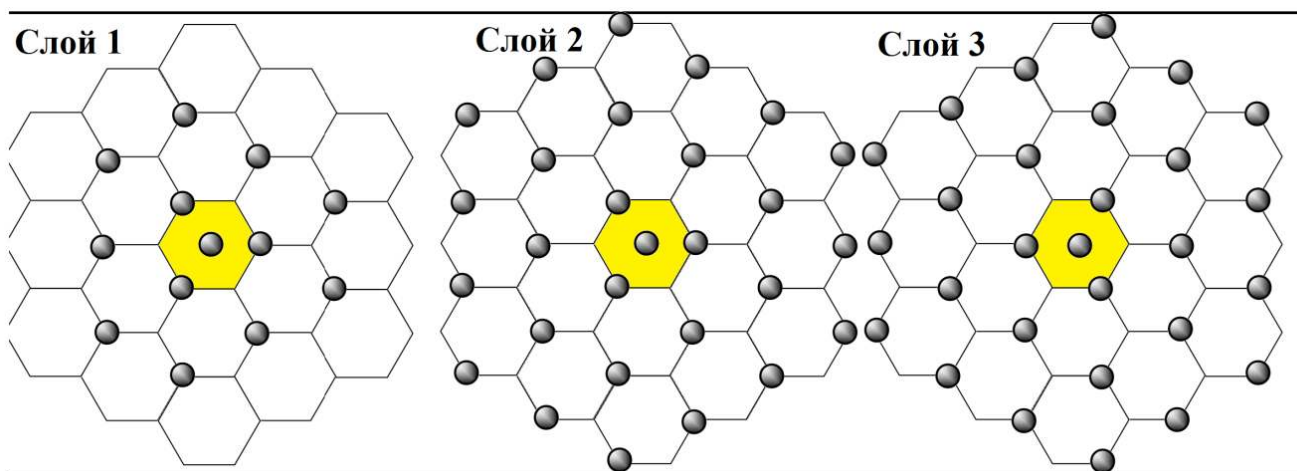
$$\rho = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{M}{N_A a_0^2 h} = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{12,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot (0,1415 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 0,3354 \cdot 10^{-9} \text{м}} = 2,28 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Отметим, что табличное значение плотности графита  $2,22,27 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

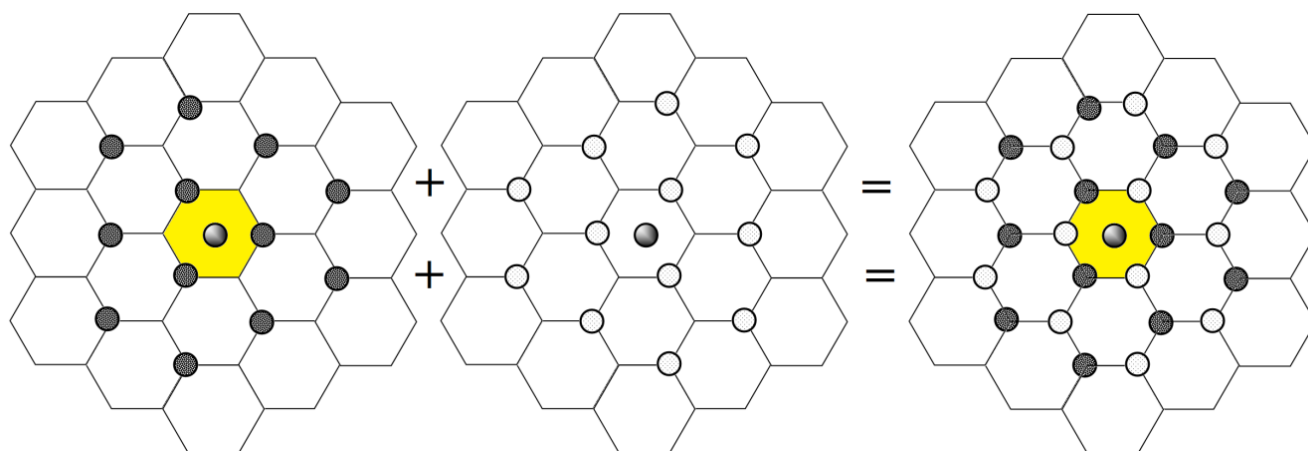
### Часть 3. Алмаз

3.1 Располагать атомы в каждом слое удобно последовательно, в соответствии с описанным порядком построения решетки. Результат показан на рисунке.

