

Условие

Задача 11-1 «Тахоманометр»

Если к висящей вертикально нити подвесить груз, то можно получить стоячие волны периодически ударяя по нити на определенном расстоянии от ее точки подвеса.

1. Исследуйте зависимость скорости распространения поперечных колебаний по нити от силы натяжения нити.

2. Исследуйте зависимость скорости распространения поперечных колебаний по нити от площади поперечного сечения нити.

3. Установив зависимость скорости распространения поперечных колебаний по нити от площади и силы натяжения нити, теоретически установите зависимость скорости распространения колебаний от плотности нити.

4. Проверьте результаты пункта №3 экспериментально, исследовав зависимость скорости распространения поперечных колебаний по резиновому шнуру от плотности резинового шнура.

5. Включите моторчик, батарейку и реостат на 6 Ом последовательно. Частота вращения моторчика уменьшится.

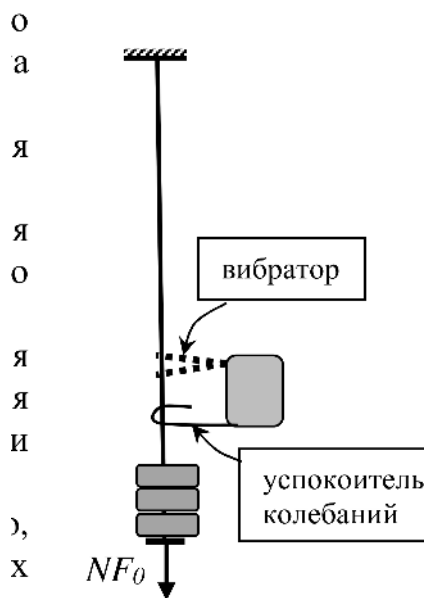
Определите, на сколько процентов уменьшилась частота вращения моторчика.

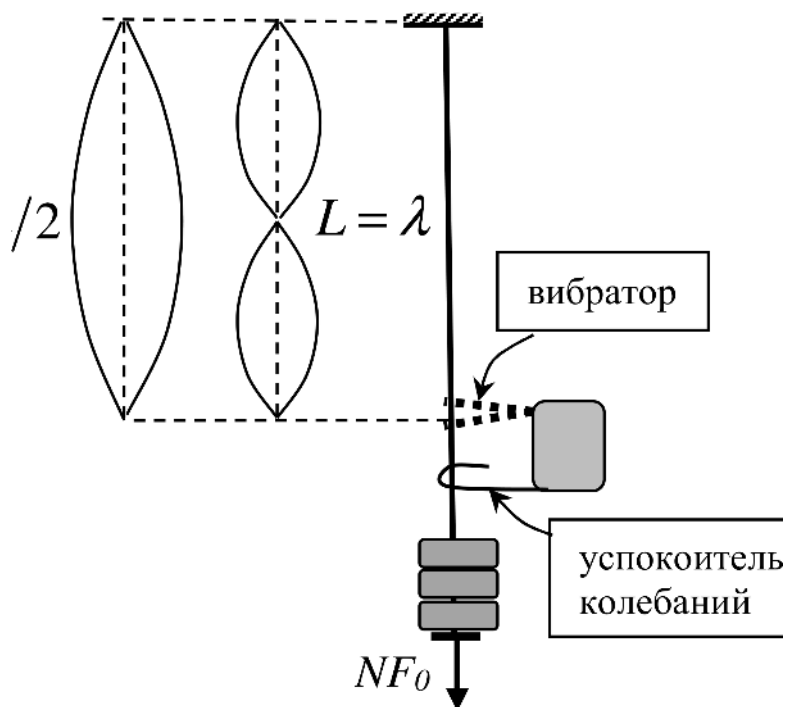
Оборудование: штатив с держателем, тонкая нить для шитья (примерно 20 м), тонкая резиновая нить для шитья (примерно 0,5 м), мерная лента 1,5 м, гайка металлическая (8 штук по 10 грамм), батарейка на 4,5 В, электрический моторчик рассчитанный на рабочее напряжение 4,5 В, соединительные провода.

