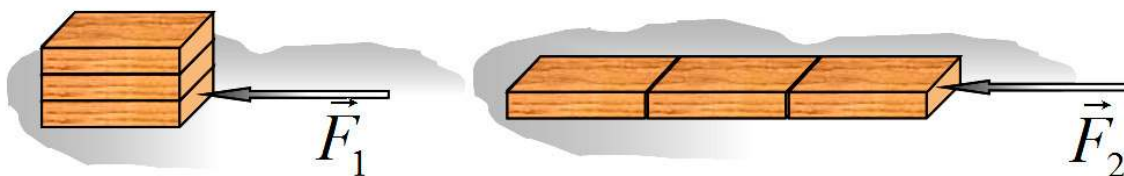


Условие

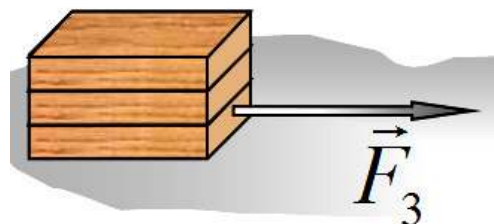
Задача 9-2. В память о лесосплаве

Очень увлекательна работа на лесозаготовках. То надо лесу навалить, то необходимо стопу бревен переложить, то выдернуть из штабеля какое-то особенно нужное бревно и т.д. В общем, интересно: свежий воздух, физические упражнения, грибы, ягоды. Потом, будучи на занятиях часто вспоминается это увлекательное дело. Но, попробуем, как физики могут смоделировать реальную ситуацию в лаборатории, чтобы понять, что можно делать, а чего делать не следует.

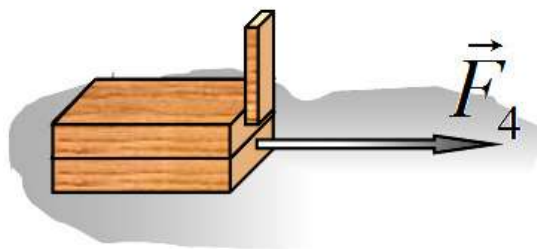
Для этого в качестве модели возьмем три одинаковых бруска, т.е. массы брусков одинаковы и равны m . Коэффициент трения брусков между собой и с поверхностью стола одинаков и равен μ . Размеры всех брусков одинаковы.



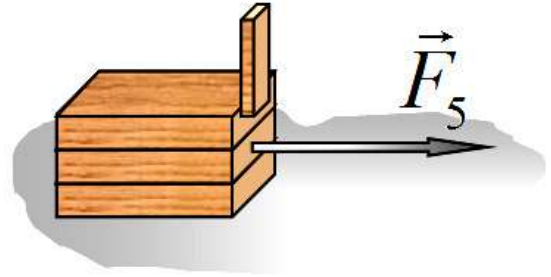
2.1 В каком случае, когда бруски сложены стопкой, или когда поставлены в один ряд, требуется приложить к брускам меньшую, горизонтально направленную силу (F_1 или F_2), чтобы сдвинуть их с места?



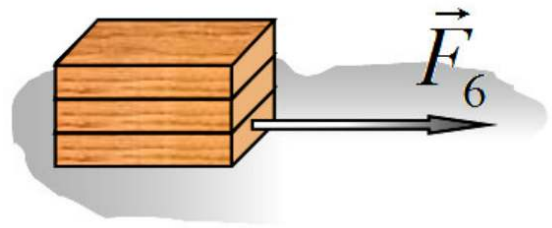
2.2 Три бруска расположили стопкой один на одном. С каким максимальным ускорением можно перемещать стопку по горизонтальной поверхности, чтобы она не разъехалась во время движения? Какую силу F_3 следует приложить, и к какому бруску, чтобы таким образом перемещать стопку? Можно ли перемещать стопку, прикладывая силу к верхнему бруску, так чтобы стопка не разъехалась?



2.3 Иногда возникает необходимость выдернуть один брусок из-под другого. Два бруска лежат один на одном. Для того, чтобы выдернуть нижний брусок, верхний брусок удерживают в состоянии покоя с помощью упора. Какую минимальную силу F_4 необходимо приложить к нижнему бруску, чтобы вытянуть его?