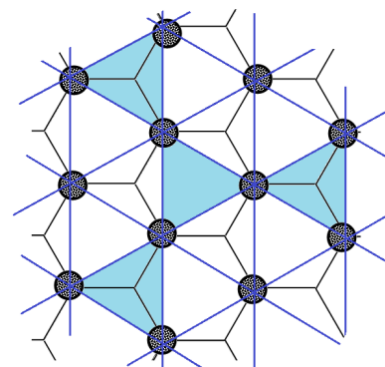




Понятно, что слои 1 и 2 полностью повторяют друг друга. И в этом случае покажем результат совмещения слоев 2 и 3.



3.2 Плотность графита можно рассчитывать различными способами, но, по-видимому, самый простой способ воспользоваться приведенной математической подсказкой. Как следует из приведенного построения, расположения атомов в каждом слое идентичны. Это расположение можно представить как набор правильных треугольников, покрывающих плоскость. Длина стороны и площадь такого треугольника приведена в подсказке! Понятно, что в среднем на каждый треугольник приходится только половина атома (так как каждый атом входит в шесть стыкующихся треугольников). Следовательно, поверхностная плотность атомов в каждом слое равна



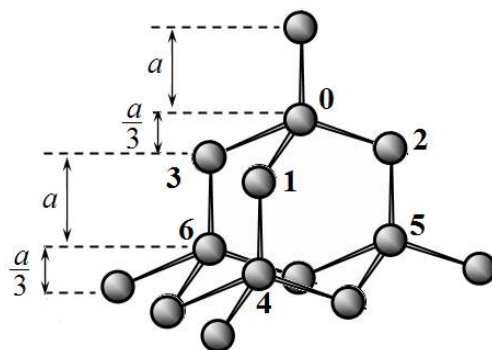
$$\sigma_2 = \frac{1}{2} \frac{m}{S_3} = \frac{1}{2} \frac{M}{N_A \sqrt{\frac{4}{3}} a^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{M}{N_A a^2}. \quad (6)$$

$$2 \sqrt{N_A \sqrt{\frac{4}{3}} a^2}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{8} \frac{M}{N_A a^3}$$

Теперь обратим внимание, что рассмотренные слои расположены на неодинаковых расстояниях. Опять же, с помощью подсказки можно заметить, что расстояния между слоями чередуются: сначала слои располагаются на расстоянии  $a$ , а потом на расстоянии  $\frac{a}{3}$ . Следовательно, на толщине  $H = \frac{4}{3}a$  располагаются два слоя, поэтому плотность алмаза равна

$$\rho = \frac{2\sigma_2}{H} = 2 \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{M}{N_A a^2 \frac{4}{3}a} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{M}{N_A a^3}. \quad (7)$$



Численные расчеты приводят к следующему результату

$$\rho = \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{M}{N_A a^3} = \frac{3\sqrt{3}}{8} \frac{12,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}} \cdot (0,153 \cdot 10^{-9})^3 \text{ м}^3} = 3,62 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \quad (8)$$

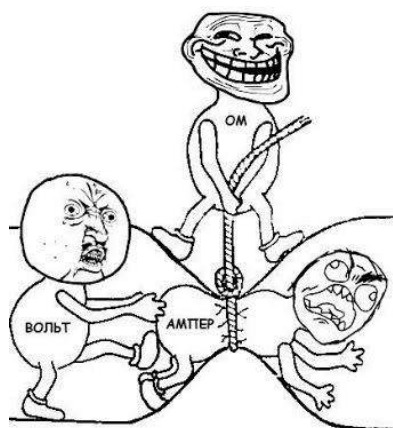
#### Часть 4.

4.1 В решетке алмаза все атомы связаны четырьмя ковалентными связями, поэтому свободных электронов нет. В графите атомы связаны в гексагональном слое с тремя соседними, потому одна связь остается свободной. Электроны, обеспечивающие эту связь, оказываются свободными, они и являются носителями электрического тока.

4.2 Свободные электроны легко могут двигаться между слоями кристаллической решетки, но с большим трудом преодолевают слои с густо расположенными атомами. Поэтому электрическое сопротивление поперек слоев намного больше, чем сопротивление при протекании тока вдоль слоев – по литературным данным, более чем в 1000 раз!

4.3 В приведенной модели имеются атомы, имеющие 6 (шесть!) связей. В то время как углерод четырехвалентен, поэтому более 4 связей быть не может!

## Задача 9-3 Опыты Георга Ома.



### Часть 1. Экспериментальная установка.

Для ответа на поставленные вопросы требуется не только разобраться в принципах действия установки, но высказать некоторые предположения (почти очевидные) о характере исследуемых процессов.

