

-1 Намагниченный гвоздь

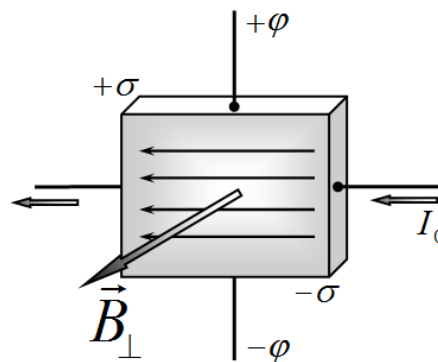
Условие

Задача 11-1 Намагниченный гвоздь

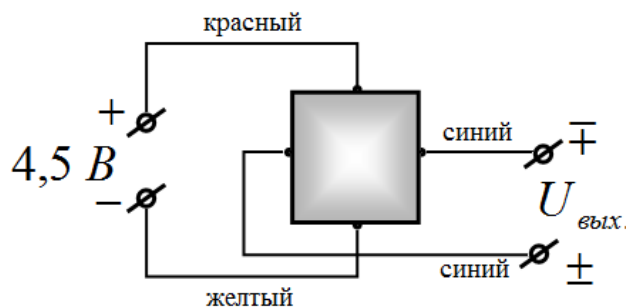
Для измерения индукции магнитного поля широко используются датчики Холла. Принцип работы этих приборов основан на эффекте, открытом американским физиком Эдвином Холлом в 1879 г и названным его именем.

Кратко поясним суть этого эффекта. Пусть прямоугольная проводящая пластинка находится в магнитном поле.

При пропускании электрического тока вдоль пластинки на движущиеся заряды будет действовать сила Лоренца, обусловленной нормальной составляющей вектора индукции $\vec{B}_\perp$. Эта сила приведет к смещению траекторий частиц к торцам пластинки и возникновению на них поверхностных электрических зарядов $\pm\sigma$. В стационарном режиме электрическое поле, созданное этими зарядами будет компенсировать действие силы Лоренца. Таким образом, между торцами пластинки возникнет ЭДС Холла. Величина этой ЭДС (которую будем называть выходным напряжением, и обозначать $U_{\text{вых.}}$) пропорциональна силе тока в пластинке и нормальной составляющей индукции магнитного поля. При изменении направления вектора индукции изменяется знак выходного напряжения. Коэффициент пропорциональности зависит от свойств пластинки – материала и геометрических размеров. Если силу тока в пластинке поддерживать постоянной, то выходное напряжение $U_{\text{вых.}}$ оказывается пропорциональным нормальной составляющей вектора индукции магнитного поля.



Предоставленный вам датчик Холла представляет собой именно такую пластинку размером приблизительно 1мм×2мм с четырьмя цветными выводами, прикрепленными к торцам пластинки: красный и желтый для создания тока в датчике (их следует подключать к батарее питания – следите за полярностью подключения!); два желтых для измерения выходного напряжения (их следует подключать к мультиметру). Мультиметр должен работать в режиме измерения напряжения в диапазоне 200 мВ.



Датчик Холла подготовлен для градуировки и проведения измерений в картонной упаковке (на самом краю картонки темная маленькая пластинка, обжатая скотчем – это и есть датчик Холла).

Даже в отсутствии внешнего магнитного поля при подключении источника питания к датчику, милливольтметр фиксирует некоторое фоновое напряжение U_ϕ , которое несколько меня-

ется при различной ориентации датчика. Это фоновое напряжение (от десятых долей милливольт до нескольких милливольт) обусловлено технологическими особенностями изготовления датчиков. Расположение вблизи металлических предметов (например, штатива), влияние магнитного поля Земли изменяет значение «фоновое напряжение», так как появляется внешнее магнитное поле.

Представьте, что у линейки нет четкого начала отсчета, да к тому же это начало смещается то в сторону увеличения, то в сторону уменьшения! Вот такой чудесный (без нуля) и очень чувствительный измерительный прибор в ваших руках...

