

Условие

Задача 11- 3. «Пилообразный и импульсный ток»

1. Пусть некоторый источник напряжения (ИН) создаёт напряжение $U(t)$ «пилообразной» формы в зависимости от времени t (рис.1). К данному источнику подключают конденсатор ёмкостью $C = 1,0\text{мкФ}$ (рис.2).



Рисунок 1.

1.1. Определите период T колебаний напряжения источника. 1.2. Получите уравнения зависимостей $U(t)$ на временных интервалах $0,0 - 0,50\text{мс}$ и $0,50 - 2,5\text{мс}$. 1.3. Получите уравнения зависимостей силы тока $I(t)$ в данной цепи на временных интервалах $0,0 - 0,50\text{мс}$ и $0,50 - 2,5\text{мс}$. 1.4. Постройте на «Бланке построений» График №1 полученных зависимостей $I(t)$ на временном интервале в два периода.

2. Источник включают в режим, при котором он задаёт напряжение в соответствии с графиком на рисунке 3. К источнику подключают катушку с индуктивностью $L = 1,0\text{мГн}$ (рис.4). Активное сопротивление катушки считайте равным нулю.

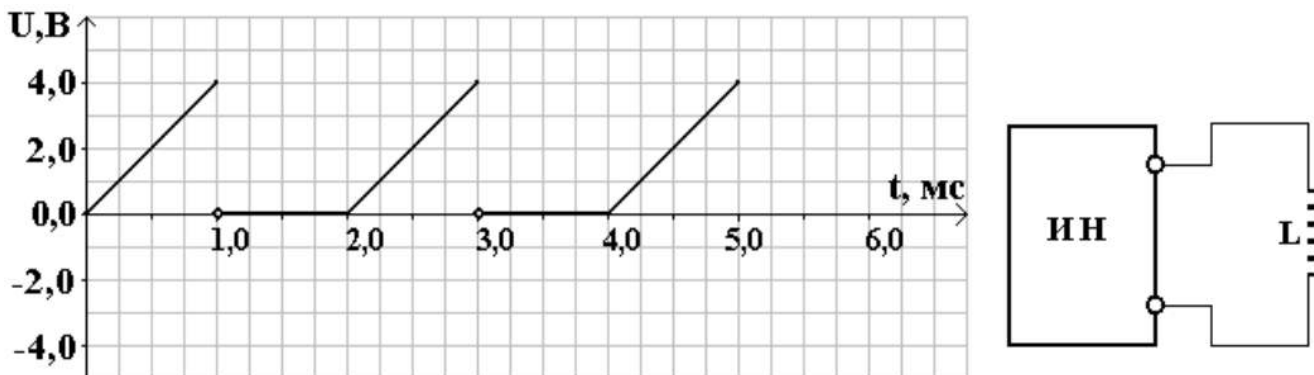


Рисунок 3.

2.1. Получите уравнения зависимостей $I(t)$ на временных интервалах $0,0 - 1,0\text{мс}$ и $1,0 - 2,0\text{мс}$. 2.2. Постройте на «Бланке построений» График №2 полученных зависимостей $I(t)$ на временном интервале $0,0 - 5,0\text{мс}$.

3. Источник включают в режим, при котором он задаёт напряжение в соответствии с графиком на рисунке 5. К источнику подключают резистор сопротивлением R_0 (рис.6).

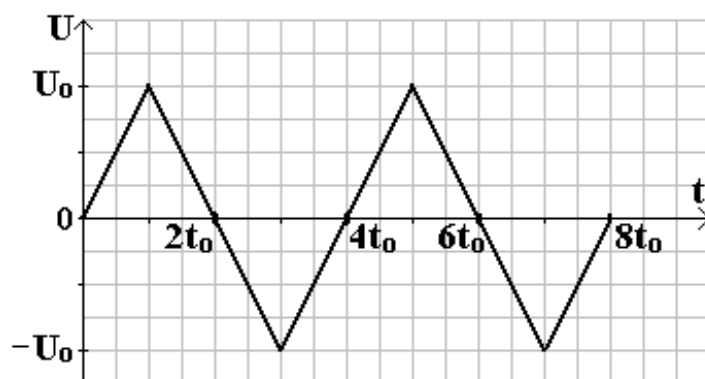
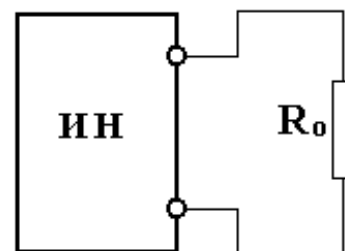
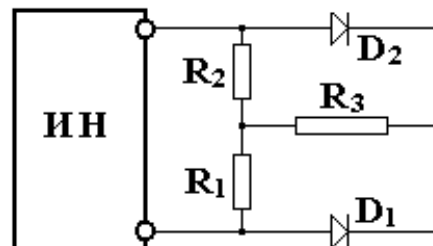


