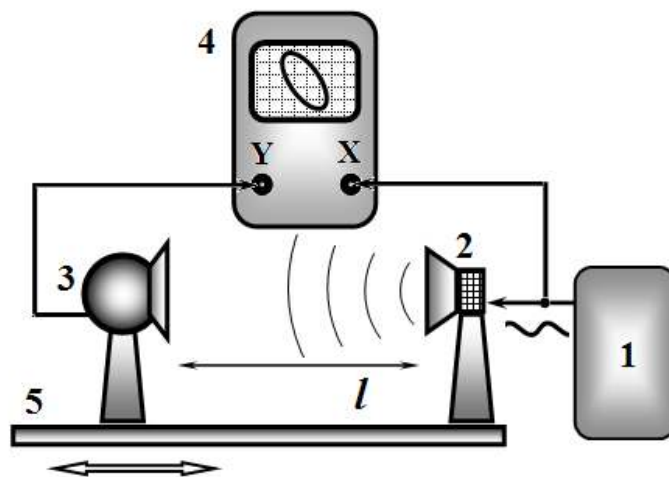


Условие

Задача 11-1 Измерение скорости звука с помощью осциллографа.

Для точного измерения скорости звука используется следующая экспериментальная установка.

Гармонический синусоидальный электрический сигнал с заданной частотой ν от генератора 1 подается на звуковой динамик 2, испускающий звук той же частоты. Этот звук улавливается микрофоном 3. Динамик и микрофон размещены на подставках, микрофон может перемещаться по рельсу 5, тем самым, изменяя расстояние l между динамиком и микрофоном. Сигнал от генератора также подается на вход X осциллографа. Микрофон под действием звука выдает электрический сигнал, напряжение которого пропорционально давлению звуковой волны, падающей на микрофон. Этот сигнал подается на вход Y осциллографа.



Горизонтальное смещение луча на экране осциллографа пропорционально напряжению, подаваемому на вход X , а вертикальное смещение пропорционально напряжению, подаваемому на вход Y . Осциллограф настроен так, что максимальные смещения луча по горизонтали и вертикали равны.

Часть 1. Изменение фигуры.

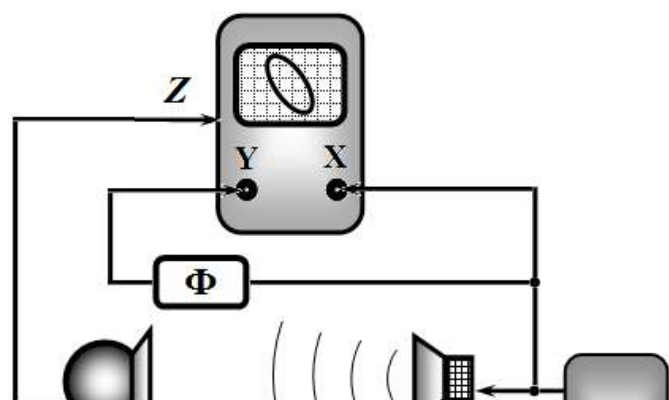
1.1 Запишите уравнение звуковой волны, распространяющейся от динамика. Амплитуда волны A , частота ν , скорость звука c .

1.2 Запишите функции от времени, описывающие сигналы, подаваемые на входы X и Y осциллографа, в зависимости от расстояния l .

1.3 Изобразите траектории луча на экране осциллографа при различных расстояниях $l = m \frac{\lambda}{8}$ $m = 0, 1, 2, \dots, 8$, где λ - длина звуковой волны. В каждом случае укажите направление движения луча.

Часть 2. Движение выреза.

В осциллографе также имеется вход Z , напряжение на котором регулирует яркость луча. Если напряжение на этом входе превышает пороговое значение $U_{\text{пор}}$, то луч гаснет. На вход Z подается сигнал с микрофона. Пороговое



значение отрегулировано так, что $U_{\text{пор.}} = 0,9U_{\text{max}}$, где U_{max} - амплитудное значение сигнала микрофона. Синусоидальный сигнал от генератора по-прежнему подается на динамик и на вход X осциллографа. Этот же сигнал проходит через фазовращатель

(на схеме обозначен Φ), который изменяет фазу сигнала на $\frac{\pi}{2}$, не изменяя его амплитуды (для этого используется обычный конденсатор).

2.1 Изобразите траекторию луча на экране при отключенном микрофоне.

При включенном микрофоне на траектории луча появляется вырез (из-за того, что вход Z гасит луч).

2.2 Чему равен угловой размер образующегося выреза?

2.3 Микрофон перемещают с постоянной скоростью $\vec{V}$, удаляя его от динамика. Модуль этой скорости значительно меньше скорости звука. Определите угловую скорость движения выреза на экране осциллографа, при частоте генератора равной ν .

2.4 При частоте генератора $\nu = 600$ Гц и скорости движения микрофона $V = 2,5 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$ вырез делает полный оборот за время $\tau = 220$ с. Определите по этим данным скорость звука в воздухе.

Решение

Задача 11-1 Измерение скорости звука с помощью осциллографа.

