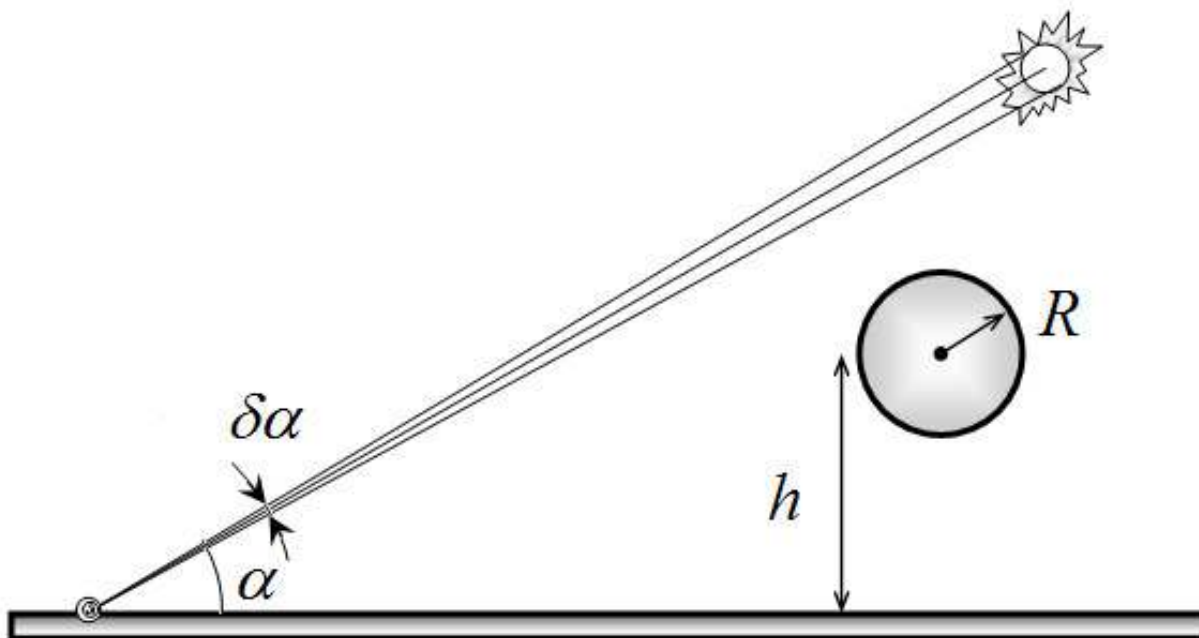


Условие

Задача 9-3

Представьте, что вы находитесь на борту самолета, который в ясный солнечный день заходит на посадку. Если вы сидите у окна, то в некоторых случаях вы можете увидеть тень самолета на поверхности земли. Если самолет находится высоко, то его тень на поверхности земли отсутствует.