Примечание

При выполнении пункта №2 необходимо предложить методику изменения толщины нити такую, чтобы натяжение всех нитей было одинаково! Нити «сами» должны одинаково распределять нагрузку. **ВЫДАННУЮ ВАМ НИТЬ НЕ РВАТЬ!**

Решение





Задача 11-1

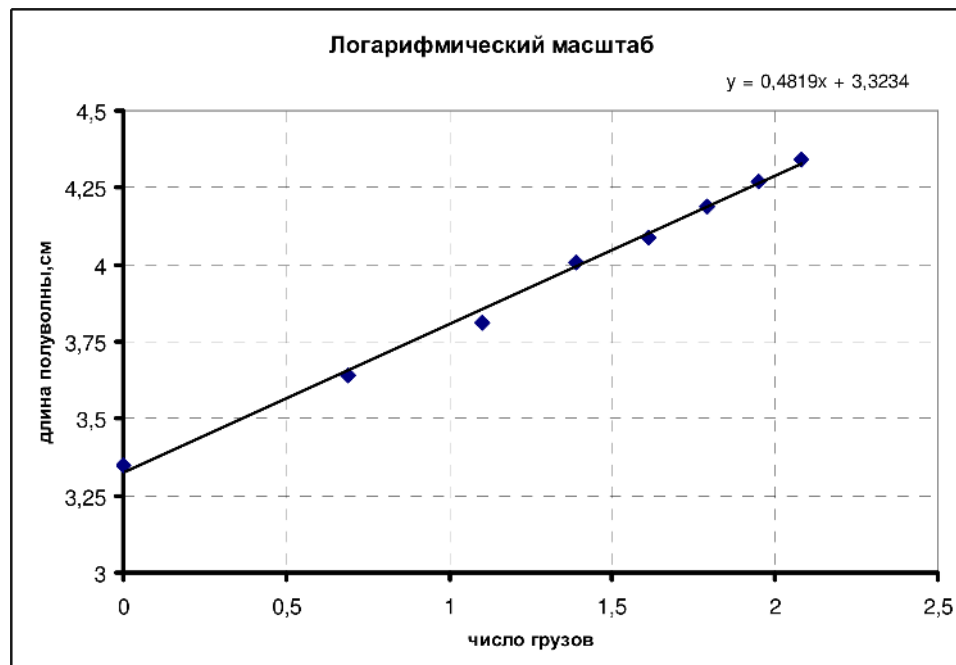
1. В натянутой нити, закрепленной с обоих концов, стоячая волна возможна только при определенных частотах. Это связано с тем, что на закрепленных концах нити амплитуда колебаний должна быть равна нулю, то есть концы нити должны быть узлами стоячей волны. Отсюда следует, что на длине нити L должно укладываться целое число n полуволн. $L = n \frac{\lambda}{2}$

Перемещая вибратор вдоль нити, при разных нагрузках можно получить стоячую волну на расстоянии λ или $\lambda/2$ от точки подвеса нити.

$v = \nu \lambda = A(NF_0)^\alpha$, т. к. частота вибратора ν постоянна, $v \propto \lambda \propto N^\alpha$, где N – количество гаек весом F_0 растягивающих нить.

$$\frac{\lambda}{2} = A' N^\alpha, \quad \ln \frac{\lambda}{2} = \ln A' + \alpha \cdot \ln N$$

