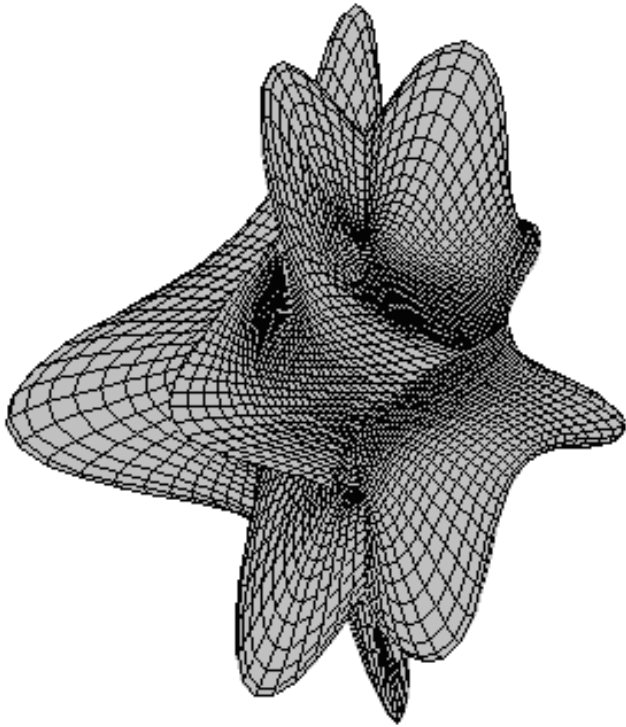




Группа секретных физиков



*Республиканская
физическая олимпиада
2016 года
(Заключительный этап)
Теоретический тур*

*Гомель
2016*

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель председателя оргкомитета заключительного этапа
Республиканской олимпиады Заместитель Министра образования

_____ Р.С.Сидоренко

«16» марта 2016 г.



Республиканская физическая олимпиада 2016 год. (Заключительный этап)

Теоретический тур

9 класс.

1. Полный комплект состоит из трех заданий.
2. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - для черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Постарайтесь внимательно прочитать условия задач!

Может вам покажется, что условия задач слишком длинные. Но мы сочинили их такими, чтобы Вам было легче решать. Поверьте, иногда решения короче таких условий! Не теряйте присутствия духа, смело беритесь за решение каждой задачи. Помните, оцениваются не только полные решения, но и их отдельные части и даже отдельные здравые мысли.

Задача 9-1 Опыт Физо.

Впервые измерить скорость света в земных условиях удалось французскому физику Физо в 1848 году. Данная задача посвящена теоретическому описанию этого знаменитого эксперимента.

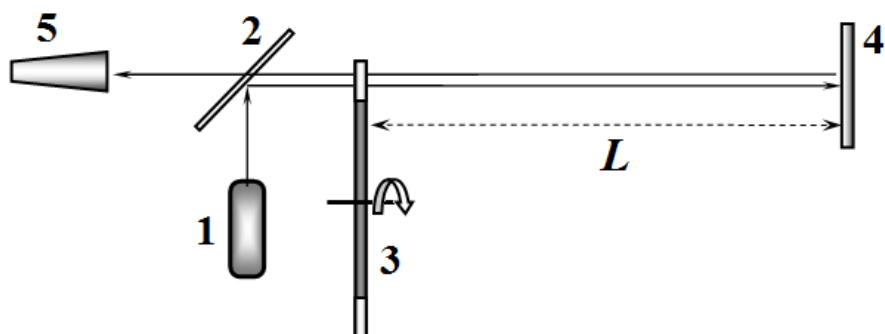


Рис. 1

Схема установки Физо представлена на рис. 1. Узкий пучок света от мощного источника 1 направляется на полу прозрачное зеркало 2 отраженный от него луч проходит между зубцами быстро вращающегося зубчатого колеса 3 и направляется на удаленное зеркало 4. Расстояние от колеса до зеркала равно L . Отраженный от зеркала свет опять проходит между зубцами вращающегося зубчатого колеса и наблюдается с помощью зрительной трубы 5.

Зубчатое колесо имеет N одинаковых зубьев. На рис. 2 показаны два типа зубьев. На колесе 1 угловые размеры выступов и выемок одинаковы

$$\alpha_1 = \alpha_0.$$

На колесе 2 угловой размер выемки в два раза меньше углового размера выступа

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \alpha_0.$$

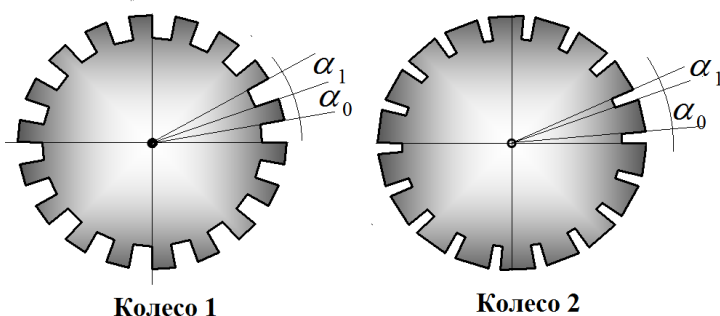


Рис. 2

При наблюдении отраженного света при определенных частотах вращения колеса отраженный свет периодически исчезал.

1. Качественно объясните, почему при некоторых частотах вращения отраженный свет переставал быть виден.

2. Постройте графики зависимости средней интенсивности видимого света от частоты вращения колеса n (n - число оборотов колеса в секунду) для колеса 1 и колеса 2. Укажите, при каких частотах вращения средняя интенсивность прошедшего света будет максимальна, а при каких минимальна.

3. В реальном эксперименте Физо использовал колесо типа 1 содержащее $N = 720$ зубьев (изобразить такое число зубьев на маленьком рисунке нам не удалось), расстояние до зеркала равнялось $L = 8,63 \text{ км}$ (эксперимент проводился в горах зеркало располагалось на соседней горе). При увеличении скорости вращения колеса первое прерывание света наблюдалось при $n = 12,5 \text{ с}^{-1}$ (оборотов в секунду). Определите по этим данным скорость света.

Задача 9-2. Осциллограммы

Зависимость напряжения от времени на участках электрических цепей исследуют с помощью осциллографа. Осциллограф подключат к участку электрической цепи, так же как и вольтметр, при этом на экране осциллографа появляется зависимость напряжения (на входе осциллографа) от времени.

Во 1-3 частях задачи рассматривается источник переменного напряжения. График зависимости напряжения на выходе источника от времени показан на рисунке 1.

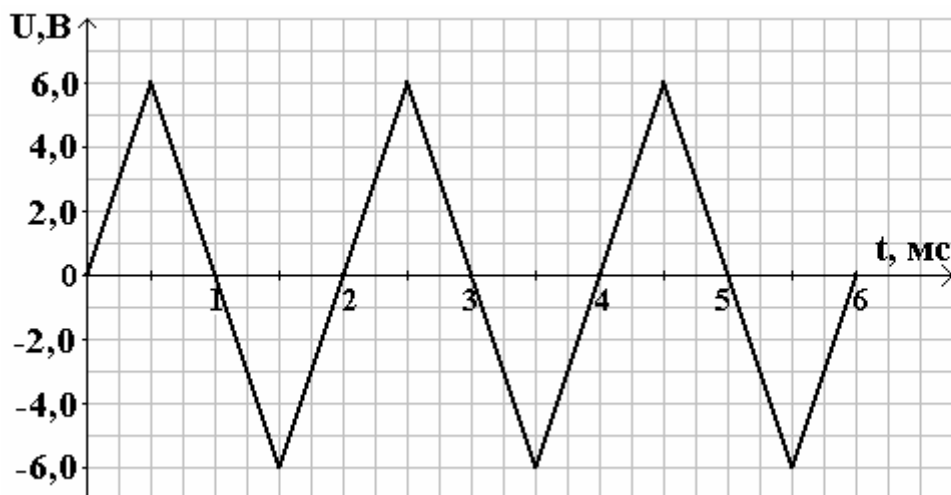


Рис. 1

Указание. Считайте, что на временном промежутке от 0 до 1 мс клемма А имеет положительный заряд, клемма В – отрицательный. На временном промежутке от 1 мс до 2 мс клемма А имеет отрицательный заряд, клемма В – положительный. Сопротивлением соединительных проводов во всех схемах пренебречь.

