

-1. Гидроатмосферный подъемник 1. Введение

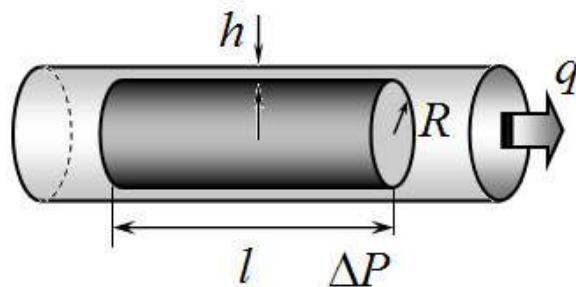
Условие

Задача 11-1. Гидроатмосферный подъемник

1. Введение.

При движении жидкости существенную роль играют силы вязкого трения – силы, возникающие между слоями жидкости, движущимися с разными скоростями, а также силы, действующие между движущейся жидкостью и стенками сосуда.

Пусть жидкость движется по горизонтальной трубе, внутри которой находится неподвижный цилиндрический цилиндр, коаксиальный с трубой (играющий роль препятствия). Радиус цилиндра равен R , длина l , толщина зазора между боковой поверхностью цилиндра и стенками трубы равна h (она значительно меньше радиуса цилиндра $h \ll R$)



Если разность давлений жидкости на торцах цилиндра равна ΔP , то расход жидкости q (объем, протекающий в единицу времени) протекающий через зазор определяется формулой:

$$q = \frac{\pi R h^3}{6\eta l} \Delta P, \quad (1)$$

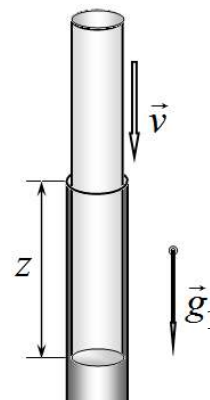
где η - характеристика протекающей жидкости, которая называется вязкостью (в данной задаче рассматривается вода, ее вязкость η и плотность ρ считайте известными).

Пусть расход воды в описанной трубе с цилиндром постоянен и равен q .

1.1	Найдите суммарную силу вязкого трения, действующую на воду в зазоре между цилиндром и трубой $F_{\text{вязк.}}$.
1.2	Найдите силу вязкого трения, действующую на боковую поверхность цилиндра $F_{\text{бок.}}$.
1.3	Найдите отношение силы вязкого трения, действующей на боковую поверхность цилиндра, к разности сил давления F_0 , действующих на торцы цилиндра $\frac{F_{\text{бок.}}}{F_0}$.

Часть 2. Описание эффекта (пробирка в пробирке).

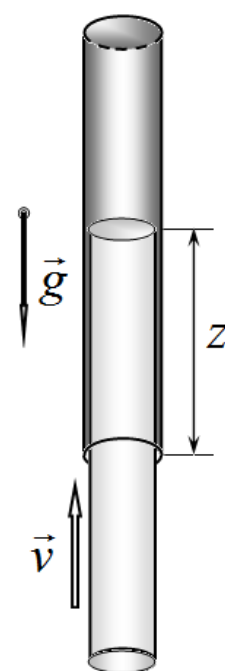
Принцип работы рассматриваемого гидроподъемника может быть изучен на простом устройстве, состоящем из двух длинных пробирок. Каждую из них можно считать цилиндрической трубкой, закрытой с одного конца. Диаметры пробирок различаются мало, поэтому меньшая из них входит в большую и может скользить в ней. Обозначим радиус меньшей пробирки R , ее масса m . Толщина зазора между стенками пробирок (когда меньшая находится в большей) мала по сравнению с радиусами пробирок и равна h .



2.1 Большую пробирку располагают вертикально и полностью заполняют водой. После этого в нее аккуратно опускаю меньшую пробирку, и она медленно начинает опускаться.

2.1.1	Найдите, на какую максимальную глубину $z_{\max}$ опустится меньшая пробирка.
2.1.2	Постройте схематический график зависимости скорости пробирки $v(z)$ от глубины погружения z .
2.1.3	Оцените время погружения пробирки от начального положения $z = 0$ до глубины $0,5z_{\max}$.