1.1 Так как в этом положении в установке Г. Ома подвес также не закручен, то момент силы со стороны поля Земли равен нулю (так как в этом положении стрелка находится в равновесии).

1.2 Измерения угла закручивания проводятся при направлении стрелки на север. В этом положении момент силы, действующий на стрелку со стороны поля Земли равен нулю, поэтому нет необходимости учитывать магнитное поле Земли.

1.3 При закручивании подвеса стрелка возвращается в исходное состояние если момент силы упругости уравнивает максимальный момент силы, действующей на стрелку со стороны магнитного поля тока. Так как измерения проводятся при ориентации стрелки строго вдоль направления тока, то момент силы, действующей со стороны тока, зависит только от силы тока. Наконец, момент силы упругости пропорционален углу закручивания. Отсюда следует, что при указанной методике измеряемый угол закручивания пропорционален силе тока.

Отметим, что при измерении угла отклонения стрелки необходимо знать зависимость моментов сил от угла поворота стрелки.

1.4 Ртутные контакты используются для уменьшения и стабилизации их сопротивления.

### Часть 2. Теоретическое описание.

2.1 Из закона Ома следует, что сила тока в цепи описывается формулой

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U_0}{rx + R_0}. \quad (1)$$

где  $rx$  - сопротивление подключенной проволоки. Тогда угол закручивания равен

$$X = cI = \frac{cU_0}{rx + R_0}. \quad (2)$$

2.2 Последнюю формулу можно переписать в форме, совпадающей с формой, предложенной Г. Омом

$$X = \frac{\left(\frac{cU_0}{r}\right)}{x + \frac{R_0}{r}}. \quad (3)$$

Из сравнения этой формулы с формулой Г. Ома  $X = \frac{a}{x+b}$ , находим формулы для параметров Ома

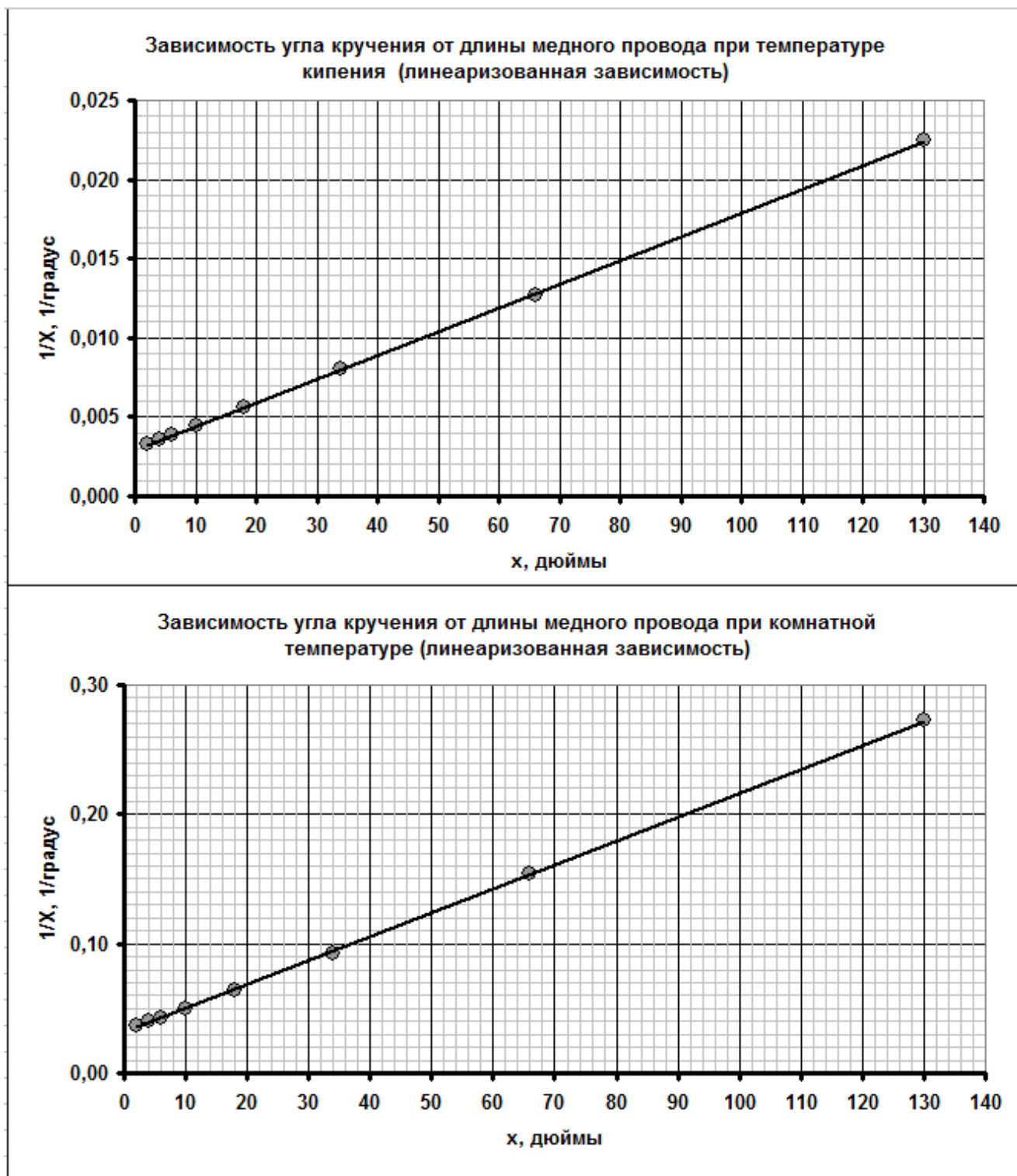
$$a = \frac{cU_0}{r}, \quad b = \frac{R_0}{r}. \quad (4)$$