Приборы и материалы: датчик Холла с выводами проводов, мультиметр, две батарейки 4,5 В, ключ электрический, реостат 15 Ом, соединительные провода, амперметр школьный на 2 А, соленоид с известными параметрами, кусок гвоздя длиной 5,5 см и диаметром примерно 4 мм, пластилин для изготовления держателей.

Картонную пластинку с датчиком Холла закрепите вертикально на столе на куске пластилина и не смещайте его во время выполнения всех заданий. Подносите приборы к датчику, а не датчик к приборам! Держите подальше от датчика все железные (ключи, ручки ...) и никелевые (например, монеты) предметы. Соберите электрическую цепь датчика: источник питания и мультиметр. Постарайтесь не смещать датчик и измерительную цепь.

Часть 1. Градуировка датчика (или изготовление теслометра).

Поднесите соленоид торцом к датчику Холла. Ось соленоида должна быть перпендикулярна плоскости датчика и проходит через его середину. Используйте пластилин для надежного крепления соленоида. Соберите электрическую цепь из последовательно соединенных батарейки, электрического ключа, соленоида, переменного резистора и амперметра.

Обязательно включите в цепь электрический ключ. Во избежание быстрой разрядки батарейки подключайте ее к цепи только во время измерений!

1.1 Приведите полную электрическую схему, использованную вами для измерений.

Магнитное поле на торце соленоида рассчитывается по формуле:

$$B_0 = \mu_0 \frac{NI}{\sqrt{d^2 + 4L^2}} = AI, \quad (1)$$

где $d = 1,3$ см - диаметр соленоида, $L = 4,0$ см - его длина, $N = 100$ - число витков обмотки соленоида, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$ - магнитная постоянная; I - сила тока через соленоид; A - постоянная соленоида (рекомендуем сразу рассчитать ее численное значение).

1.2 Проведите измерения зависимости ЭДС Холла ($U_{\text{вых.}}$) от индукции магнитного поля на торце соленоида B_0 .

Не забудьте измерить и учесть фоновое напряжение U_{ϕ} .**

1.3 Постройте график зависимости⁶ индукции поля B_0 от выходного напряжения $U_{\text{вых.}}$.

1.4 Обоснуйте, можно ли считать полученную зависимость прямо пропорциональной. Рассчитайте постоянную (чувствительность) вашего датчика

$$K = \frac{B_0}{U_{\text{вых.}}} \left(\frac{\text{мТл}}{\text{мВ}} \right).$$

В дальнейшем считайте эту величину неизменной и используйте ее для расчета индукции магнитного поля.

⁶ Конечно, с точки зрения физики выходное напряжение зависит от индукции поля! Но воспримите задания в математическом смысле: постройте обратную функцию.

Часть 2. Магнитные свойства гвоздя.

Не разбирая установки, аккуратно вставьте гвоздь в соленоид.

Вам необходимо исследовать зависимость индукции магнитного поля, создаваемого гвоздем⁷ B_1 , от величины индукции магнитного поля, создаваемого током в соленоиде B_0 .

Магнитное поле гвоздя сложным образом зависит от внешнего магнитного поля, создаваемого соленоидом. Поэтому при проведении измерений изменяйте силу тока монотонно: монотонно увеличивайте и монотонно уменьшайте.

«Потренируйте» три раза гвоздь в магнитном поле, увеличивая силу тока до 1 А и потом уменьшая ее до минимума.

2.1 Исследуйте зависимость индукции магнитного поля B_1 , создаваемого гвоздем, от индукции магнитного поля B_0 , создаваемого соленоидом.