Рисунок 5. Рисунок 6. 3.1. Постройте на «Бланке построений» График №3 зависимости мощности, выделяющейся на резисторе, от времени. 3.2 Рассчитайте среднюю мощность, выделяющуюся на резисторе, за большой промежуток времени.

4. Источник включают в режим, при котором он задаёт напряжение $U(t)$ в соответствии с графиком на рисунке 7. К источнику подключают электрическую схему (рис. 8). Сопротивления всех резисторов $R_1 = R_3 = 2,0$ Ом, $R_2 = 4,0$ Ом. Диоды считайте идеальными.



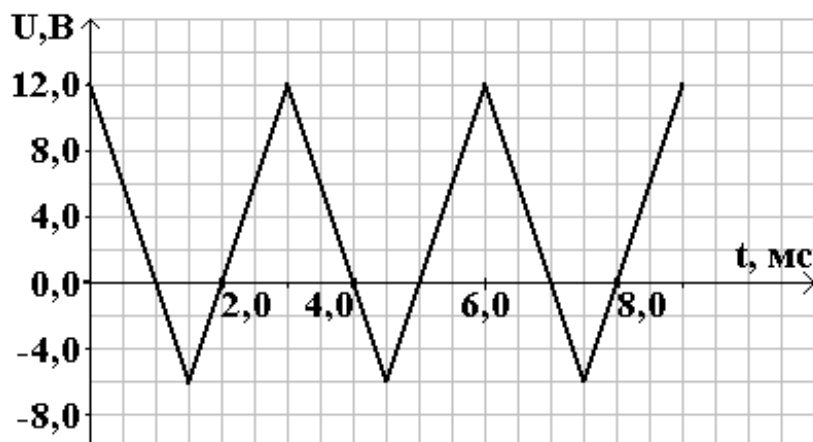


Рисунок 7. Рисунок 8. 4.1. Постройте на «Бланке построений» График №4 зависимости силы тока от времени $I_3(t)$ на резисторе R_3 на временном интервале в два периода. 4.2. Определите количество теплоты Q , выделившееся на резисторе R_3 за промежуток времени $\Delta t = 6,0$ мс.

Примечание: во всех пунктах данной задачи источник напряжения считайте идеальным (т.е. создаваемое им напряжение на внешней цепи не зависит от параметров этой цепи), сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Указание: каждый график **обязательно** строить на выданном вам «Бланке построений».

ейно $y = kx + b$,

$\Delta y = k\Delta x$. При и

Подсказка. Если физические величины y и x связаны прямо пропорционально $y = kx$, или линейно $y = kx + b$, то изменения этих физических величин связаны прямо пропорционально $\Delta y = k\Delta x$. При изменении некоторой величины x на малую величину Δx справедливы соотношения:

$$\frac{1}{2}\Delta(x^2) = x\Delta x, \quad \frac{1}{3}\Delta(x^3) = x^2\Delta x.$$

$$\frac{1}{2}\Delta(x^2) = x\Delta x, \quad \frac{1}{3}\Delta(x^3) = x^2\Delta x.$$

Решение

Задача 11.3 «Пилообразный и импульсный ток»

1.

1.1. Период колебаний напряжения $T = 3,0$ мс.