### Часть 3 Результаты измерений и их обработка.

Для того, чтобы получить линейную зависимость, удобно построить график зависимости величины  $X^{-1}$  от длины проволоки. Расчеты величин обратных углам закручивания приведены в Таблице 1. Соответствующие графики показаны на рисунках.

**Таблица 1 Измерения с медной проволокой.**

|                                |        |        |        |        |        |        |        |        |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $x$ , дюйм                     | 2,0    | 4,0    | 6,0    | 10,0   | 18,0   | 34,0   | 66,0   | 130,0  |
| $X^\circ$ (при $80^\circ R$ )  | 305,25 | 281,50 | 259,00 | 224,00 | 178,50 | 124,75 | 79,00  | 44,50  |
| $X^\circ$ (при $7,0^\circ R$ ) | 27,00  | 25,00  | 23,33  | 20,00  | 15,50  | 10,75  | 6,50   | 3,67   |
| $X^{-1}$ (при $80^\circ R$ )   | 0,0033 | 0,0036 | 0,0039 | 0,0045 | 0,0056 | 0,0080 | 0,0127 | 0,0225 |
| $X^{-1}$ (при $7,0^\circ R$ )  | 0,0370 | 0,0400 | 0,0429 | 0,0500 | 0,0645 | 0,0930 | 0,1538 | 0,2725 |



Полученные графики являются линейными с высокой точностью, что подтверждает применимость формулы Ома для описания полученной зависимости.

3.2 Для расчета параметров  $a$ ,  $b$  запишем полученную зависимость в виде

$$\frac{1}{X} = \frac{x + b}{a} = \frac{1}{a}x + \frac{b}{a} = Ax + B \quad (5)$$

Где  $A, B$  - параметры линейных зависимостей, представленных на графиках. Эти параметры могут быть найдены различными традиционными способами (МНК, по графикам, усреднением по всем точкам). Ниже приведены их значения, рассчитанные по методу наименьших квадратов. Для первой зависимости (при температуре кипения):

$$A_1 = 1,50 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1} \cdot \text{дюйм}^{-1}, \quad B_1 = 2,94 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \quad (6)$$

Для второй зависимости (при комнатной температуре):

$$A_2 = 2,85 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \cdot \text{дюйм}^{-1}, \quad B_2 = 3,19 \cdot 10^{-2} \text{ град}^{-1}. \quad (6)$$

Из формул (5) следует, что параметры Ома для указанных зависимостей равны

$$a_1 = \frac{1}{A_1} = 6,68 \cdot 10^3 \text{ град} \cdot \text{дюйм}, \quad b_1 = a_1 B_1 = 19,6 \text{ дюйм}. \quad (7)$$

$$a_2 = \frac{1}{A_2} = 5,41 \cdot 10^2 \text{ град} \cdot \text{дюйм}, \quad b_2 = a_2 B_2 = 17,3 \text{ дюйм}. \quad (8)$$

3.3 Из формул (4) следует, что сопротивление  $R_0$  пропорционально параметру  $b$  (в данном случае величина  $r$  постоянна)

$$R_0 = br. \quad (9)$$

Поэтому близость этих параметров для обеих зависимостей свидетельствует о близости значений  $R_0$ . Действительно, оказалось, что значения параметров  $b_1$  и  $b_2$  близки, различия между ними составляют порядка 10%. Очевидной причиной их различия являются неизбежные погрешности измерений. Второй возможной причиной является зависимость сопротивления термобатареи от температуры.