*Не забудьте измерить и учесть фоновое напряжение $U_{\text{ф.}}$ **

Понятно, что непосредственно можно измерить только индукцию суммарного поля $B = B_1 + B_0$. Но индукцию магнитного поля соленоида B_0 вы можете рассчитать. Измерение рекомендуем проводить в следующей последовательности. . Установите ток через соленоид +1 А и уменьшайте ток до нуля, затем поменяйте направление тока и изменяйте его от нуля до -1 А, снова изменяйте значение силы тока от -1 А до нуля и, наконец, поменяв направление тока, увеличивайте его от нуля до +1 А. Рекомендуемый шаг изменения силы тока $\Delta I = 0,5$ А.

2.2 Постройте график полученной зависимости. 2.3 Используя полученный график, оцените: $B_{\text{ост.}}$ - индукцию остаточного поля гвоздя при полном отключении внешнего поля; $B_{\text{к}}$ - коэрцитивную силу – значение индукции внешнего поля, которое полностью размагничивает гвоздь.

Часть 3. Магнитное поле внутри гвоздя.

Далее Вам необходимо исследовать магнитное поле, создаваемое намагниченным гвоздем. Для намагничивания поместите гвоздь симметрично внутрь соленоида. Пропустите через соленоид ток силой в 1 А в течение 5 секунд, после чего отключите ток. Повторите эту процедуру 5 раз.

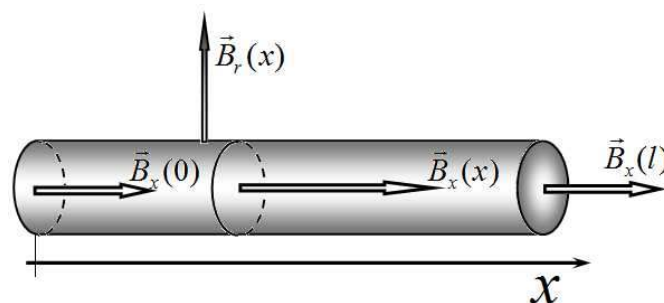
Поместить датчик Холла внутри железного гвоздя затруднительно, но с его помощью можно измерить поле вблизи поверхности соленоида.

Для повышения точности измерения датчик должен быть неподвижным. Поэтому намагниченный гвоздь с помощью кусочка пластилина закрепите на полоске миллиметровой бумаги, которую можно использовать как шкалу для измерения расстояний. Перемещайте гвоздь относительно неподвижного датчика.

⁷ Точнее, магнитного поля, создаваемого намагниченностью (или токами намагничивания) материала гвоздя – но... сэкономим место!

Вам в помощь – теоретическая подсказка!

Совместим ось Ox с осью цилиндра (Ваш об-
резок гвоздя таковым и является), начало
отсчета совместим с левым торцом цилинд-
дра. Будем считать, что нам известны зна-
чения нормальных составляющих индукции
магнитного поля у наружной поверхности
цилиндра: на основаниях это $\vec{B}_x(0)$ и $\vec{B}_x(l)$.
Будем считать, что эти величины постоянны
на всем торце. У боковой поверхности цилинд-
дра нормальная составляющая поля $\vec{B}_r(x)$



является функцией координаты. Отметим, что при переходе через границу магнетиков нор-
мальная составляющая индукции поля не изменяется. Магнитное поле является вихревым,
поэтому магнитный поток через любую замкнутую поверхность равен нулю (теорема о маг-
нитном потоке).

3.1 Рассмотрим часть цилиндра от его левого торца до нормального к оси сечения, находяще-
гося на расстоянии x от него. Запишите выражение для магнитного потока через поверхность
этой части цилиндра. Запишите выражение для магнитного потока $\Phi(x)$ через сечение ци-
линдра, перпендикулярное его оси и находящееся на расстоянии x от левого торца. Используя
эту функцию, запишите выражение для индукции магнитного поля на оси цилиндра, в точке
с координатой x

3.2 Проведите измерения нормальной составляющей вектора индукции магнитного поля у
поверхности гвоздя. Значения $B_r(x)$ измерьте с двух сторон гвоздя. Достаточно провести
измерения с шагом 0,5 см. Измерьте также индукцию поля у торцов гвоздя. **Не забудьте
измерить и учесть фоновое напряжение U_{Φ} !***

Для удобства рекомендуем данные занести в следующую таблицу (в которой клетки указы-
вают положение датчика относительно гвоздя Индукция поля у поверхности гвоздя.

