

-3. Вода из воздуха

Условие

Задача 11-3. Вода из воздуха

В данной задаче на примере работы юного экспериментатора Феди вам предлагается рассмотреть возможность получения некоторого количества воды из воздуха при помощи различных физических процессов. Водяной пар и воздух в решении можете считать идеальными газами.

Для решения задачи вам может понадобиться график зависимости давления насыщенного пара воды от температуры, представленный на отдельном бланке. При желании вы можете делать любые пометки и построения на данном графике. По окончании работы вложите данный бланк в тетрадь с решением.

Наконец, напомним вам некоторые физические постоянные (никто не гарантирует, что все из них вам понадобятся): Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$ Постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ Постоянная Больцмана $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}/\text{К}$ Молярная масса воды $M = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль}$ Удельная теплоемкость воды $c_v = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$ Нормальное атмосферное давление $p_{\text{атм}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ Температура кипения воды (при $p_{\text{атм}}$) $T_{\text{кип}} = 100 \text{ }^\circ\text{C} = 373 \text{ К}$ Ускорение свободного падения считайте равным $g = 10 \text{ м}/\text{с}^2$

Юный экспериментатор Федя, захотев получить воду прямо из воздуха, поставил физический эксперимент. Федина установка представляет собой вертикальный цилиндрический герметичный сосуд с поршнем малой массы, способным двигаться практически без трения. Считайте, что поршень создает дополнительное давление которым, по сравнению с атмосферным, можно пренебречь. В начальном положении в сосуд через отверстие поступает воздух из комнаты. Для сжатия воздуха Федя помещает сосуд в холодильную установку. Все процессы считайте достаточно медленными.

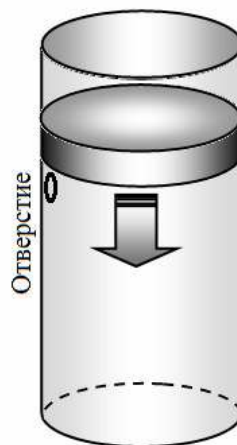
Температура воздуха в комнате $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, его относительная влажность $\varphi = 77\%$. Начальный объем сосуда с поршнем $V_1 = 5,0 \text{ л}$.

1. До какой температуры необходимо охладить сосуд, чтобы водяной пар начал конденсироваться?

С помощью холодильной установки Федя охлаждает сосуд с содержимым до температуры $T_2 = 4,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

2. Определите массу воды, образующейся в результате такого охлаждения. 3. Определите, за сколько таких «охлаждений» можно будет собрать один стакан воды ($m_c = 200 \text{ г}$).

Для повторения процесса Федя организует цикл по следующей схеме. После охлаждения из сосуда собирается вся влага, затем сосуд медленно нагревается обратно до комнатной температуры. При достижении комнатной температуры Федя открывает отверстие для поступления окружающего воздуха. Выждав достаточное время, юный экспериментатор снова охлаждает сосуд.



4. Схематически (без точных числовых значений) изобразите p - V диаграмму для водяного пара в описанном циклическом процессе. Укажите направление процесса на диаграмме.

5. Оцените полное количество работы, совершаемое над содержимым сосуда за один цикл.

Для определения «трудоемкости» процесса получения воды из воздуха Федя придумал следующую характеристику – удельную работу конденсации (Θ), – равную работе, затраченной на образование 1 килограмма воды.

6. Оцените удельную работу конденсации для данного цикла.

Решение

Задача 11-3. Вода из воздуха

1. Так как давление насыщенного пара зависит от температуры, то при изобарном охлаждении температура водяного пара может достичь точки, когда пар при постоянном начальном давлении $\varphi p_{\text{н1}}$ уже станет насыщенным. Проводя горизонтальную прямую изобары $p = \varphi p_{\text{н1}} = 1,81$ кПа на графике бланка-вкладыша, найдем искомую температуру $T_{\text{В}} = 16^\circ\text{C} = 289$ К.

Стоит отметить, что при охлаждении ниже найденной температуры давление водяного пара уже перестанет быть постоянным. В случае достаточно медленного процесса оно будет соответствовать давлению насыщенного пара при текущей температуре газа, как максимально возможному. С другой стороны процесс для всего воздуха в сосуде, давление которого гораздо больше, чем пара, процесс будет протекать по обычной схеме изобарного охлаждения.