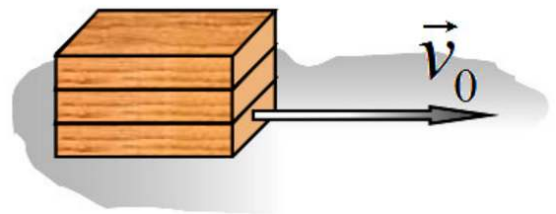


2.4 Теперь необходимо вытянуть средний брусок из стопки из трех брусков. Верхний брусок опять удерживают с помощью упора. Какую минимальную силу F_5 следует приложить к среднему бруску, чтобы выдернуть его из стопки? Сдвинется ли при этом нижний брусок?



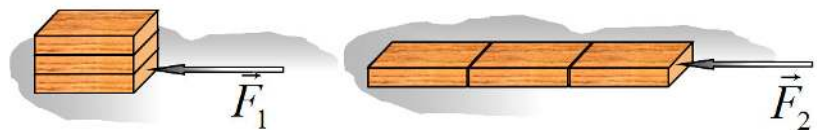
2.5 Теперь требуется выдернуть нижний брусок из стопки из трех брусков без упора. Какую минимальную силу F_6 следует приложить к этому бруску, чтобы выдернуть его?

2.6. Брусок можно не только вытащить, но и выбить резким ударом. Нижнему бруску (в стопке из трех) сообщили такую скорость v_0 , что он вылетел из-под стопки со скоростью v . Какую скорость при этом приобрела оставшаяся стопка брусков? На каком расстоянии друг от друга окажутся все бруски после прекращения движения?



Решение

Задача 2. В память о лесосплаве



2.1 Чтобы сдвинуть бруски необходимо приложить силу превышающую силу трения. В соответствии с законом Кулона-Амонтона сила трения не зависит от площади соприкосновения, а определяется силой нормальной реакции. В обоих случаях сила трения (и равная ей минимальная сила) равна

$$F = \mu N = 3\mu mg. \quad (1)$$

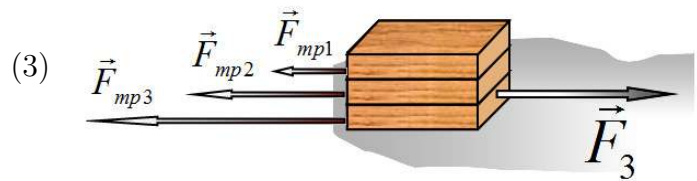
2.2 Между брусками, сложенными стопкой, действуют силы трения, максимальные значения которых равны: - между верхним и средним

$$F_{\text{тр}1} = \mu mg, \quad (2)$$

- между средним и нижним

$$F_{\text{тр}2} = 2\mu mg,$$

- между нижним и столом



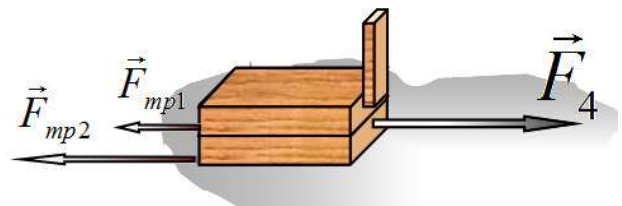
$$F_{\text{тр}3} = 3\mu mg. \quad (4)$$

Таким образом, если прикладывать внешнюю силу к среднему бруску, то нижний брусок не сдвинется: со стороны среднего будет действовать сила $F_{\text{тр}2} = 2\mu mg$, а тормозить его будет большая сила $F_{\text{тр}3}$. Следовательно, чтобы сдвинуть стопку целиком, внешнюю силу $\vec{F}_3$ следует прикладывать к нижнему бруску. Максимальная сила, которая сообщает ускорение среднему и верхнему брускам при движении нижнего, есть сила трения $F_{\text{тр}2} = 2\mu mg$. Поэтому максимальное ускорение, с которым могут двигаться вместе верхний и средний бруски, равно

$$a_{\text{max}} = \frac{2\mu mg}{2m} = \mu g. \quad (5)$$

Заметим, что максимальная сила трения, действующая на верхний брусок, равна $F_{\text{тр}1} = \mu mg$, поэтому она в состоянии сообщить и верхнему бруску такое же ускорение, следовательно, и верхний брусок при этом не сдвинется. Таким образом, искомая сила $\vec{F}_3$ может быть найдена из условия, что все бруски движутся с ускорением a_{max} :