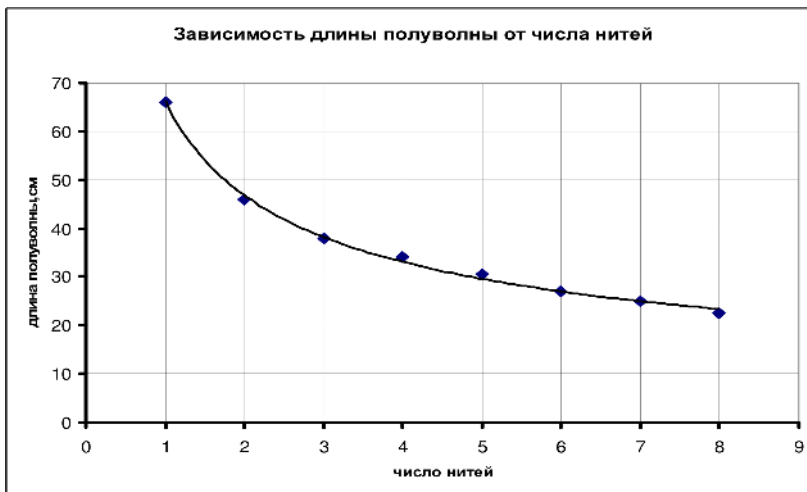
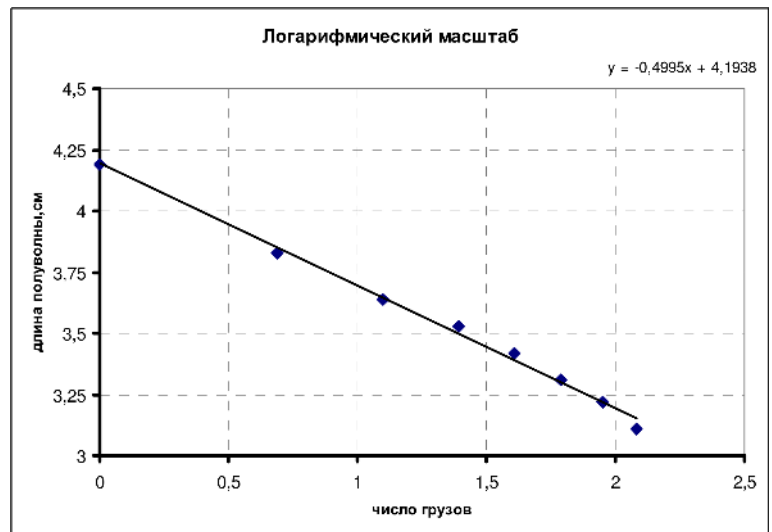
$\lambda/2$ см	N	$\ln \frac{\lambda}{2}$	$\ln N$
28	1	3,35	0
38	2	3,64	0,69
45	3	3,81	1,1
55	4	4,01	1,39
60	5	4,09	1,61
66	6	4,19	1,79
71	7	4,27	1,95
77	8	4,34	2,08



Коэффициент наклона графика в логарифмическом масштабе равен 0,5 – следовательно $v \propto \sqrt{F}$

2. Нагрузим нить силой $6F_0$ и будем получать стоячие волны, изменяя сечение от S_0 до $8S_0$. Перемещая вибратор вдоль нити, при разных сечениях нити можно получить стоячую волну на расстоянии λ или $\lambda/2$ от точки подвеса нити. $v = \nu\lambda = B(NS_0)^\beta$, т. к. частота вибратора ν постоянна, $v \propto \lambda \propto N^\beta$, где N – количество нитей сечением S_0 соединенных параллельно в жгут. $\frac{\lambda}{2} = B'N^\beta$, $\ln \frac{\lambda}{2} = \ln B' + \beta \cdot \ln N$

$\lambda/2$ см	N	$\ln \frac{\lambda}{2}$	$\ln N$
66	1	4,19	0
46	2	3,83	0,69
38	3	3,64	1,1
34	4	3,53	1,39
30,5	5	3,42	1,61
27	6	3,31	1,79
25	7	3,22	1,95
22,5	8	3,11	2,08

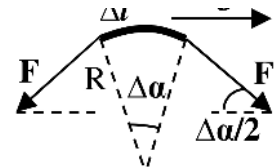


Коэффициент наклона графика в логарифмическом масштабе равен $-0,5$, следовательно, $v \propto \frac{1}{\sqrt{S}}$.

Часть 3. $v \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$

3. Способ №1 Использование метода размерностей дает зависимость 3. Способ №2

Предположим, что деформации натянутой нити (резинового шнура), связанные с поперечными колебаниями, малы. Следовательно, при малых колебаниях можно пренебречь изменениями величины силы натяжения нити (резинового шнура). Выделим маленький участок нити площадью сечения S в ее амплитудной части массой Δm и длины дуги окружности $\Delta l = R\Delta\alpha$ радиуса R , распространяющейся со скоростью v вдоль нити с центростремительным ускорением v^2/R . Тогда для малых деформаций нити можно записать:



$$2F \frac{\Delta\alpha}{2} = \Delta m \frac{v^2}{R} = \rho S R \Delta\alpha \frac{v^2}{R}, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}, \quad v \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