2. Так как минимальная температура холодильной установки Феи ниже $T_{\text{В}}$, то пар действительно начнет конденсироваться. Массу образовавшейся воды можно рассчитать аналогично пункту А3, найдя химическое количество водяного пара до (ν_1) и после (ν_3) охлаждения при помощи уравнения Менделеева-Клапейрона. Для подобного расчета необходимо найти давление насыщенного водяного пара в конце охлаждения (при температуре $T_2 = 4,0^\circ\text{C}$) из графика на бланке-вкладыше: $p_{\text{н2}} \approx 0,80$ кПа. Кроме того, необходимо получить выражение для расчета конечного объема водяного пара V_3 , равного объему всего воздуха в сосуде. Для этого запишем уравнение, соответствующее изобарному охлаждению воздуха: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_3}{T_2}$. Тогда массу образовавшейся воды можно найти следующим образом:

$$m_{\text{в}} = M(\nu_1 - \nu_3) = M \left(\frac{\varphi p_{\text{н1}} V_1}{RT_1} - \frac{p_{\text{н2}} V_3}{RT_2} \right) = \frac{M}{R} \left(\varphi p_{\text{н1}} \frac{V_1}{T_1} - p_{\text{н2}} \frac{V_3}{T_2} \right) = \frac{MV_1}{RT_1} (\varphi p_{\text{н1}} - p_{\text{н2}})$$

$$m_{\text{в}} = 3,73 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 37,3 \text{ мг}$$

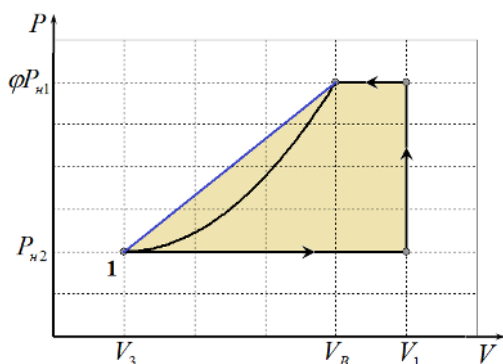
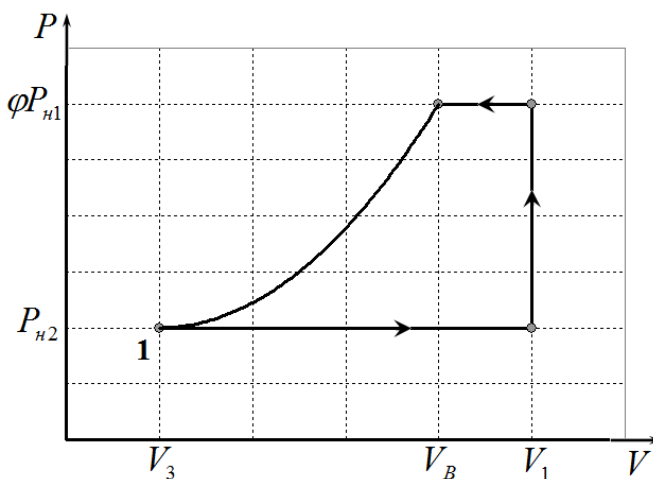
$$\frac{\varphi p_{\text{н1}} V_1}{RT_1} - \frac{p_{\text{н2}} V_3}{RT_2} = \frac{M}{R} \left(\varphi p_{\text{н1}} \frac{V_1}{T_1} - p_{\text{н2}} \frac{V_3}{T_2} \right)$$

$$\frac{V_1}{T_1} - p_{\text{н2}} \frac{V_3}{T_2} = \frac{MV_1}{RT_1} (\varphi p_{\text{н1}} - p_{\text{н2}})$$

3. Стакан воды можно насобирать за $N_{\text{в}} = m_{\text{с}}/m_{\text{в}} = 5360$ охлаждений.

4. От начала процесса до точки конденсации водяного пара диаграмма соответствует изобарному процессу и представляет собой участок горизонтальной прямой. Далее в ходе процесса конденсации давление водяного пара будет уменьшаться. Так как в ходе изобарного охлаждения объем и давление прямо пропорциональны друг другу, то

характер уменьшения давления с объемом аналогичен поведению графика давления от температуры на бланке-вкладыше. Обратный нагрев после сбора влаги будет снова проходить при постоянном давлении – ему так же соответствует участок горизонтальной прямой до первоначального объема. Наконец, при постоянном объеме и открытом отверстии химическое количество пара возвращается к первоначальному (возвращается исходная влажность воздуха) и диаграмма замыкается. Схематичное изображение процесса представлено на рисунке.



5. Для подсчета полной работы, совершаемой над содержимым сосуда, надо найти площадь, ограниченную построенной в предыдущем пункте диаграммой. Для грубой оценки заменим криволинейный участок на прямую и найдем площадь получившейся трапеции $ABCD$. Нам будут необходимы значения объемов в характерных точках на графике, которые можно найти, используя выражения для изобарного процесса с воздухом в сосуде:

$$V_B = V_1 \frac{T_B}{T_1} = 4,93 \text{ л}; \quad V_3 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 4,73 \text{ л}$$

Тогда полная работа, примерно равная площади трапеции $ABCD$, будет:

$$A_{\text{в}} \approx S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)AD = \frac{1}{2}((V_1 - V_B) + (V_1 - V_3))(\varphi p_{\text{н1}} - p_{\text{н2}}) = 0,172 \text{ Дж}$$

В6. Для данного процесса удельная работа конденсации получается:

$$\theta_B = A_B/m_B = 4,61 \text{ кДж/кг}$$