

Условие

Задача 9-2 Сравним амперы с ньютонами!

Законы физики едины, что для Вас, что для электронов!

В данной задаче Вам предстоит проанализировать, как живет электрону внутри кристаллической решетки металла, да еще при протекании электрического тока, носителями которого и являются эти же электроны.

Будем изучать и оценивать жизнь электронов внутри меди. Для упрощения будем считать (хотя это не совсем так), что ионы меди находятся в узлах простой кубической решетки, между которыми мечутся свободные электроны.

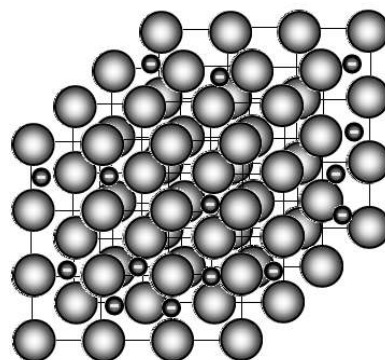
Для решения задачи Вам понадобятся следующие величины:

Плотность меди $\gamma = 8,96 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Удельное электрическое сопротивление меди $\rho = 0,017 \text{ мкОм} \cdot \text{м}$;

Масса атома меди $m = 1,1 \cdot 10^{-25} \text{ кг}$;

Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.



Во всех пунктах задачи Вы должны получить формулу, а потом найти численное значение!

1. Используя приведенные данные, определите среднее расстояние r между центрами соседних ионов меди в решетке (эта величина также называется периодом решетки).
2. Определите среднюю концентрацию (число в единице объема) свободных электронов в кристалле меди. Считайте, что каждый атом жертвует один электрон в коллективное пользование.

Все дальнейшие пункты задачи начинаются со следующего предложения: «По медному проводу с площадью поперечного сечения $S = 1,0 \text{ мм}^2$ протекает ток силой $I = 1,0 \text{ А}$ ».

3. Оцените среднюю скорость направленного движения свободных электронов. Сколько ячеек решетки в среднем проходит электрон за одну секунду?
4. На электроны со стороны решетки действует тормозящая сила (иначе электроны все время бы ускорялись). Оцените среднюю силу, действующую на электрон со стороны кристаллической решетки.
5. Выделим кусок провода длиной $l = 1,0 \text{ см}$. С какой силой (в ньютонах) действуют все электроны в этом участке провода на кристаллическую решетку? Предположим, что этот участок провода свободен, оцените ускорение, которое бы он приобрел под действием силы со стороны, действующей со стороны электронов? Почему эта сила никак не проявляется при протекании тока?

Решение

Задача 9-2 Сравним амперы с ньютонами!

1. Для определения среднего расстояния r между центрами соседних ионов меди в решетке найдем их количество N в куске меди единичного объема

$$N = \frac{\gamma}{m_0}. \quad (1)$$

Тогда можно считать, что на один ион в среднем будет приходиться кубик объемом

$$V_0 = \frac{1}{N} = \frac{m_0}{\gamma} \quad (2)$$

Длина ребра такого кубика даст искомое расстояние между центрами соседних ионов меди в решетке

$$r = \sqrt[3]{V_0} = \sqrt[3]{\frac{m_0}{\gamma}} = \sqrt[3]{\frac{1,1 \cdot 10^{-25}}{8,96 \cdot 10^3}} (\text{м}) = 2,3 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 2,3 \text{ \AA} \quad (3)$$

Для сравнения заметим, что размер (диаметр) атома водорода по порядку величины равен одному ангстрему $\approx 1 \text{ \AA}$. 2. Так каждый атом отдает один электрон, то концентрация электронов равна концентрации атомов, поэтому

$$n = \frac{\gamma}{m_0} = \frac{8,96 \cdot 10^3}{1,1 \cdot 10^{-25}} \text{ м}^{-3} = 8,1 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3} = 8,1 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3} \quad (4)$$

3. При протекании электрического тока через поперечное сечение проводника площадью S за промежуток времени Δt при средней скорости направленного движения свободных электронов u пройдет заряд

$$q = eN = enV = enSu\Delta t. \quad (5)$$

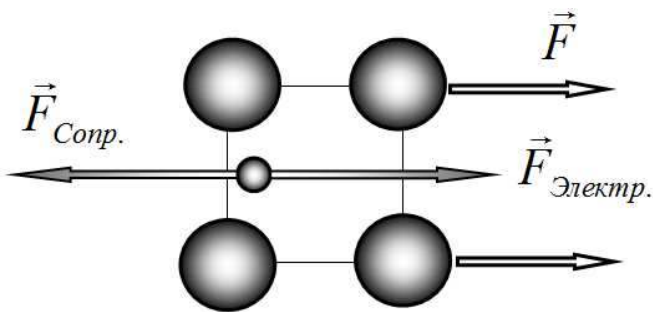
Согласно определению силы тока имеем

$$I = \frac{q}{\Delta t} = enSu \Rightarrow u = \frac{I}{enS} = \frac{1,0}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 8,1 \cdot 10^{28} \cdot 1,0 \cdot 10^{-6}} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 7,7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (6)$$

Как видим, скорость направленного движения свободных электронов при протекании тока весьма мала, что вполне понятно с учетом большого значения их концентрации.

4. Рисунок иллюстрирует общую схему расчета сил:

- не знаем, как рассчитать силу сопротивления, но знаем характеристику электрической силы (напряжение); - так как средняя скорость электронов равна нулю, то средняя силы сопротивления равна по модулю силе электрической (2 закон Ньютона); - по 3 закону Ньютона, сила, с которой решетка действует электроны, по модулю равна силе, с которой электроны действуют на решетку.



Для оценки средней силы F_0 , действующей на электрон со стороны электрического поля, воспользуемся определением напряжения и запишем выражение для работы электрических сил на участке проводника длиной l

$$A = eU = eIR = eI\rho \frac{l}{S}. \quad (7)$$

Такую же работу (но с противоположным знаком) совершает силы сопротивления

$$A = F_0 l \quad (8)$$

Сравнивая полученные выражения, найдем

$$F_0 = \frac{eI\rho}{S} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0 \cdot 0,017 \cdot 10^{-6}}{1,0 \cdot 10^{-6}} = 2,7 \cdot 10^{-21} \text{ Н} \quad (9)$$

5. По третьему закону Ньютона сила, с которой решетка действует на электрон, по модулю равна силе, с которой электрон действует на решетку. Поэтому суммарная сила, действующая на кусок провода длиной со стороны электронов l равна произведению силы, действующей на один электрон, на число электронов в данном куске провода:

$$F = NF_0 = nVF_0 = nleI\rho = 8,1 \cdot 10^{28} \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,0 \cdot 0,017 \cdot 10^{-6} = 2,2 \text{ Н} \quad (10)$$

Под действием такой силы участок провода приобрел бы ускорение

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{\gamma Sl} = \frac{2,2}{8,96 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-6}} = 2,5 \cdot 10^4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \quad (11)$$

Но эта сила никак не проявляется, потому, что стороны электрического поля такая же по модулю сила, но направленная в противоположную сторону, действует со стороны электрического поля на ионы кристаллической решетки.