4. Учитывая полученные результаты при выполнении пунктов №1,2,3 - можно

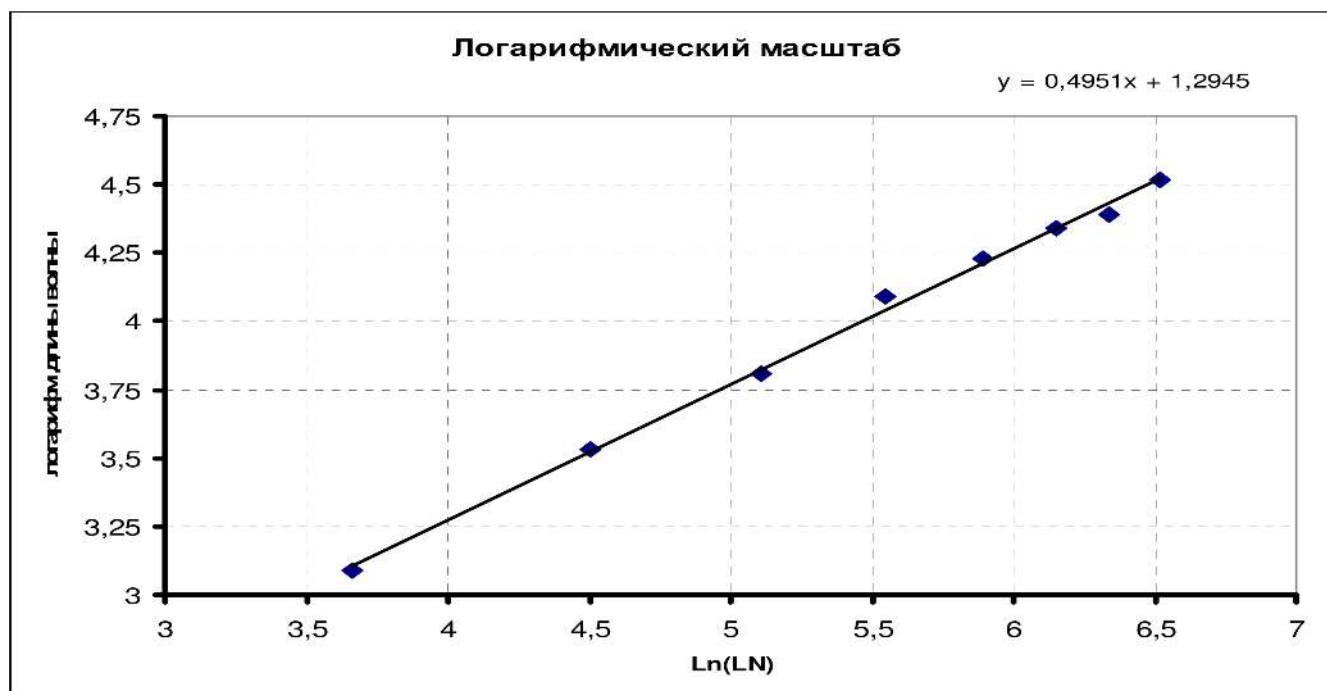
$$v \propto \sqrt{\frac{F}{\rho S}} = \sqrt{\frac{NF_0}{\frac{m}{LS}S}} = \sqrt{\frac{NF_0L}{m}} \propto \sqrt{NL}$$

записать: , где N – количество грузиков весом F_0 деформирующих шнур, L, S, m – длина, площадь сечения,

При увеличении нагрузки на резиновый шнур меняется его плотность и при этом должна выполняться зависимость: $v \propto \lambda \propto \sqrt{NL}$

$$\lambda = D(NL)^\varphi \quad \ln \lambda = \ln D + \varphi \cdot \ln(NL)$$

λ см	N	L см	NL см	$\ln \lambda$	$\ln(NL)$
22	1	39	39	3,09	3,66
34	2	45	90	3,53	4,5
45	3	55	165	3,81	5,11
59,5	4	64	256	4,09	5,55
69	5	72	360	4,23	5,89
76,5	6	78	468	4,34	6,15
80,5	7	81	567	4,39	6,34
92	8	85	680	4,52	6,52



Из графика следует, что $v \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$.

5. Нагрузим нить сечением $2S_0$ грузом весом $4F_0$. При этих параметрах шнура образуется стоячая волна $\lambda_1 = 77$ нм. При тех же параметрах нити, но при уменьшенной с помощью резистора силе тока через электродвигатель, длина стоячей волны равна $\lambda_2 = 91$ нм.

Так как скорость распространения поперечных колебаний по шнуру не зависит от частоты вибратора (частоты вращения моторчика), то можно записать:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{v}{\nu_1}}{\frac{v}{\nu_2}} = \frac{\nu_2}{\nu_1}, \quad \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{\nu_2}{\nu_1} = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1 - \frac{77}{91} = 0,15, \quad \frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 15 \%$$

Итак, с помощью имеющегося у вас оборудования можно определять изменение частоты оборотов двигателя.

Назовем такое устройство ТАХО-МАНОМЕТР!