	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	
$B_x(0)$												$B_x(l)$

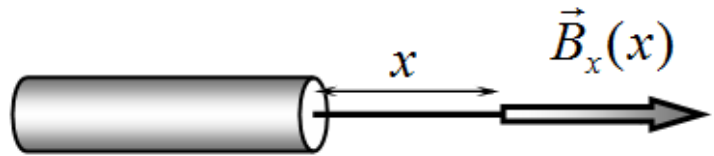
3.3 Постройте график зависимости радиальной составляющей поля $B_r(x)$ от координаты x .
Используйте среднее значение индукции с двух сторон гвоздя. 3.4 Для проверки теоремы
о магнитном потоке рассчитайте магнитный поток через сечение цилиндра $\Phi(x)$ как функ-
цию x . Найдите магнитный поток через правый торец гвоздя. Сравните полученное значение
с магнитным потоком, рассчитанным по измеренному значению $B_x(l)$. 3.5 Постройте гра-
фик зависимости индукции магнитного поля внутри цилиндра на его оси $B_x(x)$. Предложите

простую функцию, описывающую полученную зависимость (укажите вид этой функции, ее параметры рассчитывать не нужно).

3.6 Нарисуй схематическую картину силовых линий индукции магнитного поля вблизи поверхности цилиндра.

Часть 4. Магнитное поле вне гвоздя.

4.1 Измерь зависимость индукции магнитного поля намагниченного гвоздя на его оси как функцию расстояния до его края. 4.2 Построй график полученной зависимости. Дай его качественное объяснение – т.е. укажи, как эта зависимость может быть рассчитана на основании предыдущих измерений. **3**

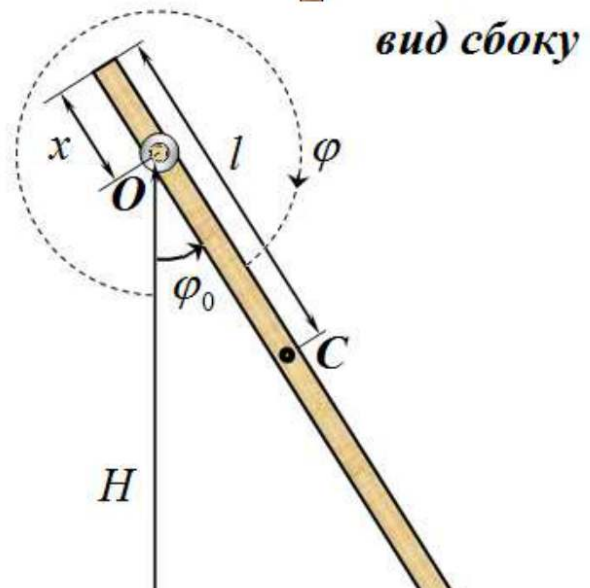
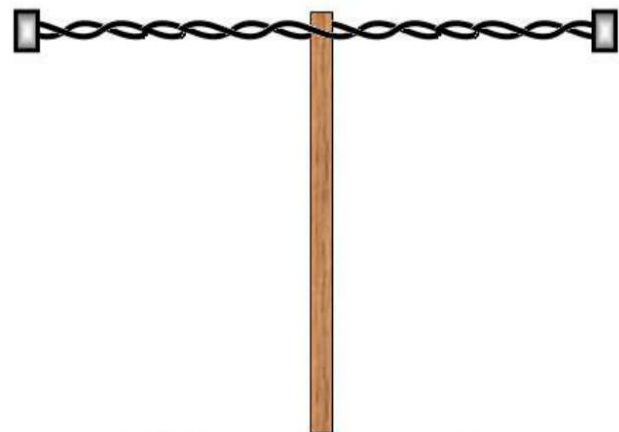


Задача 11-2 Упругий маятник.