1.2. Зависимости $U(t)$ на временном интервале $0,0 - 0,50$ мс прямо пропорциональная. Зависимости $U(t)$ имеет вид:

$$U = k_1 t \quad (1)$$

$$U = k_1 t \quad (1),$$

$$\text{где } k_1 = 8,0 \frac{\text{кВ}}{\text{с}}.$$

$$\text{где } k_1 = 8,0 \frac{\text{кВ}}{\text{с}}.$$

На временном интервале $0,50 - 2,5\text{мс}$ зависимости $U(t)$ линейная. Зависимости $U(t)$ имеет вид:

$$U = U_0 + k_2 t \text{ (В)} \quad (2)$$

$$U = U_0 + k_2 t \text{ (В)} \quad (2),$$

$$\text{где } k_2 = -4,0 \frac{\text{кВ}}{\text{с}}, U_0 = 6,0\text{В}.$$

$$\text{где } k_2 = -4,0 \frac{\text{кВ}}{\text{с}}, U_0 = 6,0\text{В}.$$

1.3. Если напряжение в электрической цепи, содержащей конденсатор, изменяется, то в цепи течёт ток зарядки или перезарядки конденсатора. Для получения зависимости $I(t)$ воспользуемся уравнением

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (3)$$

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (3).$$

Заряд конденсатора определяется уравнением

$$q = CU \quad (4)$$

$$q = CU \quad (4).$$

На временном интервале $0,0 - 0,50\text{мс}$

$$q = Ck_1 t \quad (5)$$

$$q = Ck_1 t \quad (5).$$

Следовательно:

$$\Delta q = Ck_1 \Delta t \quad (6)$$

$$I_1 = Ck_1 = 1,0\text{мкФ} \cdot 8,0\frac{\text{кВ}}{\text{с}} = 8,0\text{мА} \quad (8)$$

$$\Delta q = Ck_1\Delta t \quad (6),$$

$$I_1 = Ck_1 = 1,0\text{мкФ} \cdot 8,0\frac{\text{кВ}}{\text{с}} = 8,0\text{мА} \quad (8).$$

На временном интервале и $0,50 - 2,5\text{мс}$

$$q = CU_0 + Ck_2t \quad (9)$$

$$q = CU_0 + Ck_2t \quad (9).$$

Следовательно:

$$\Delta q = Ck_2\Delta t \quad (10)$$

$$I_2 = Ck_2 = 1,0\text{мкФ} \cdot \left(-4,0\frac{\text{кВ}}{\text{с}}\right) = -4,0\text{мА} \quad (11)$$

$$\Delta q = Ck_2\Delta t \quad (10),$$

$$I_2 = Ck_2 = 1,0\text{мкФ} \cdot \left(-4,0\frac{\text{кВ}}{\text{с}}\right) = -4,0\text{мА} \quad (11).$$

При заданной форме напряжения сила тока в электрической цепи, содержащей источник напряжения и конденсатор, от времени не зависит.

1.4. График зависимости $I(t)$ на временном интервале в два периода представлен на рисунке 10.

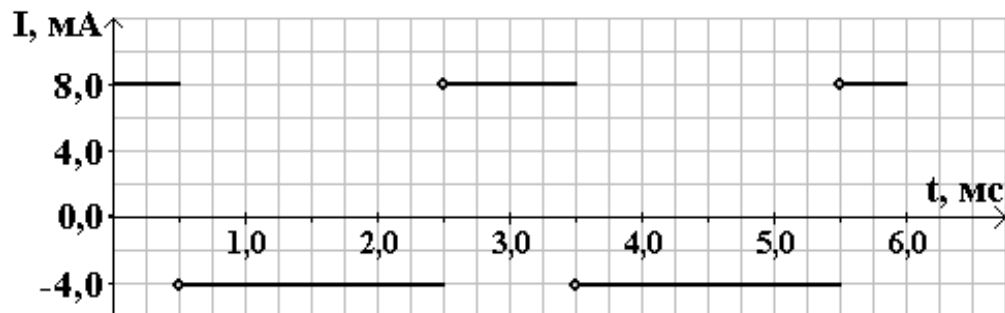


Рисунок 10.

2.