1. К источнику тока подключены последовательно друг другу два резистора $R_1=10$ Ом и $R_2=20$ Ом (рис 2). Изобразите графики зависимости напряжения от времени, которые покажет осциллограф, если его подключить сначала к точкам М и D, а затем к D и E.

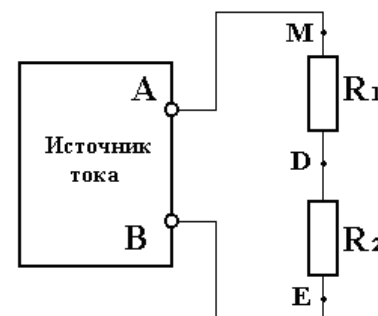


Рис. 2

2. К источнику тока подключены последовательно друг другу идеальный диод (Д) и резистор $R_1=10$ Ом (рис 3). Изобразите графики зависимости напряжения от времени, которые покажет осциллограф, если его подключить сначала к точкам М и D, а затем к точкам D и E (рис. 3).

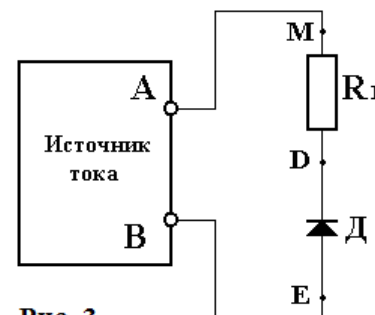


Рис. 3

Примечание. Сопротивление диода зависит от направления протекающего через него электрического тока. При прямом включении сопротивление идеального диода равно нулю (диод открыт). При обратном включении сопротивление идеального диода бесконечно большое (диод закрыт). См. рис.4

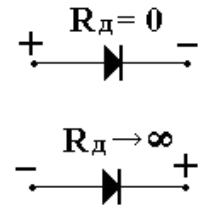


Рис. 4

3. К источнику тока подключены резисторы $R_1=10$ Ом и $R_2=20$ Ом и идеальный диод, как показано на рисунке 5. Изобразите графики зависимости напряжения от времени, которые покажет осциллограф, если его подключить поочерёдно к резисторам R_1 , R_2 и диоду Д.

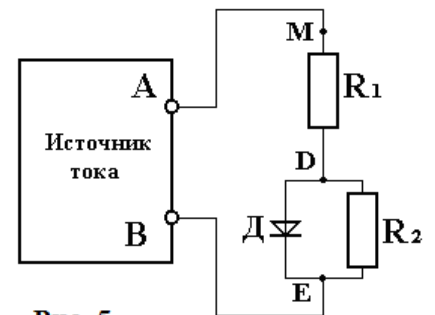


Рис. 5

4. К источнику тока подключены последовательно друг другу конденсатор (C) и резистор $R_2 = 20$ Ом (рис 6). Источник создаёт напряжение, которое зависит от времени по закону, график которого представлен на рис.7. Изобразите примерные графики зависимости напряжения от времени, которые покажет осциллограф, если его подключить сначала к конденсатору, а затем к резистору R_2 (рис. 6).

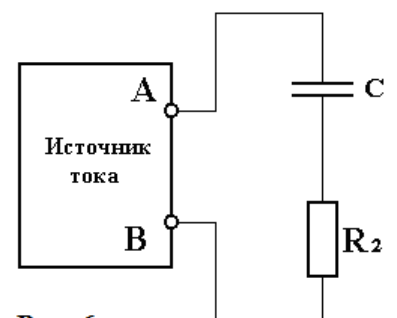


Рис. 6

Точные значения параметров точек графиков в данном пункте вычислять не требуется.

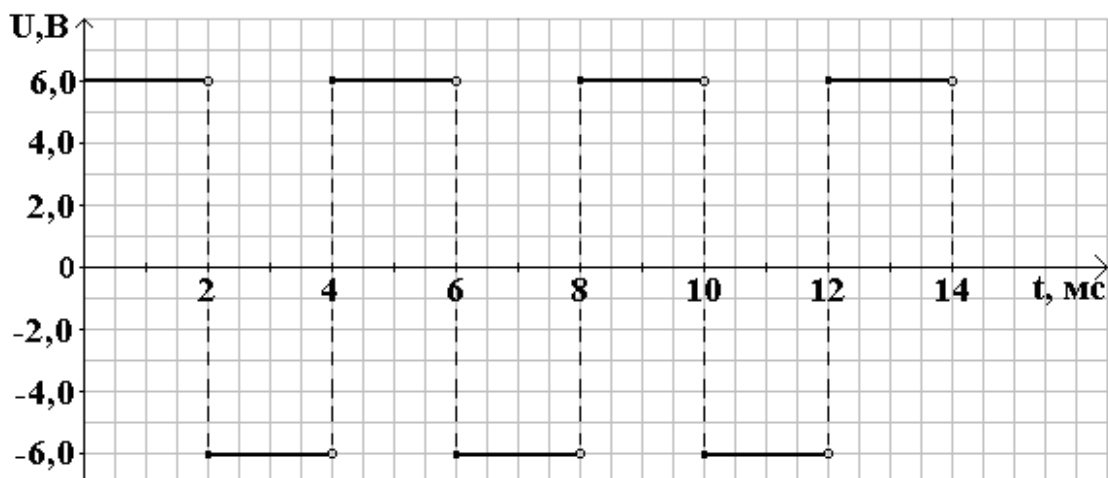


Рис. 7

Примечания. Конденсатор – устройство, состоящее из двух проводящих обкладок (пластин), разделённых слоем диэлектрика. Самый простой конденсатор – две параллельные металлические пластины, разделённые воздушным промежутком. На пластинах конденсатора может накапливаться электрический заряд. После полной зарядки конденсатора его сопротивление стремиться к бесконечности ($R_C \rightarrow \infty$).

При подключении конденсатора к источнику постоянного тока напряжение на конденсаторе меняется в соответствии с графиком, представленным на рис. 8. При смене полярности источника тока напряжение на конденсаторе меняется в соответствии с графиком, представленным на рис. 9. где U_C – напряжение на конденсаторе в данный момент времени, U_0 – максимальное напряжение до которого может зарядиться конденсатор.