3.4 Легко заметить, что параметр  $b = \frac{R_0}{r}$  и является искомой величиной - длиной проволоки, которая имеет сопротивление  $R_0$ , поэтому она равна  $l = b_1 \approx 20$  дюйм.

3.5 Величина параметра  $a = \frac{cU_0}{r}$  пропорциональна напряжению термобатареи. Поэтому отношение этих параметров равно отношению напряжений. Используя полученные данные, находим, что

$$\frac{U_{01}}{U_{02}} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{6,68 \cdot 10^3}{5,41 \cdot 10^2} \approx 12. \quad (10)$$

С другой стороны отношение разностей температур равно отношению температуры кипения воды к комнатной температуре

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{80}{7,0} \approx 11,4. \quad (11)$$

Близость этих значений позволяет считать, что напряжение термобатареи примерно пропорционально разности температур ее концов.

3.6 Обработаем результаты измерений с латунной проволокой, так же как и ранее. Строим зависимость  $X^{-1}(x)$  - расчеты в таблице 2, ниже график зависимости.

**Таблица 2. Измерения с латунной проволокой.**

|                               |        |        |        |        |
|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|
| $x$ , дюйм                    | 2,0    | 4,0    | 8,0    | 16,0   |
| $X^\circ$ (при $80^\circ R$ ) | 111,50 | 64,75  | 37,00  | 19,75  |
| $X^{-1}$ (при $80^\circ R$ )  | 0,0090 | 0,0154 | 0,0270 | 0,0506 |



Рассчитываем значения параметров линейной зависимости

$$A_3 = 2,96 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \cdot \text{дюйм}^{-1}, \quad B_3 = 3,31 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \quad (12)$$

И по ним значения параметров Ома

$$a_3 = \frac{1}{A_3} = 3,38 \cdot 10^2 \text{ град} \cdot \text{дюйм}, \quad b_3 = a_3 B_3 = 1,12 \text{ дюйм}. \quad (13)$$

В рассматриваемых сериях измерений неизменной остается напряжение батареи, но разные значения  $r$ . Поэтому для сравнения значений  $R_0$  воспользуемся отношением параметров, которое следует из формул (4)

$$\frac{b}{a} = \frac{R_0}{cU_0}. \quad (14)$$

Как следует из этой формулы это отношение пропорционально  $R_0$ . Рассчитаем эти отношения для двух случаев медной и латунной проволок (при постоянной разности температур)

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{19,6 \text{ дюйм}}{6,68 \cdot 10^3 \text{ град} \cdot \text{дюйм}} \approx 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1} \quad (15)$$

$$\frac{b_3}{a_3} = \frac{1,18 \text{ дюйм}}{3,38 \cdot 10^2 \text{ град} \cdot \text{дюйм}} \approx 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}. \quad (16)$$

По словам самого Г. Ома в данном случае параметры изменяются почти в 20 раз, а при этом их отношение «почти» не изменяется (всего на 12%), поэтому можно считать величину  $R_0$  одинаковой в этих сериях экспериментов.

\*Отметим, что погрешность определения параметра  $b_3$  по приведенным *результатам измерений Г. Ома составляет 15%*.

3.7 Требуемая величина может быть найдена как отношение величин  $r$  для латунной и медной проволок, которое в свою очередь равно отношению параметров  $a$ . Действительно,

$$a = \frac{cU_0}{r} \Rightarrow \frac{r_{\text{Л}}}{r_{\text{М}}} = \frac{a_1}{a_3} \approx 20. \quad (17)$$

Таким образом, сопротивление одного дюйма латунной проволоки примерно равно сопротивлению 20 дюймов медной проволоки.

Заметим, что теоретически это же отношение может быть найдено как отношение параметров  $b$  (по приведенным данным оно примерно равно 17). Но отношение параметров  $a$  дает более точный результат, так как обычно погрешности определения сдвигов линейных зависимостей (параметров  $B$ ) заметно превышают погрешности определения коэффициентов наклона (параметров  $A$ ).

---

<sup>2</sup> Точнее надо говорить об электродвижущей силе (ЭДС), но в данном случае это различие не слишком существенно.

<sup>3</sup> Г. Ом использовал шкалу Реомюра. Приведенных в условии данных хватает, чтобы при необходимости перейти к шкале Цельсия.