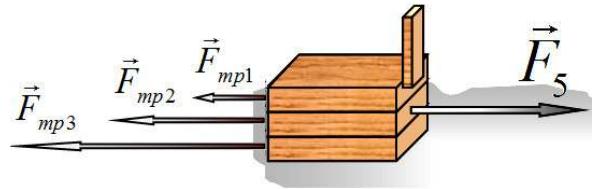
$$F_3 - 3\mu mg = 3ma_{\text{max}} \Rightarrow F_3 = 6\mu mg. \quad (6)$$



2.3 Минимальная сила, которую следует приложить в этом случае, должна превышать суммарную силу трения, действующую на нижний брусок, как со стороны верхнего бруска, так и со стороны стола, т.е.

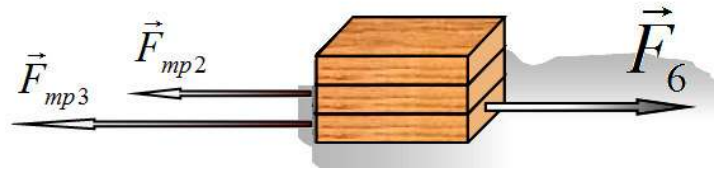
$$F_4 = \mu mg + 2\mu mg = 3\mu mg. \quad (7)$$

2.4 Как следует из рисунка, распределение сил, действующих на два верхних бруска, такое же, как и в предыдущем случае, поэтому минимальная сила, которая необходима для того, чтобы выдернуть средний брусок такая же



$$F_5 = 3\mu mg. \quad (8)$$

Как отмечалось ранее, нижний брусок при этом со своего места не сдвинется. 2.5 Чтобы выдернуть нижний брусок, необходимо сообщить ему ускорение большее, чем $a_{\max}$, найденное в п. 2.2. Записывая уравнение второго закона Ньютона для нижнего бруска,

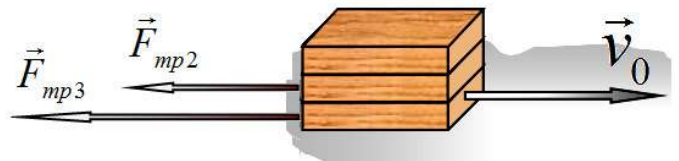


$$ma_{\max} = F_6 - 5\mu mg, \quad (9)$$

Получим

$$F_6 = 6\mu mg \quad (10)$$

2.6 Пока нижний брусок не выскочил из-под стопки на него действовала сила трения $5\mu mg$. Уравнение движения нижнего бруска на



$$ma = -5\mu mg. \quad (11)$$

Так как все силы постоянны, то движение бруска являлось равноускоренным, поэтому можно записать

$$m \frac{v_0 - v_1}{\Delta t} = 5\mu mg. \quad (12)$$

Отсюда следует, что длительность соскальзывания равно

$$\Delta t = \frac{v_0 - v_1}{5\mu g}. \quad (13)$$

Два верхних бруска, как было показано ранее, будут двигаться вместе с ускорением $a = \mu g$. Поэтому к моменту соскальзывания с нижнего бруска верхние приобретут скорость

$$v_2 = \mu g \Delta t = \frac{v_0 - v_1}{5}. \quad (14)$$

При движении по столу путь бруска от начальной скорости V_0 до остановки можно найти по кинематической формуле

$$S = \frac{V_0^2}{2a} = \frac{V_0^2}{2\mu g} \quad (15)$$

Следовательно, после выскальзывания нижний брусок пройдет путь

$$S_1 = \frac{v_1^2}{2\mu g}, \quad (16)$$

а верхние

$$S_2 = \frac{(v_0 - v_1)^2}{50\mu g}. \quad (17)$$

Если $S_1 > S_2$, то расстояние между брусками после остановки будет равно

$$S_1 - S_2 = \frac{v_1^2}{2\mu g} - \frac{(v_0 - v_1)^2}{50\mu g}. \quad (18)$$

В противном случае расстояние между брусками станет равным нулю. Это условие будет выполнено при

$$\frac{v_1^2}{2\mu g} < \frac{(v_0 - v_1)^2}{50\mu g} \Rightarrow 5v_1 < v_0 - v_1 \Rightarrow v_1 < \frac{v_0}{6}. \quad (19)$$