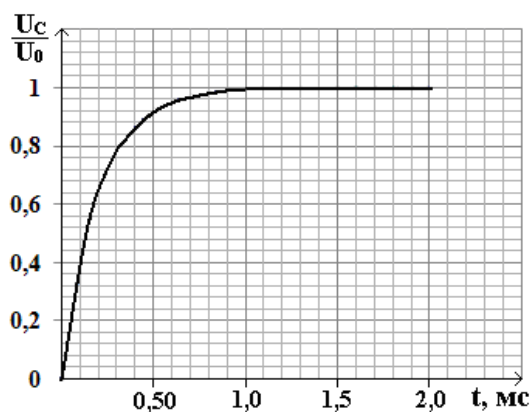


Рис. 8

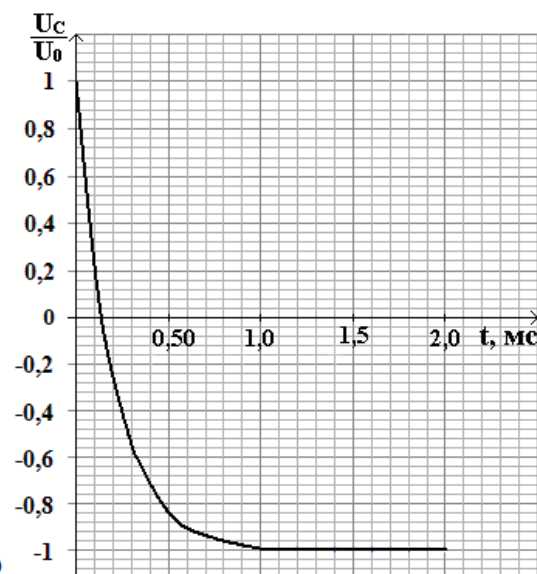


Рис. 9

Задача 3. Геометрическая оптика и ... никакого фотошопа!

Иногда фотографу удаётся сделать кадр, который фиксирует удивительное физическое явление «во всей его красе...» Обидно слышать, когда при обсуждении такой замечательной фотографии зрители списывают все на ... эффекты фотошопа и не ценят мастерство фотографа. Все неожиданные, на первый взгляд, эффекты могут быть объяснены на основе законов геометрической оптики. Знание которых и умение их применять Вам предстоит продемонстрировать при решении этой задачи.

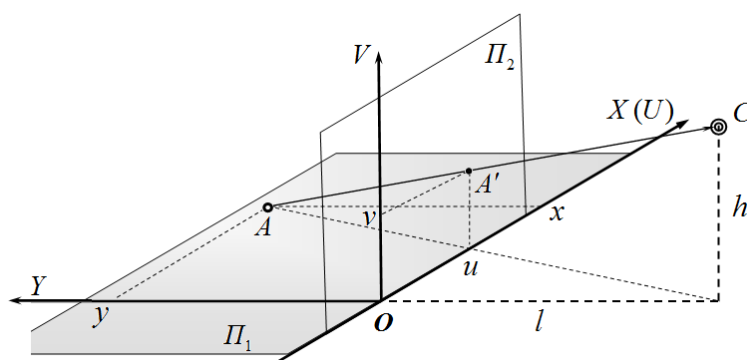
Часть 1. Закон прямолинейного распространения света.

На первой фотографии «Тени» представлены тени от деревьев на окраине зимнего леса во время восхода солнца (Фото 1). Как известно, из-за громадного расстояния до Солнца (примерно 150 млн. км) солнечные лучи, падающие на землю практически параллельны, следовательно, параллельны и тени от деревьев. Однако на фотографии четко видно, что изображения теней далеко не параллельны!

Подсказка. Теория перспективы.

Для математического описания изображения горизонтальных объектов введем две плоскости.

Π_1 – горизонтальную, в которой находятся фотографируемые объекты (в нашем случае тени деревьев на поверхности земли, которую будем считать строго горизонтальной). В этой плоскости введем систему координат (X, Y) .



Π_2 – вертикальную плоскость изображений. В этой плоскости также введем систему координат (U, V) , начала отсчета обеих систем совпадают, также совпадают оси OX и OV .

Кроме того, эти оси проходят по переднему срезу фотографируемых предметов (или по нижнему срезу фотографии). Строго говоря, в этой системе отсчета следует ввести масштабный множитель (фотографии пейзажей обычно уменьшенные), но мы будем считать, что масштабы всех осей одинаковы.

Точка съемки C находится на расстоянии l от плоскости изображений и на высоте h над плоскостью предметов на прямой, являющейся продолжением оси OY .

Для построения изображения точки A (находящейся в плоскости предметов) следует провести луч от этой точки до точки съемки C . Точка пересечения этого луча A' с плоскостью изображений и является изображением точки A .

- 1.1 Выразите координаты точки изображения A' (u, v) через координаты точки A (x, y) .
- 1.2 Фотографируемый предмет является прямой линией, параллельной оси OY и пересекающей ось OX в точке с координатой x_0 . Получите уравнение линии, являющейся изображением этой прямой в плоскости изображений $v(u)$. Является ли эта линия прямой?
- 1.3 На основании полученного в п. 1.2 уравнения, объясните, почему изображения теней вертикальных деревьев не параллельны.

На отдельном бланке приведена та же фотография, но черно-белая и более контрастная. На фотографию наложена координатная сетка системы координат (U, V) . На ней также помечены два дерева: 1 и 2, находящиеся на одном расстоянии от точки съемки.

**На этом рисунке вы можете делать необходимые вам дополнительные построения.
Не забудьте его сдать!**

Используя эту фотографию, ответьте на следующие вопросы.

1.4 Чему равно расстояние между отмеченными деревьями 1 и 2?

1.5 На какой высоте h находится точка съемки?

1.6 На каком расстоянии от точки съемки находятся отмеченные деревья 1 и 2, если точка съемки находится на расстоянии $l = 5,0$ м от плоскости изображений?

1.7 Почему тени некоторых деревьев (в правой части снимка) изогнуты?

Часть 2. Закон отражения света.

Вторая фотография «Утро» сделана при восходе солнца на фоне спокойного озера (Фото 2). Небо, кусты и деревья отражаются в спокойной воде. Однако на фотографии отсутствует отражение Солнца! Вам надо объяснить причину этого «таинственного» исчезновения.

2.1 Изобразите примерный ход лучей, формирующий полученное изображение. Покажите, почему отражение солнца может отсутствовать на фотографии.

2.2 Получите соотношение, связывающее параметры объекта (высоту деревьев, угол солнца над горизонтом, положение точки съемки и т.д.) при котором возможен наблюдаемый эффект исчезновения отражения солнца.

Часть 3. Закон преломления света.

Третья фотография «Физик ... без головы» сделана вблизи прямоугольного аквариума, в котором находится человек, держащий в руке ... свою голову (Фото 3).

3. Изобразите примерный ход световых лучей (достаточно сделать вид сверху), объясняющий кажущееся смещение частей тела человека. Обязательно укажите на схеме положение человека и примерное положение точки съемки. Покажите, как формируются изображения головы и туловища человека.

Фото 1.



Фото 2.