Приборы и материалы: двойной резиновый шнур, на подставке (в качестве которой используются ножки стула) линейка деревянная 40 см, линейка измерительная 40 см, секундомер.

Натяни двойной резиновый шнур между ногами перевернутого стула. Между шнурами ровно посередине помести деревянную линейку. Если закрутить шнур, вращая линейку, то силы трения смогут удерживать линейку в подвешенном состоянии, под некоторым углом к вертикали.

Для единообразия введём следующие обозначения: O - ось вращения линейки (совпадает с местом крепления между резиновыми шнурами); C - центр масс линейки; φ - угол закручивания резинового шнура (угол поворота линейки, для определенности всегда будем отсчитывать от вертикали по часовой стрелке), может составлять несколько оборотов (более 10); n - число полных оборотов закручивания шнура φ_0 - угол отклонения линейки от вертикали (меньше, чем $\frac{\pi}{2}$), отсчитывается против часовой стрелки; очевидно, что $\varphi = 2\pi n - \varphi_0$; l - расстояние от конца линейки до её центра масс (следовательно, длина линейки - $2l$); x - расстояние от конца линейки до оси вращения; H - высота оси вращения (резинового шнура) над поверхностью стола (или любого другого ну-



левого уровня); h - высота нижнего конца линейки над поверхностью стола. Условимся считать единицей измерения моментов сил величину $M_0 = mgl$. То есть все моменты сил (в системе СИ) следует делить на эту величину.

Часть 1. Положения равновесия.

1.1 Теоретический. Предположим, что момент сил упругости двойного резинового шнура M_1 пропорционален углу закручивания (закон Гука)

$$M_1 = -k\varphi, \quad (1)$$

где k - коэффициент кручения. *Заметим, что углы измеряются в радианах (то есть, безразмерны), если моменты сил измеряются в единицах M_0 , то коэффициент k также является безразмерным.*

Запишите уравнение, позволяющее найти все возможные положения равновесия линейки (при произвольном числе оборотов закручивания n). Дайте графическую иллюстрацию возможных решений этого уравнения. Укажите, какие из этих значений могут быть реализованы в эксперименте. Оцените максимальное число возможных положений равновесия (при известных параметрах l, x, k).

1.2 Измерительный.

Измерьте все значения углов φ_{0n} , при которых линейка находится в положении равновесия. Измерения проведите для $x \approx 100$ мм.

1.3 Расчетный.

1.3.1 Используя полученные экспериментальные данные, постройте графики зависимости момента сил упругости двойного шнура M_1 от угла закручивания φ для $x \approx 100$ мм. 1.3.2 Проверьте применимость закона Гука (1) для двойного резинового шнура. При необходимости измените приведенную формулу. Определите коэффициент кручения шнура k (не забудьте о погрешностях). **Не стремитесь точно описать полученную зависимость – выделите линейный участок и работайте с ним!** 1.3.3 Проверьте справедливость полученной вами оценки для числа возможных положений равновесия. Укажите причины возможных расхождений расчетного и измеренного числа возможных положений равновесия. Дайте улучшенную формулу этой оценки.

Часть 2. Колебания.

Если линейку вывести из положения равновесия, то она начнет колебаться. Сейчас вам необ-

ходимо исследовать эти колебания. Все измерения проводите при $x \approx 110$ мм и для $n > 5$. **В этой части рассчитывать погрешности не требуется!**

2.1 Теоретический. 2.1.1 Покажите⁸, что периоды колебаний возле разных положений равновесия $\bar{\varphi}_{0n}$ описываются формулой

$$T_n = \frac{T_0}{\sqrt{\cos \bar{\varphi}_{0n} - \gamma}} \quad (2)$$

— ⁸ Не тратьте много времени на вывод этой формулы, если не получается быстро, то переходите к измерениям!