2.1. На временном интервале $0,0 - 1,0$ мс зависимость $U(t)$ прямо пропорциональная

$$U(t) = k_3 t \quad (12)$$

$$U(t) = k_3 t \quad (12),$$

где

$$k_3 = 4,0 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{с}}.$$

$$k_3 = 4,0 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{с}}.$$

Так как, согласно условию задачи, полное сопротивление цепи равно нулю, то Закон Ома для полной цепи приобретает вид:

$$U + \mathcal{E}_{si} = 0. \quad (13)$$

$$U + \mathcal{E}_{si} = 0 \quad (13).$$

Так как

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (14)$$

то

$$U - L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0. \quad (15)$$

$$U - L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0 \quad (15).$$

$$\mathcal{E}_{si} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad (14),$$

Следовательно

$$L \frac{\Delta I}{\Delta t} = U, \quad (16)$$

$$L \frac{\Delta I}{\Delta t} = U \quad (16),$$

откуда

$$\Delta I = \frac{U}{L} \Delta t. \quad (17)$$

$$\Delta I = \frac{U}{L} \Delta t \quad (17).$$

Подставляя в (17) уравнение (12) получим:

$$\Delta I = \frac{k_3 t}{L} \Delta t, \quad (18)$$

$$\Delta I = \frac{k_3 t}{L} \Delta t \quad (18),$$

откуда

$$\Delta I = \frac{k_3}{2L} \Delta(t^2), \quad (19)$$

откуда

$$I = \frac{k_3}{2L} t^2. \quad (20)$$

$$U(t) = 0.$$

$$I = \frac{k_3}{2L} t^2 \quad (20).$$

$$\Delta I = \frac{k_3}{2L} \Delta(t^2) \quad (19),$$

На временном интервале 1,0 – 2,0 мс $U(t) = 0$. Закон Ома для полной цепи приобретает вид:

$$L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0, \quad (21)$$

$$L \frac{\Delta I}{\Delta t} = 0 \quad (21),$$

откуда $\Delta I = 0$, следовательно

$$I(t) = \text{const} \quad (22).$$

откуда $\Delta I = 0$, следовательно

$$I(t) = \text{const.} \quad (22)$$

Сила тока на указанном временном интервале остаётся постоянной и имеет значение, как и в

момент времени 1,0 мс. Обозначим $t_1 = 1,0 \text{ мс}$, тогда

$$I(t) = I(t_1) = \frac{k_3}{2L} t_1^2 = \frac{4,0 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{с}}}{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2 = 2,0 \text{ А.}$$

момент времени 1,0 мс. Обозначим $t_1 = 1,0 \text{ мс}$, тогда

$$I(t) = I(t_1) = \frac{k_3}{2L} t_1^2 = \frac{4,0 \cdot 10^3 \frac{\text{В}}{\text{с}}}{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2 = 2,0 \text{ А.}$$

2.2. График зависимости силы тока от времени $I(t)$ на временном интервале 0,0 – 5,0 мс представлен на рисунке 11.

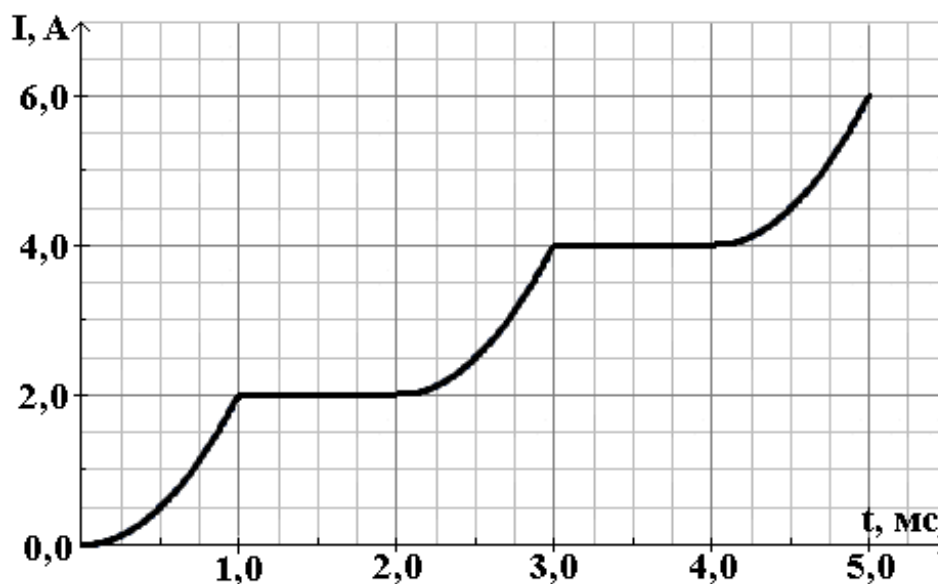


Рисунок 11.