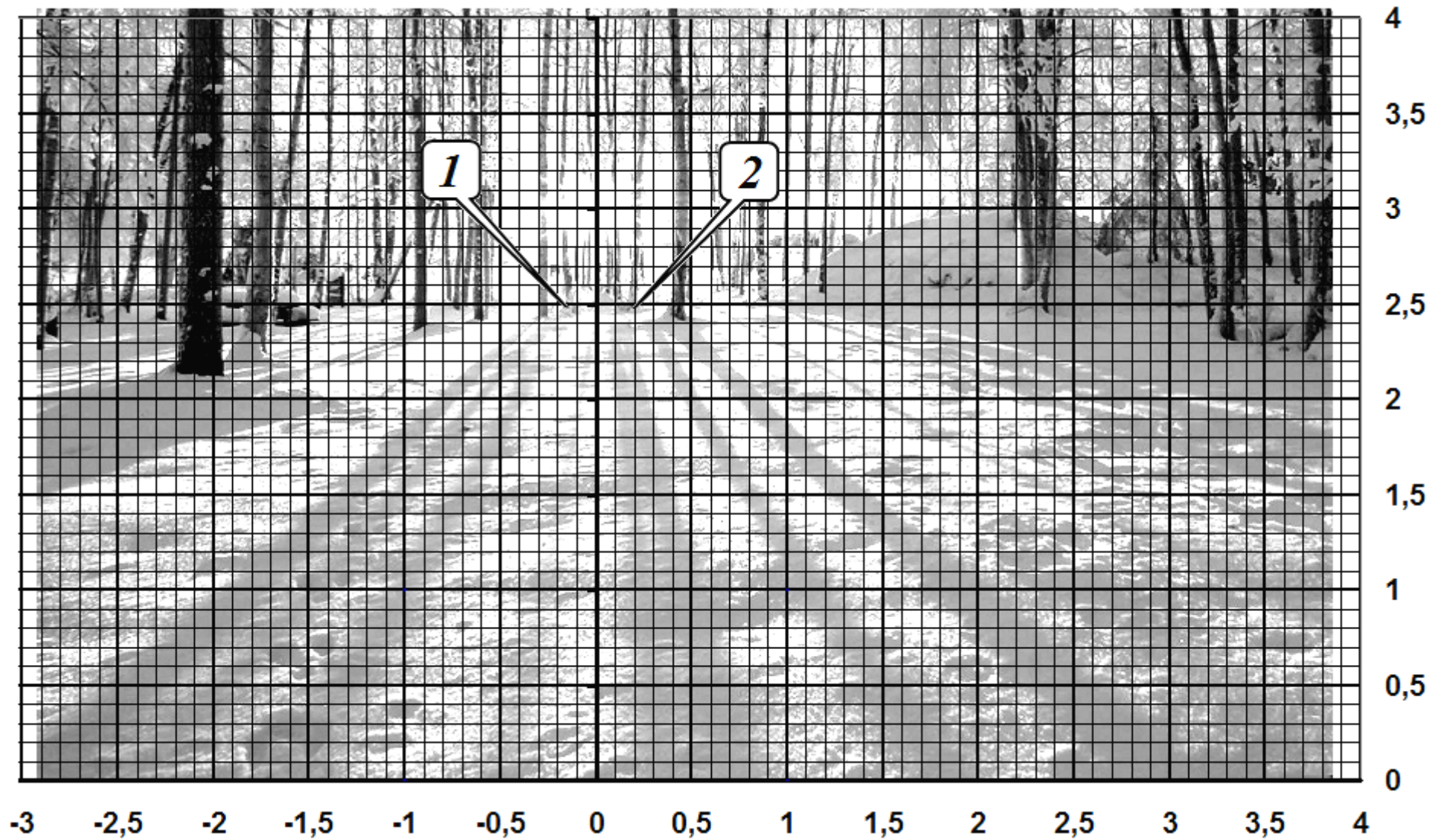


Фото



3.

Код участника _____



Задача 10-1. Сечение рассеяния

В школьных задачах на столкновение твердых тел или притяжение/отталкивание электрических зарядов обычно рассматривают два взаимодействующих тела, иногда три или четыре. В настоящих же экспериментах на ускорителях, в том числе на Большом адронном коллайдере, целый поток частиц, состоящий из их огромного количества, сталкивается с мишенью или с другим таким же потоком. Взаимодействуя, частицы разлетаются под различными углами, иначе говоря, рассеиваются. Величиной, измеряемой на эксперименте, является распределение количества частиц по углам их отклонения (рассеяния). Такое распределение называют сечением рассеяния. В настоящей задаче предлагаем вам рассчитать сечение рассеяния для простого случая взаимодействия – упругого столкновения твердых тел. Влиянием поля тяжести во всей задаче можете смело пренебрегать.

Часть 0. Подготовка

На гладкую упругую плоскую закрепленную поверхность под углом φ к нормали падает некоторая частица. Здесь и далее под упругой поверхностью будем понимать отсутствие потерь механической энергии при столкновении с ней.

- 0.1. Покажите, что при столкновении будет выполняться «оптический» закон: угол падения равен углу отражения.
- 0.2. Выразите через φ угол рассеяния χ – угол между начальным направлением полета частицы и направлением полета после отражения.

Часть 1. Шар закреплен

Имеется закрепленный шар радиуса R с гладкой упругой поверхностью. На этот шар падает разреженный однородный поток очень малых частиц, скорости которых параллельны. Плотность потока частиц, то есть количество частиц, пролетающих через единицу поперечного сечения потока в единицу времени, равна j . При столкновении с шаром различные частицы будут рассеиваться на различные углы. Считайте, что поток частиц разрежен настолько, что их столкновение друг с другом после отлета от шара практически невероятно.

Для каждой отдельной налетающей на шар частицы ключевой характеристикой, определяющей ее дальнейшее рассеяние, является прицельное расстояние ρ – расстояние от направления ее скорости до центра шара (рис. 1).

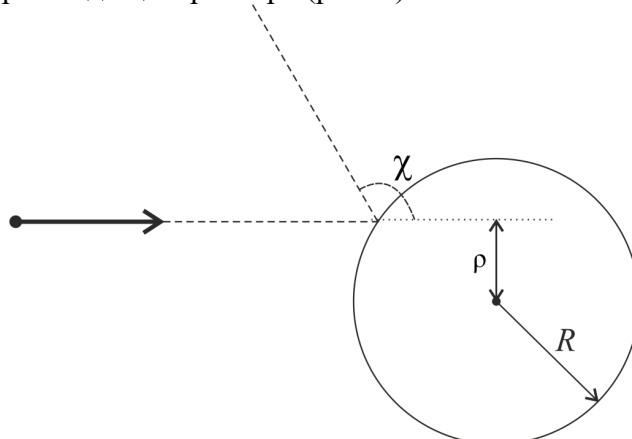


Рисунок 1 - Ключевые характеристики рассеяния

- 1.1. Найдите зависимость прицельного расстояния ρ некоторой частицы от угла ее рассеяния χ после столкновения с шаром. Определите диапазон возможных значений угла рассеяния χ .

Вообще говоря, вероятность того, что после столкновения некоторая частица отклонится ровно на наперед заданный угол, практически равна нулю. Поэтому обычно говорят о количестве частиц, которые рассеиваются на некоторый диапазон углов.

1.2. Получите выражение для количества частиц ΔN_χ , которые в единицу времени рассеются на угол в малом диапазоне от χ до $\chi + \Delta\chi$, где $\Delta\chi \ll \chi$.

Полученная величина уже показывает количество частиц из падающего на шар потока, которые после взаимодействия отлетят на тот или иной угол – то, что и требуется найти в задаче рассеяния. Однако, это количество ΔN учитывает все частицы, отклоняющиеся после столкновения и «вправо», и «влево», и «вверх», и «вниз» на угол χ – в общем виде улетающих «кольцом» вдоль образующей конуса с вершиной в центре шара (примерно) и углом полураствора χ (рисунок 2). Реальный же детектор в эксперименте – это не кольцо, а устройство с небольшой площадью («Д» на рисунке), которое помещают на некотором расстоянии от рассеивателя (центра шара) при разных углах χ .