Часть 1. Изменение фигуры.

1.1 Уравнение звуковой волны, распространяющейся от динамика, имеет традиционный вид

$$p = A \cos(\omega t - kx) = A \cos\left(2\pi\nu\left(t - \frac{x}{c}\right)\right). \quad (1)$$

1.2 Сигналы, которые подаются на входы осциллографа, описываются функциями

$$\begin{aligned} U_x &= A \cos \omega t \\ U_y &= A \cos(\omega t - kl) \end{aligned} \quad (2)$$

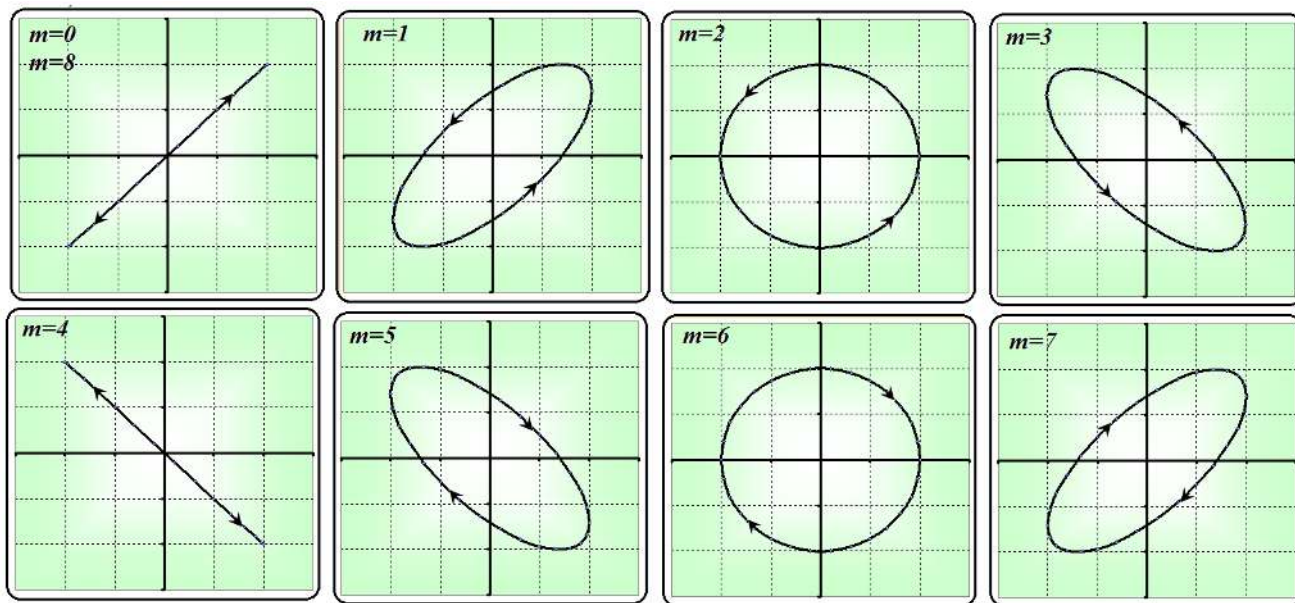
1.3 Выражение для сигнала, снимаемого с микрофона и подаваемого на вход Y . Удобно представить в виде

$$U_y = A \cos(\omega t - kl) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} m \frac{\lambda}{8}\right) = A \cos\left(\omega t - m \frac{\pi}{4}\right) \quad (3)$$

Тогда уравнение траектории луча в параметрическом виде имеет вид

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega t \\ y &= A \cos \left(\omega t - m \frac{\pi}{4} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Траектория, описываемая этими уравнениями в общем случае является эллипсом, который при $m = 0$ и $m = 4$ вырождается в отрезок прямой, а при $m = 2$ и $m = 6$ является окружностью. Последовательность этих траекторий при различных m показана на рисунке.



Часть 2. Движение выреза.

2.1 Так как сдвиг фаз между колебаниями вдоль перпендикулярных осей равен $\frac{\pi}{2}$, то траекторией луча будет окружность.

2.2 Угловой размер образующегося выреза можно определить из условия его образования $U_Z > U_{\text{пор}}$. Из которого следует, что угловые границы выреза удовлетворяют условию

$$\cos \varphi = 0,9 \quad \Rightarrow \quad \Delta \varphi = 2 \arccos 0,9 = 0,90 \approx 52^\circ. \quad (5)$$

2.3 Не сложно сообразить, что вырез делает полный оборот, если микрофон смещается на расстояние равное длине волны звука. На это требуется время

$$T = \frac{\lambda}{V} = \frac{1}{\nu} \frac{c}{V}. \quad (6)$$

Следовательно, угловая скорость движения выреза равна

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi V}{\nu c}. \quad (7)$$

2.4 При частоте генератора $\nu = 600$ Гц и скорости движения микрофона $V = 2,5 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$ вырез делает полный оборот за время $\tau = 220 \text{ с}$. Определите по этим данным скорость звука в воздухе. Из формулы (6) следует, что

$$c = \nu V \tau = 600 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 220 = 330 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (8)$$