3. 3.1. Средняя тепловая мощность будет определяться зависимостью модуля напряжения и силы тока от времени. Построим графики данных зависимостей (см. рис. 12, 13).

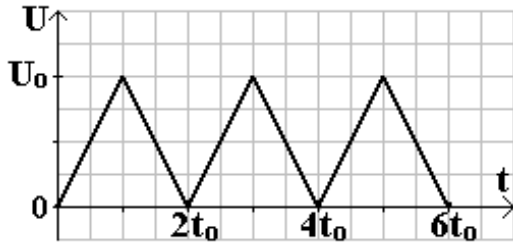
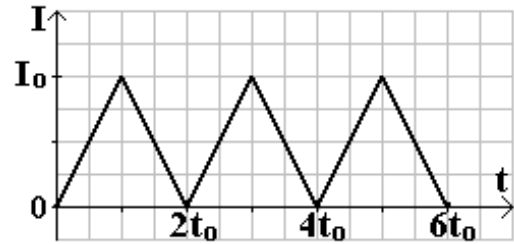
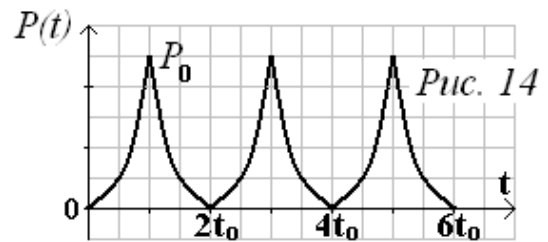


Рисунок 12. Зависимость модуля напряжения от времени Рисунок 13. Зависимость модуля силы тока от времени

«Произведение» зависимостей на рисунках 12 и 13 даст нам зависимость мощности, выделяющейся на резисторе, от времени. Несложно догадаться, что зависимость $P(t)$ будет «состоять» из симметричных кусочков парабол (рис. 14) с максимальной точкой $P_0 = U_0 I_0$.

$$P_0 = U_0 I_0$$



Средняя тепловая мощность за длительный промежуток времени будет равна средней тепловой мощности за период колебаний модуля силы тока и напряжения.

Так как на временном интервале, равном периоду колебаний модуля силы тока и напряжения, графики данных величин симметричны относительно прямой, проходящей через точку максимума и перпендикулярной оси времени, то средняя тепловая мощность за первую половину периода t_0 будет равна средней тепловой мощности за вторую половину периода и равна средней тепловой мощности за период. Таким образом, достаточно определить среднюю тепловую мощность за первую половину периода t_0 колебаний модуля силы тока и напряжения.

Определим мгновенное значение тепловой мощности на временном интервале $[0, t_0]$.

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) \quad (23)$$

$$U(t) = \frac{U_0}{t_0} t, \quad (24)$$

$$I(t) = \frac{I_0}{t_0} t. \quad (25)$$

$$U(t) = \frac{U_0}{t_0} t \quad (24), \quad I(t) = \frac{I_0}{t_0} t \quad (25).$$

$$P(t) = U(t) \cdot I(t) \quad (23),$$

Подставляя (24) в (25) получим:

$$P(t) = \frac{U_0 I_0}{t_0^2} t^2. \quad (26)$$

$$P(t) = \frac{U_0 I_0}{t_0^2} t^2 \quad (26).$$

С другой стороны, мгновенную мощность можно определить как

$$P(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t}. \quad (27)$$

$$P(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (27).$$

Приравнявая (26) и (27) и выполняя преобразования, получим:

$$\Delta Q = \frac{U_0 I_0}{t_0^2} t^2 \Delta t, \quad (28)$$

$$\Delta Q = \frac{U_0 I_0}{t_0^2} t^2 \Delta t \quad (28),$$

откуда

$$Q(t) = \frac{U_0 I_0}{3 t_0^2} t^3. \quad (29)$$

$$Q(t) = \frac{U_0 I_0}{3 t_0^2} t^3 \quad (29).$$

Теплота, выделяемая за половину периода колебаний модуля силы тока и напряжения

$$Q(t_0) = \frac{U_0 I_0 t_0}{3}. \quad (30)$$

$$Q(t_0) = \frac{U_0 I_0 t_0}{3} \quad (30).$$

Средняя тепловая мощность, выделяемая на резисторе R_0 :

$$\langle P \rangle = \frac{Q(t_0)}{t_0} = \frac{U_0 I_0}{3}, \quad (31)$$

$$\langle P \rangle = \frac{I_0^2 R_0}{3}, \quad (32)$$

$$\langle P \rangle = \frac{U_0^2}{3R_0}. \quad (33)$$

$$\langle P \rangle = \frac{Q(t_0)}{t_0} = \frac{U_0 I_0}{3} \quad (31),$$

$$\langle P \rangle = \frac{I_0^2 R_0}{3} \quad (32), \quad \langle P \rangle = \frac{U_0^2}{3R_0} \quad (33).$$

3.2. Среднюю тепловую мощность, выделяемую на резисторе R_0 , через действующие значения силы тока и напряжения можно определить как:

$$\langle P \rangle = I_{\text{д}}^2 R_0, \quad (34)$$

$$\langle P \rangle = \frac{U_{\text{д}}^2}{R_0}. \quad (35)$$

$$\langle P \rangle = I_{\text{д}}^2 R_0 \quad (34), \quad \langle P \rangle = \frac{U_{\text{д}}^2}{R_0} \quad (35).$$

Приравнивая (32) и (34), (33) и (35) получим:

$$I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{3}}, \quad (36)$$

$$U_{\text{д}} = \frac{U_0}{\sqrt{3}}. \quad (37)$$

4.

$$I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{3}} \quad (36), \quad U_{\text{д}} = \frac{U_0}{\sqrt{3}} \quad (37).$$

4.1. Изобразим эквивалентные схемы заданной электрической цепи для положительной и отрицательной части периода (рис. 15 и 16)

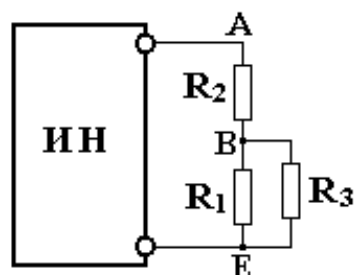
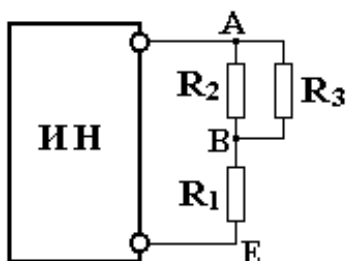


Рисунок 15. Эквивалентная схема электрической цепи для положительной части периода

Рисунок 16. Эквивалентная схема электрической цепи для отрицательной части периода

Зависимости силы тока от времени $I_3(t)$ на резисторе R_3 на положительной части периода

$$I_3(t) = \frac{U_{AB}(t)}{R_3} \quad (38)$$

$$I_3(t) = \frac{U_{AB}(t)}{R_3} \quad (38)$$

Где

$$R_{AB} = \frac{4}{3} \text{ Ом}, \quad (39)$$

$$U_{AB}(t) = \frac{2U(t)}{5}. \quad (40)$$

$$I_3(t) = \frac{U(t)}{5}. \quad (41)$$

$$I_3(t) = \frac{U(t)}{5} \quad (41).$$

$$R_{AB} = \frac{4}{3} \text{ Ом} \quad (39), \quad U_{AB}(t) = \frac{2U(t)}{5} \quad (40).$$

Для второго интервала получим

$$R_{BE} = \frac{R_3}{2} = 1,0 \text{ Ом}, \quad U_{BE}(t) = \frac{U(t)}{5}$$

$$R_{BE} = \frac{R_3}{2} = 1,0 \text{ Ом} \quad , \quad U_{BE}(t) = \frac{U(t)}{5}$$

График зависимости силы тока от времени $I_3(t)$ на резисторе R_3 на временном интервале в два периода представлен на рисунке 17.