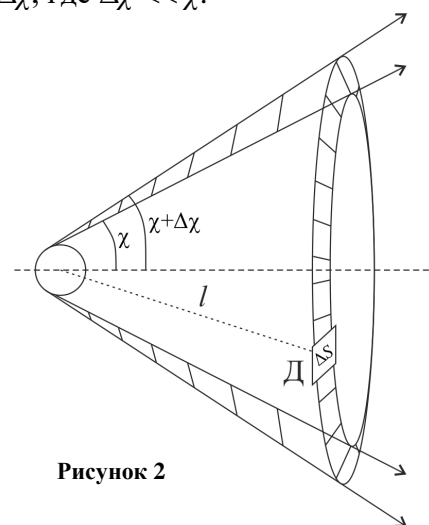


Рисунок 2

1.3. Получите выражение для количества частиц ΔN_S , которые в единицу времени попадают на детектор с малой площадью ΔS , расположенный на расстоянии l от центра шара ($l \gg R$) по направлению угла рассеяния χ .

Понятно, что если отодвинуть детектор дальше от шара, то количество попадающих на него частиц уменьшится, так как частицы разлетаются друг от друга с расстоянием. Чтобы фиксировать то же самое количество частиц, площадь детектора пришлось бы увеличивать. Легко показать, что для регистрации одного и того же числа частиц необходимо, чтобы величина $\Delta S/(l^2)$ сохранялась. Говорят, что разлетающийся поток частиц «вырезает» в пространстве телесный угол величиной $\Delta\Omega = \Delta S/l^2$, по аналогии с тем, как два луча «вырезают» на плоскости линейный угол величиной $\Delta\phi = \Delta l/R$ (рис. 3). Внутри этого телесного угла число рассеянных частиц будет оставаться постоянным. Таким образом, чтобы в теоретических расчетах не учитывать размеры детектора, который будет использоваться на эксперименте, результаты оптимально выражать через элемент телесного угла $\Delta\Omega$.

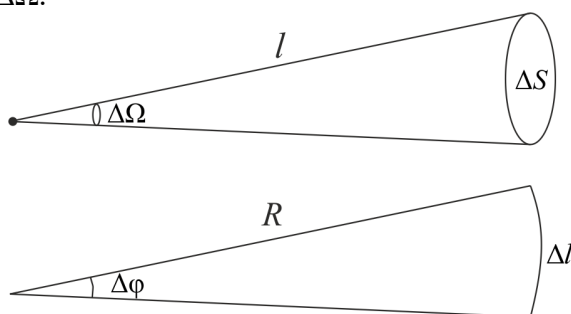


Рисунок 3 - Телесный угол и линейный угол

Другой «апгрейд» полученных формул можно получить из осознания того факта, что число отклонившихся в единицу времени частиц будет, очевидно, увеличиваться с ростом числа частиц в падающем потоке. Для того чтобы в формулах отражался лишь процесс рассеяния, предлагают искать не абсолютное, а относительное количество рассеянных частиц – для этого полученное число ΔN необходимо разделить на плотность потока

падающих частиц j . Таким образом, получается величина, называемая дифференциальным сечением рассеяния: $\Delta\sigma = \frac{\Delta N}{j}$.

- 1.4. Получите выражение для дифференциального сечения рассеяния $\Delta\sigma$ отлетающих от шара частиц на единицу телесного угла $\Delta\Omega$ в зависимости от их угла отклонения χ . Качественно объясните полученный результат.
- 1.5. Просуммируйте полученный в пункте 1.4 результат во всем возможном углам χ , учитывая, что полный (развернутый) телесный угол равен 4π . Объясните полученный результат.

Часть 2. Шар не закреплен

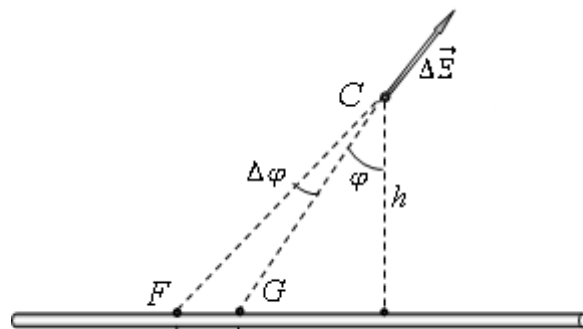
В этой части будем считать, что большой шар радиуса R , по-прежнему с гладкой упругой поверхностью, не закреплен. Более того, будем считать, что имеется однородный разреженный слой таких незакрепленных шаров, на который по-прежнему налетает поток одинаковых маленьких частиц. Массу каждой частицы считайте равной массе большого шара. Поток частиц и слой шаров разрежены настолько, что столкновение частиц между собой и шаров между собой маловероятно. Также будем считать, что каждая частица испытает только одно столкновение с большим шаром. До начала столкновений все большие шары покоились. При этом после столкновения отлетать будут как маленькие частицы, так и большие шары.

- 2.1. Получите выражение для дифференциального сечения рассеяния $\Delta\sigma_1$ маленьких частиц (через $\chi_1, \Delta\Omega_1$) в результате их столкновения с большими шарами.
- 2.2. Получите выражение для дифференциального сечения рассеяния $\Delta\sigma_2$ больших шаров (через $\chi_2, \Delta\Omega_2$) в результате налета на них потока маленьких частиц.

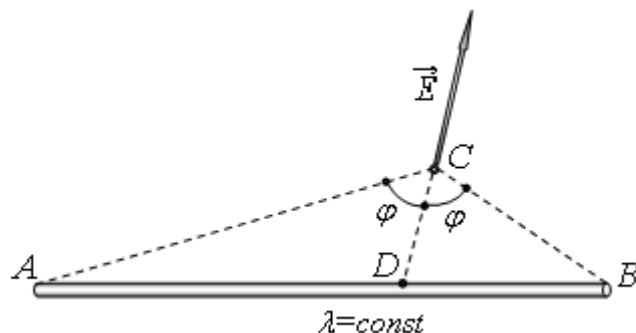
Задача 10-2. Заряженный стержень

Тонкий диэлектрический стержень AB , положительно заряженный с постоянной линейной плотностью λ , находится в воздухе (вакууме).

1.1 Рассмотрим малый участок $FG = \Delta l$ стержня, который виден из точки C пространства под малым углом $\Delta\varphi$, (см. рис.), причем $\Delta\varphi \ll \varphi$. Покажите, что модуль ΔE напряженности электростатического поля, создаваемого этим участком стержня в точке C , пропорционален величине угла $\Delta\varphi$, и может быть представлен в виде $\Delta E = k_1 \cdot \Delta\varphi$. Найдите коэффициент пропорциональности k_1 .

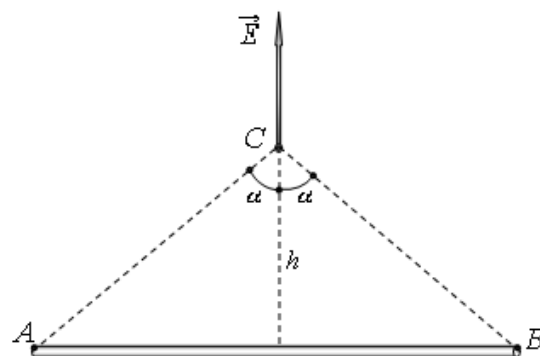


1.2 Докажите, что вектор напряженности электростатического поля, создаваемого стержнем AB , направлен вдоль биссектрисы DC угла ACB , (см. рис.). Данный результат Вы можете использовать в последующих пунктах задачи, даже если не смогли его доказать.