Математическая подсказка. При движении тела в вязкой среде, на него действуют силы вязкого трения, зависящие от скорости движения тела. Наличие этих сил приводит к тому, что скорость тела изменяется достаточно медленно, поэтому в уравнении второго закона Ньютона $ma = F(x, v)$, можно пренебречь слагаемым ma . Такое приближение называется квазистационарным. Кстати, оно же используется при описании электрического тока на основании закона Ома.*

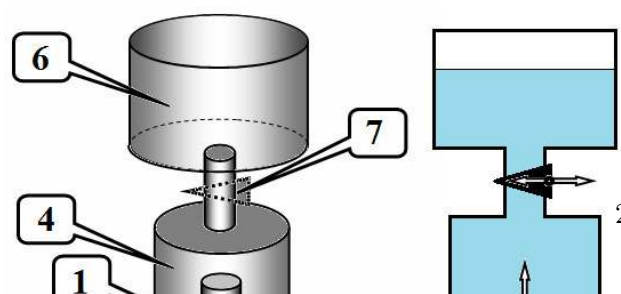


2.2 Если большую пробирку заполнить водой, погрузить в нее меньшую пробирку и резко перевернуть систему вверх дном, то при некоторой высоте подъема меньшая пробирка начнет медленно подниматься вверх.

2.1.1	Найдите, при какой минимальной высоте подъема $z_{\min}$ меньшая пробирка начнет подниматься вверх.
2.1.2	Постройте схематический график зависимости скорости пробирки от высоты ее подъема $v(z)$.
2.1.3	Оцените время подъема пробирки от высоты $1,5z_{\min}$ до высоты $2z_{\min}$.

Часть 3. Подъемник.

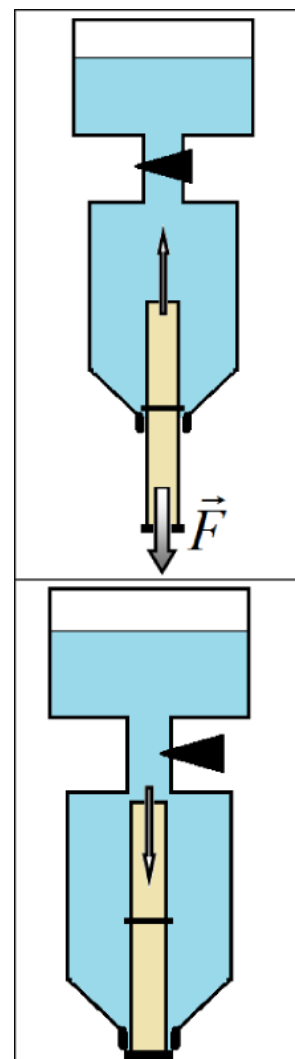
На основании рассмотренного устройства сконструирован гидроатмосферный подъемник, схема которого показана на рисунке. Пробирка 1 с двумя упорами 2 (точно на середине пробирки) и 3 (в ее нижней части) вставлена вертикально



в горлышко бутылки 4 полностью заполненной водой, диаметр горлышка 5 которой незначительно превышает внешний диаметр бутылки. Бутылка соединена трубкой с краном 7 с большим открытым сосудом-накопителем 6 также заполненным водой. Пробирка может двигаться вертикально внутри бутылки, при ее любом положении (в том числе и на упорах) вода может просачиваться в зазоре между горлышком бутылки и пробиркой. В качестве координаты, определяющей положение пробирки z , используется расстояние от горлышка бутылки до середины пробирки (упора 2).

Длина пробирки l , площадь ее поперечного сечения - S . Пробирка начинает подниматься внутри бутылки, если она погружена в нее на одну четверть своей длины. В бутылку 4 воздух не попадает, высота бутылки больше, чем $\frac{l}{2}$. Плотность воды ρ , ускорение свободного падения - g .

Принцип работы устройства следующий.



1	Пробирка находится в крайнем нижнем положении. Кран закрывают, пробирка начинает подниматься вверх. При этом она подключается к некоторому внешнему устройству, над которым совершается полезная работа.	
2	Когда пробирка достигает крайнего верхнего положения, кран открывают, и вода из сосуда накопителя очень быстро поступает в бутылку. Внешнее устройство отключается, пробирка быстро опускается вниз.	
3.1	Определите массу пробирки.	
3.2	Нарисуйте график рассматриваемого циклического процесса: зависимость силы действующей на пробирку со стороны внешнего устройства F от координаты пробирки z . Считайте все процессы квазистационарными (т.е. считайте, что в любом положении пробирка находится в состоянии равновесия).	
3.3	Рассчитайте, какую максимальную полезную работу может совершить подъемник за один цикл.	
3.4	Найдите КПД устройства (определение КПД в этом случае сформулируйте самостоятельно).	