2.1.2 Укажите физический смысл параметра T_0 (получать явное выражение для него не нужно).

2.1.3 Получите аналитическое выражение для параметра γ .

2.2 Измерительный.

2.2.1 Проведите измерения периодов малых колебаний T_n при различных значениях числа оборотов закручивания шнура.

2.2.2 Постройте график полученной зависимости.

2.3 Расчетный.

2.3.1 Проанализируйте применимость формулы (2).

2.3.2 Определите значения параметров T_0 и γ в формуле (2).

Решение

Задача 11-1 Намагниченный гвоздь.

1.2 Результаты измерений зависимости от рассчитанного значения индукции магнитного поля B_0 приведены в Таблице 1 и на графике.

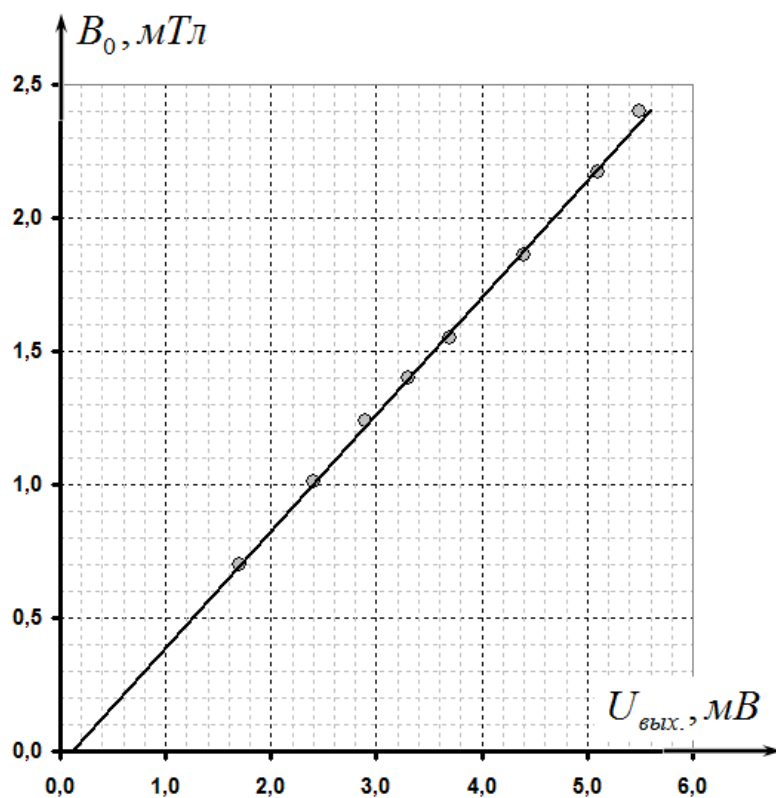


Таблица 1. Градуировка датчика.

$I, \text{ А}$	$B_0, \text{ мТл}$	$U_{\text{вых}}, \text{ мВ}$
0,45	0,70	1,70
0,65	1,01	2,40
0,80	1,24	2,90
0,90	1,40	3,30
1,00	1,55	3,70
1,20	1,86	4,40
1,40	2,17	5,10
1,55	2,40	5,50