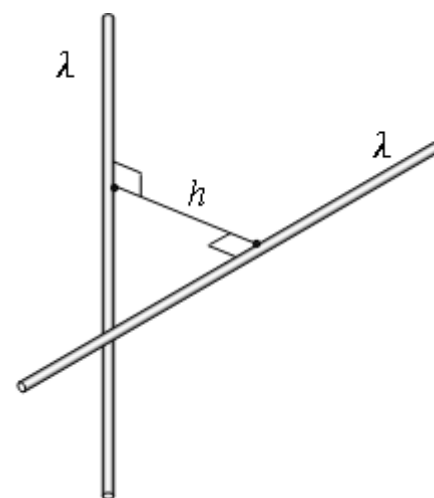


1.3 Вычислите модуль E_C напряженности электростатического поля, создаваемого стержнем AB в точке C на оси симметрии стержня.

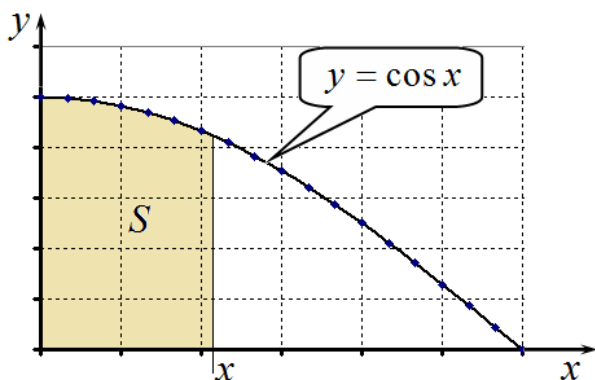
1.4 Найдите выражение $E(h)$ для модуля напряженности электростатического поля, создаваемого тонким заряженным с постоянной линейной плотностью λ бесконечным стержнем, на расстоянии h от него.



1.5 Два тонких длинных (бесконечных), заряженных с постоянной поверхностной плотностью $\lambda = 25 \text{ нКл/м}$ стержня скрещиваются в пространстве под прямым углом (см.рис.). Расстояние между ближайшими точками стержней $h = 1,0 \text{ м}$. Найдите силу \vec{F} электростатического отталкивания стержней



Математическая подсказка: площадь S под графиком функции



$y(x) = \cos(x)$ на участке от нуля до x , вычисляется по формуле $S = \sin(x)$.

Задача 10- 3. Термоэлектрические явления.

Современная теория строения металлов основывается на законах квантовой физики. Однако и более простые классические теории позволяют описывать многие свойства металлов. Одной из простейших теорий, описывающих явления тепло- и электропроводности в металлах, является теория металлов Друде, предложенная немецким физиком Паулем Друде в 1900 году. Теория основывается на следующих предположениях:

- 1) кристаллическая решётка металла образована положительно заряженными ионами, которые считаются неподвижными, электроны же внутри металла свободны и образуют электронный газ, который считается идеальным;
- 2) электрон - электронными столкновениями пренебрегают, рассматривая только столкновения электронов с ионами;
- 3) в интервале между столкновениями не учитывается взаимодействие электрона с другими электронами и ионами решетки;
- 4) столкновения мгновенно изменяют скорость электрона, причём скорость электрона после столкновения не зависит от его скоростью до столкновения, направлена случайно, а её величина соответствует температуре проводника, в области столкновения;
- 5) время между двумя последовательными столкновениями является случайной величиной, среднее значение которого определяется свойствами металла и равно τ (эта величина также называется *временем релаксации*); средний квадрат времени между столкновениями равен $2\tau^2$;

В данной задаче вам предстоит в рамках теории Друде рассчитать некоторые характеристики меди.

Вам могут понадобиться значения следующих величин:

- элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл ;
- масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг ;
- постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ ;
- постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж · К⁻¹ ;
- атомная масса меди $A_{Cu} = 6,36 \cdot 10^{-2}$ кг · моль⁻¹ ;
- валентность меди $Z_{Cu} = 1$;
- плотность меди $\rho_{Cu} = 8,92 \cdot 10^3$ кг · м⁻³ ;
- удельное сопротивление меди $\gamma_{Cu} = 1,68 \cdot 10^{-8}$ Ом · м .

Часть 1. Закон Ома.

В данной части вам необходимо доказать, что из теории Друде следует закон Ома для участка цепи, который в дифференциальной форме имеет вид

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (1)$$

Где \vec{j} - вектор плотности тока, \vec{E} - напряженность поля внутри проводника, σ - его удельная проводимость.

- 1.1 Найдите концентрацию электронов в меди n и рассчитайте её численное значение.
- 1.2 Найдите среднеквадратичную скорость движения электронов меди $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ температуре и рассчитайте её численное значение при температуре $T = 300 \text{ К}$.
- Пусть внутри металла существует однородное электрическое поле напряженности \vec{E} .
- 1.3 Найдите среднюю скорость $\langle \vec{v} \rangle$ упорядоченного движения электронов в меди в этом случае. Покажите, что эта скорость пропорциональна напряженности электрического поля \vec{E} .
- 1.4 Выразите удельную проводимость металла σ через среднее время между столкновениями τ .
- 1.5 Используя экспериментальные значения характеристик меди, рассчитайте численное значение среднего времени между столкновениями τ .
- 1.6 Рассчитайте численное значение средней скорости упорядоченного движения электронов в меди при плотности тока $j_0 = 1,0 \text{ А} \cdot \text{мм}^{-2}$.

Часть 2. Закон Джоуля – Ленца.

В данной части вам необходимо доказать. Что из теории Друде следует закон Джоуля – Ленца, который в дифференциальной форме выражается формулой

$$w = \frac{1}{\sigma} j^2, \quad (2)$$

где w - мощность теплоты, выделяющаяся в единице объема проводника при прохождении тока плотности j .

Пусть температура проводника постоянна и равна T . Внутри проводника существует однородное электрическое поле напряженности \vec{E} .

- 2.1 Найдите среднюю энергию $\langle \varepsilon \rangle$, передаваемую электроном кристаллической решётке за одно столкновение.
- 2.2 Покажите, что мощность теплоты, выделяющейся в единице объема, описывается формулой (2).

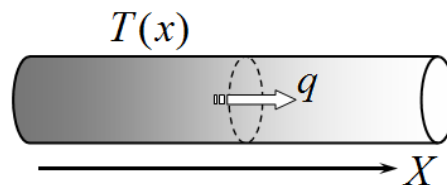
Часть 3. Закон Видемана – Франца.

Пусть металлический стержень неравномерно нагрет так, что его температура изменяется вдоль стержня и описывается функцией $T(x)$

В этом случае в стержне будет существовать поток теплоты, который описывается законом Фурье

$$q = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x}, \quad (3)$$

где q - плотность потока теплоты (количество теплоты, перетекающей через площадку единичной площади в единицу времени), κ - коэффициент теплопроводности материала стержня.