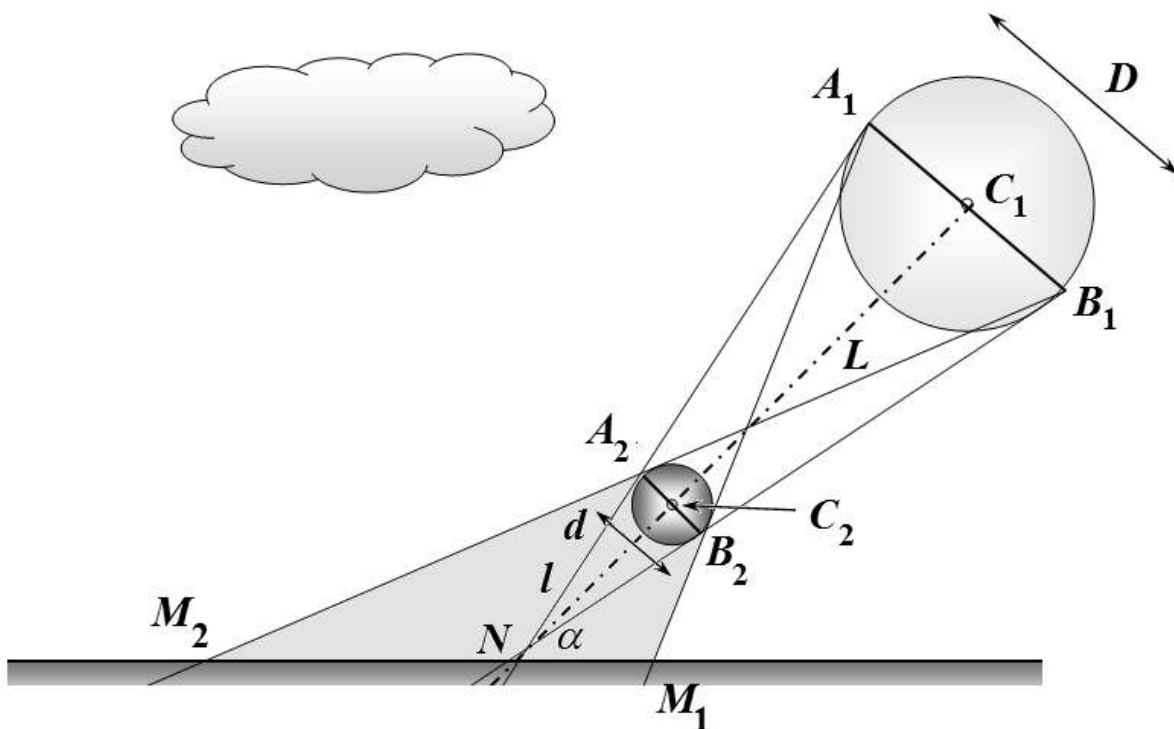
Будем считать, что самолет имеет форму шара радиуса $R = 20$ м. Высота солнца над горизонтом $\alpha = 45^\circ$, видимый угловой размер диска Солнца $\delta\alpha = 0,5^\circ$. Оцените, на какой максимальной высоте h может находиться шар, чтобы на поверхности земли была видна его тень.



Решение

Задача 9-3.

Основная причина, приводящая к исчезновению тени – конечные размеры Солнца (т.е. Солнце не является точечным источником). Лучи, испущенные разными участками Солнца по разному перекрываются воздушным шаром. Поэтому за последним образуется область полной тени, куда не попадают никакие лучи, и область полутени, в которую не попадают некоторые солнечные лучи. Для оценки можно считать, что тень исчезает, когда область полной тени перестает простирается до поверхности земли.



Для построения областей полной тени и полутени следует построить области теней для лучей, испущенных крайними точками диска Солнца (см. рис, на котором поперечные размеры сильно увеличены). Таковыми являются конусы, ограниченные лучами $A_1A_2N - A_1B_2M$ и $B_1A_2M_2 - B_1B_2N$. Из рисунка следует, что областью полной тени является конус, сечение которого на рисунке - A_2NB_2 . Высоту этого конуса легко найти, используя подобие треугольников A_2NB_2 и A_1NB_1 :

$$\frac{|A_2B_2|}{|C_2N|} = \frac{|A_1B_1|}{|C_1N|} \Rightarrow l = \frac{2R}{D}L \quad (1)$$

здесь обозначено $l = |C_2N|$ - расстояние от центра шара до земли, $L = |C_1N|$ - расстояние от Земли до Солнца, $2R = |A_2B_2|$ - диаметр шара, $D = |A_1B_1|$ - диаметр Солнца. Далее учтем, что $\frac{D}{L} = \delta\alpha$ - угловой размер Солнца, а высота шара над поверхностью земли $h = l \sin \alpha$. Следовательно, искомая высота равна

$$h = \frac{2R}{\delta\alpha} \sin \alpha. \quad (2)$$

Для численных расчетов необходимо угловой размер Солнца следует выразить в радианах:

$$h = \frac{2R}{\delta\alpha} \sin \alpha = \frac{40 \text{ м}}{\frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 0,5^\circ} \sin 45^\circ \approx 3 \text{ км}. \quad (3)$$