Рисунок 17.

4.2. Для определения количества теплоты построим графики зависимостей модуля напряжения и силы тока на резисторе R_3 от времени (рис. 18 и 19).

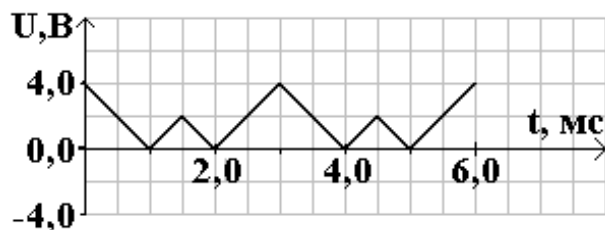
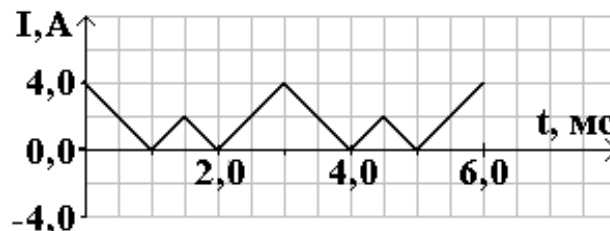


Рисунок 18. Зависимость модуля напряжения от времени Рисунок 19. Зависимость модуля силы тока от времени Обозначим среднее значение тепловой мощности выделяющейся на положительной части периода $\langle P \rangle_1$, на отрицательной части части периода — $\langle P \rangle_2$. Обозначим максимальные значения модулей напряжения и силы тока на положительной части периода

U_{01} и I_{01} , на отрицательной части периода — U_{02} и I_{02} . Из графиков (рис. 8 и 16) следует, что период колебаний силы тока и напряжения одинаков и составляет 3,0 мс. Длительность положительной части периода равна 2,0 мс, отрицательной 1,0 мс. Тогда

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad (42)$$

$$Q = \langle P \rangle_1 \cdot \frac{2}{3} \Delta t + \langle P \rangle_2 \cdot \frac{1}{3} \Delta t. \quad (43)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (42),$$

$$Q = \langle P \rangle_1 \cdot \frac{2}{3} \Delta t + \langle P \rangle_2 \cdot \frac{1}{3} \Delta t \quad (43).$$

Применяя равенство (31) получим:

$$\langle P \rangle_1 = \frac{U_{01} I_{01}}{3}, \quad (44)$$

$$\langle P \rangle_2 = \frac{U_{02} I_{02}}{3}. \quad (45)$$

$$\langle P \rangle_1 = \frac{U_{01} I_{01}}{3} \quad (44), \quad \langle P \rangle_2 = \frac{U_{02} I_{02}}{3} \quad (45).$$

Подставляя (44) и (45) в (43) получим:

$$Q = \frac{2U_{01} I_{01}}{9} \Delta t + \frac{U_{02} I_{02}}{9} \Delta t = (2U_{01} I_{01} + U_{02} I_{02}) \frac{\Delta t}{9} \quad (46).$$

$$Q = \frac{2U_{01} I_{01}}{9} \Delta t + \frac{U_{02} I_{02}}{9} \Delta t = (2U_{01} I_{01} + U_{02} I_{02}) \frac{\Delta t}{9} \quad (46).$$

По графикам (рис. 18 и 19) определяем:

$$U_{01} = 4,0\text{В}; \quad I_{01} = 4,0\text{А}; \quad U_{02} = 2,0\text{В} \quad I_{02} = 2,0\text{А}.$$

$$U_{01} = 4,0\text{В}; \quad I_{01} = 4,0\text{А}; \quad U_{02} = 2,0\text{В} \quad I_{02} = 2,0\text{А}.$$

Подставляя эти значения в (45) получим:

$$Q = (2 \cdot 4,0B \cdot 4,0A + 2,0B \cdot 2,0A) \frac{6,0_{\text{мс}}}{9} = 24_{\text{мДж}}. \quad (47)$$

$$Q = (2 \cdot 4,0B \cdot 4,0A + 2,0B \cdot 2,0A) \frac{6,0_{\text{мс}}}{9} = 24_{\text{мДж}}. \quad (47)$$