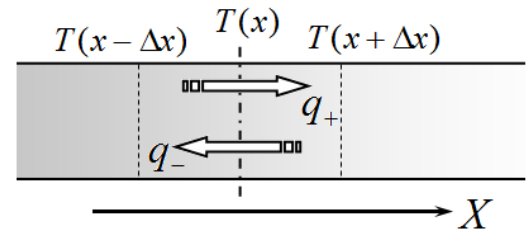
Теплопроводность металлов главным образом обусловлена движением электронов, поэтому между теплопроводностью и электропроводностью металлов должна существовать связь. Эта связь была экспериментально обнаружена в 1853 году и носит название закона Видемана – Франца, который утверждает, что отношение

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = L \quad (4)$$

является постоянной величиной для всех металлов и называется числом Лоренца L .

В данной части вам необходимо доказать, что из модели Друде следует закон Видемана – Франца, а также рассчитать постоянную Лоренца.

3.1 Запишите выражения для плотностей потоков энергии, переносимой электронами в положительном q_+ и отрицательном q_- направлении оси X , а также суммарного потока энергии q .



Используйте приближенную формулу, справедливую при медленном изменении функции

$$T(x \pm \Delta x) = T(x) \pm \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \Delta x \quad (5)$$

3.2 Получите формулу для теплопроводности металла и рассчитайте ее численное значение для меди при температуре $T = 300\text{K}$

3.3 Рассчитайте численное значение постоянной Лоренца L .

Часть 4. Эффект Томсона.

При прохождении электрического тока по неоднородно нагретому проводнику выделяется дополнительное (по сравнению с теплотой Джоуля – Ленца) количество теплоты (это явление называется эффектом Томсона). Эффектом Томсона называется дополнительное выделение или поглощение теплоты при прохождении тока в неравномерно нагретом проводнике. В данной части задачи вам необходимо показать, что модель Друде объясняет этот эффект и получить формулу для расчета мощности теплоты Томсона.

Пусть температура медного стержня металла не зависит от времени, но зависит от координаты по закону

$$T(x) = T_0 + \lambda x, \quad (6)$$

где T_0 и λ - известные положительные константы. По стержню протекает электрический ток плотности j .

4.1 При каком направлении тока теплота Томсона будет положительной, а при каком отрицательной?

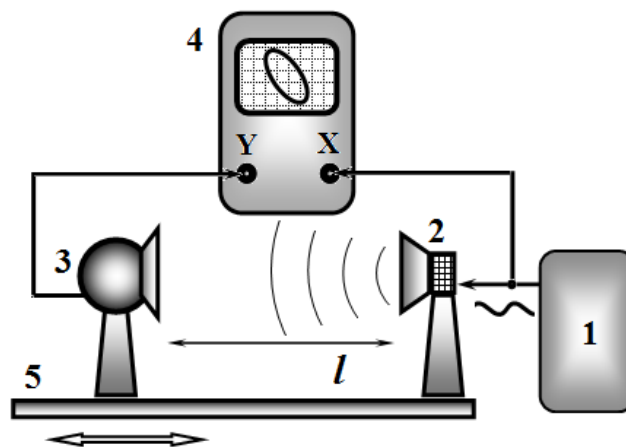
4.2 Найдите мощность теплоты, выделяющейся в единице объема стержня (плотность мощности) p в описанном случае.

4.3 Покажите, что мощность дополнительной теплоты Томсона пропорциональна плотности тока j и градиенту температуры λ . Получите выражение для коэффициента пропорциональности.

Задача 11-1 Измерение скорости звука с помощью осциллографа.

Для точного измерения скорости звука используется следующая экспериментальная установка.

Гармонический синусоидальный электрический сигнал с заданной частотой ν от генератора 1 подается на звуковой динамик 2, испускающий звук той же частоты. Этот звук улавливается микрофоном 3. Динамик и микрофон размещены на подставках, микрофон может перемещаться по рельсу 5, тем самым, изменяя расстояние l между динамиком и микрофоном. Сигнал от генератора также подается на вход X осциллографа. Микрофон под действием звука выдает электрический сигнал, напряжение которого пропорционально давлению звуковой волны, падающей на микрофон. Этот сигнал подается на вход Y осциллографа.



Горизонтальное смещение луча на экране осциллографа пропорционально напряжению, подаваемому на вход X, а вертикальное смещение пропорционально напряжению, подаваемому на вход Y. Осциллограф настроен так, что максимальные смещения луча по горизонтали и вертикали равны.

Часть 1. Изменение фигуры.

1.1 Запишите уравнение звуковой волны, распространяющейся от динамика. Амплитуда волны A , частота ν , скорость звука c .

1.2 Запишите функции от времени, описывающие сигналы, подаваемые на входы X и Y осциллографа, в зависимости от расстояния l .

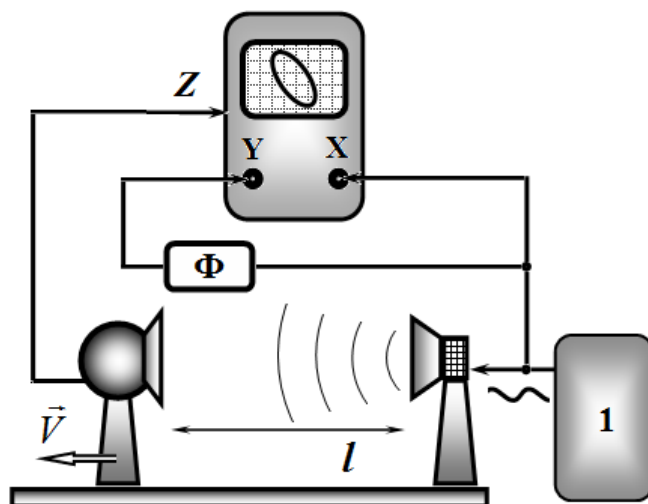
1.3 Изобразите траектории луча на экране осциллографа при различных расстояниях

$$l = m \frac{\lambda}{8} \quad m = 0, 1, 2, \dots, 8, \text{ где } \lambda - \text{длина звуковой волны. В каждом случае укажите}$$

направление движения луча.

Часть 2. Движение выреза.

В осциллографе также имеется вход Z, напряжение на котором регулирует яркость луча. Если напряжение на этом входе превышает пороговое значение $U_{\text{пор}}$, то луч гаснет. На вход Z подается сигнал с микрофона. Пороговое значение отрегулировано так, что $U_{\text{пор}} = 0,9U_{\text{max}}$, где U_{max} - амплитудное значение сигнала микрофона. Синусоидальный сигнал от генератора по-прежнему подается на динамик и на вход X осциллографа. Этот же сигнал проходит через фазовращатель



(на схеме обозначен Φ), который изменяет фазу сигнала на $\frac{\pi}{2}$, не изменяя его амплитуды (для этого используется обычный конденсатор).

2.1 Изобразите траекторию луча на экране при отключенном микрофоне.

При включенном микрофоне на траектории луча появляется вырез (из-за того, что вход Z гасит луч).

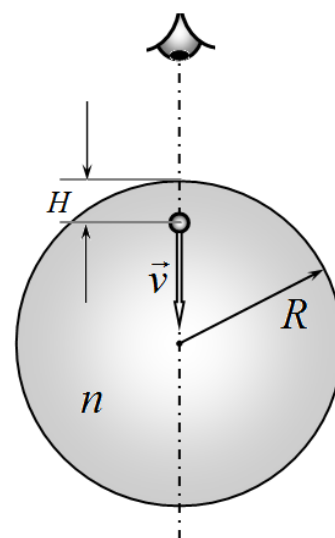
2.2 Чему равен угловой размер образующегося выреза?

2.3 Микрофон перемещают с постоянной скоростью \vec{V} , удаляя его от динамика. Модуль этой скорости значительно меньше скорости звука. Определите угловую скорость движения выреза на экране осциллографа, при частоте генератора равной ν .

2.4 При частоте генератора $\nu = 600 \text{ Гц}$ и скорости движения микрофона $V = 2,5 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$ вырез делает полный оборот за время $\tau = 220 \text{ с}$. Определите по этим данным скорость звука в воздухе.

Задача 11-2. Аквариум

Имеется тонкостенный прозрачный сосуд шарообразной формы радиусом R , заполненный прозрачной жидкостью, показатель преломления которой n . В сосуде равномерно опускается сверху вниз маленький шарик со скоростью \vec{v} относительно сосуда. В следствие преломления света, кажущаяся глубина шарика h (положение его изображения) будет отличаться от его истинной глубины H .



Часть 1. Вид сверху.

За движением шарика наблюдают сверху из точки расположенной на большом расстоянии от сосуда.

1.1 При каком положении шарика его кажущаяся глубина h будет совпадать с истинной глубиной H , не зависимо от показателя преломления жидкости. Ответ обоснуйте.

1.2 Найдите зависимость кажущейся глубины h шарика от его действительной глубины H при $H < R$;

1.3 Найдите зависимость кажущейся глубины h шарика от его действительной глубины H при $H \geq R$;

1.4 Постройте график зависимости, кажущейся глубины шарика h от его истинной глубины H . Данный график постройте в относительных координатах $y = \frac{h}{R}$ от $x = \frac{H}{R}$, при двух значениях $n_1 = 1,5$ и $n_2 = 2,5$.

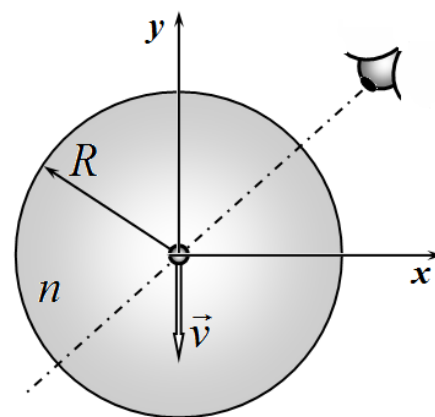
1.5 Найдите зависимость кажущейся скорости движения шарика от его действительной глубины H

1.6 Постройте графики полученных в п.1.5 зависимостей при двух значениях $n_1 = 1,5$ и $n_2 = 2,5$ в безразмерных координатах $\chi = \frac{u}{v}$ от $x = \frac{H}{R}$;

Часть 2. Вид сбоку.

Глаз наблюдателя находится сбоку на прямой, проходящей через центр шара и направленной под углом 45° к вертикали. Показатель преломления жидкости равен $n_1 = 1,5$.

2.1 Постройте вектор видимой скорости движения шарика \vec{i} при наблюдении сбоку, в момент времени, когда шарик проходит центр шара. Найдите координаты этого вектора в системе отсчета, показанной на рисунке.



Задача 11 – 3. Равновесие и устойчивость звёзд.

В данной задаче рассматривается весьма упрощенная модель строения звезды, которая, тем не менее, позволяет оценить ее устойчивость.

Звезда в обычном состоянии представляет собой газовый шар, находящийся в гидродинамическом и тепловом равновесии. Гидродинамическое равновесие обеспечивается равенством сил тяготения и сил давления, действующих на каждый элемент массы звезды. Тепловое равновесие означает равенство энергии, выделяемой в недрах звезды, и энергии, излучаемой с поверхности звезды.

Для оценок рассматривайте сферическую звезду массы M и радиуса R , состоящую из полностью ионизированного водорода. Везде, где не сказано иное, считайте, что для вещества звезды выполняется уравнение состояния идеального газа. Считайте, что источником энергии звезды являются ядерные реакции, идущие в ядре звезды в области массы $0,1M$ с максимальным выделением энергии на единицу массы μc^2 , где $\mu = 0,01$.

Вам могут понадобиться значения следующих величин:

гравитационная постоянная $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$

скорость света $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$

универсальная газовая постоянная $R_G = 8,31 \text{ Дж} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$

постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} \cdot \text{К}^{-1}$

постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-4}$

масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$

масса Солнца $M_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

радиус Солнца $R_\odot = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$

температура поверхности Солнца $T_\odot = 5,7 \cdot 10^3 \text{ К}$

Кроме того, вам могут понадобиться следующие сведения:

- тело при температуре T излучает с мощностью на единицу площади, равной $P = \sigma T^4$;
- в результате ядерных реакций в ядре звезды образуются более тяжёлые элементы из более лёгких; чем тяжелее элемент, тем большая температура требуется для синтеза из этого элемента;

Для численных оценок параметров звезды используйте значения радиуса, массы и температуры поверхности для Солнца. Давлением излучения пренебрегайте.

Часть 1. Характеристики звезды.

1.1 Оцените среднюю плотность звезды $\bar{\rho}$.

1.2 Оцените давление в недрах звезды \bar{P} , считая плотность звезды постоянной.

1.3 Оцените температуру в центре звезды \bar{T} .

В дальнейшем, где не оговорено иное, считайте, что звезда имеет постоянную плотность и температуру, равную полученным значениям.

Часть 1. Характерное время процессов в звёздах.

1.1 Оцените гидродинамическое время звезды t_H , то есть время, за которое элементы вещества звезды сместятся на расстояние порядка 10% радиуса звезды под действием силы тяготения при отсутствии остальных сил.

1.2 Оцените тепловое время звезды t_T , то есть время, требуемое для того, чтобы излучить 10% тепловой энергии звезды при отсутствии дополнительных источников энергии.

1.3 Оцените ядерное время звезды t_N , то есть время, требуемое, чтобы излучить 10% энергии, выделяющихся в звезде в результате ядерных реакций. Сравните величины характерных времён процессов в звезде и сделайте вывод о протекании процессов в звезде.

Часть 2. Анализ равновесия звёзд

В этой части считайте, что внутренняя энергия звездного вещества определяется по формуле

$$\varepsilon = K(T)\rho^{\gamma-1} + L(T), \quad (1)$$

где ε — внутренняя энергия, приходящаяся на единицу массы, K и L — некоторые функции, зависящие только от температуры и не зависящие от ее плотности, γ — характеристика вещества, называемая показателем адиабаты. В данной части задачи массу звезды считайте постоянной.

2.1 Существенную роль в эволюции звезд играет ее гравитационная энергия. Как зависит гравитационная энергия однородной звезды от ее массы M и радиуса R .

2.2 Определите вид зависимости полной энергии звезды E от её массы, радиуса и показателя адиабаты. Постройте схематические графики зависимости полной энергии звезды массы M от ее радиуса при различных значениях показателя адиабаты γ . Выберите такие значения этого показателя, при которых вид исследуемой зависимости претерпевает качественные изменения.

2.3 Установите, при каких значениях γ равновесие звезды устойчиво, а при каких неустойчиво.

Из трех рассматриваемых параметров звезды (масса M , радиус R и плотность ρ) независимыми являются только два, эти два параметра могут быть выбраны произвольно. Для дальнейшего рассмотрения в качестве независимых параметров удобно выбрать массу и плотность.

2.4 Определите вид зависимости массы звезды от её плотности $M(\rho)$ в состоянии равновесия.

2.5 Сформулируйте, какому условию должна удовлетворять зависимость $M(\rho)$, чтобы равновесие звезды было устойчиво.