Полученная зависимость является линейной. Параметры этой зависимости $B_0(U_{\text{вых.}}) = aU_{\text{вых.}} + b$, рассчитанные по МНК оказались равными

$$a = (0,44 \pm 0,01) \frac{\text{мТл}}{\text{мВ}}, \quad (1)$$

$$b = (-0,047 \pm 0,049) \text{ мТл}$$

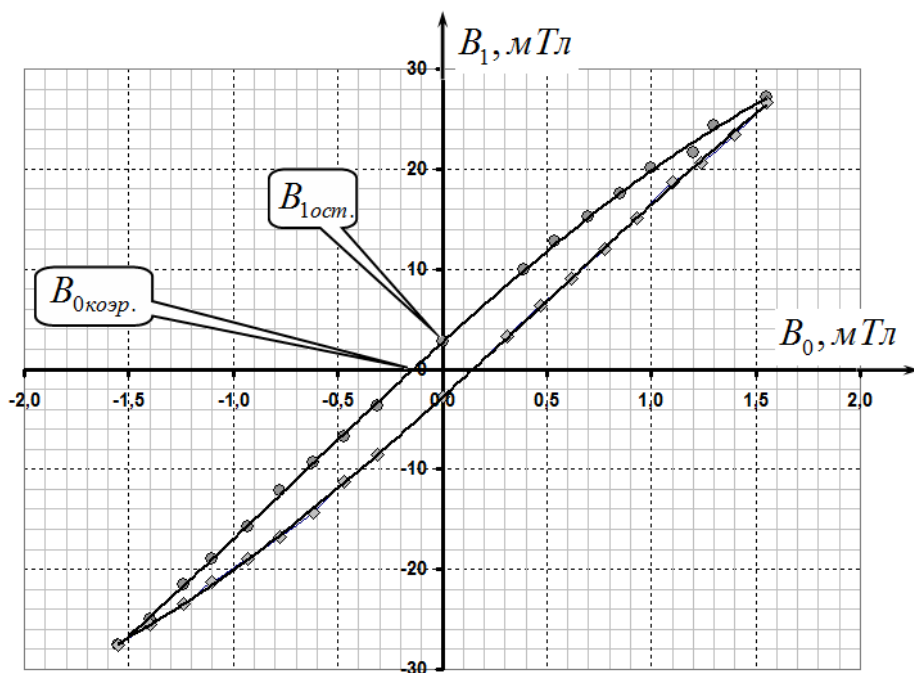
Величина сдвига b мала, ее погрешность превышает ее модуль, поэтому обосновано можно считать, что она равна нулю, а, следовательно, зависимость прямо пропорциональной.

Часть 2. Магнитные свойства гвоздя.

Результаты измерений зависимости индукции поля, создаваемого гвоздем B_1 , от индукции поля, создаваемого током в соленоиде (рассчитанного по формуле (1)) приведены в таблице 1 и на графике.

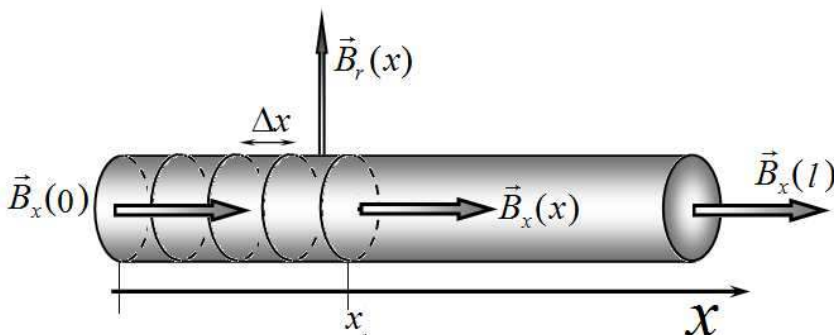
Таблица 2. Магнитные свойства гвоздя.

I, A	$U_{\text{вых. мВ}}$	$B, \text{мТл}$	$B_0, \text{мТл}$	$B_1, \text{мТл}$	I, A	$U_{\text{вых. мВ}}$	$B, \text{мТл}$	$B_0, \text{мТл}$	$B_1, \text{мТл}$
1,00	66,70	28,70	1,55	27,20	-1,00	-67,50	-29,00	-1,55	-27,50
0,85	59,50	25,60	1,30	24,30	-0,90	-62,60	-26,90	-1,40	-25,50
0,75	53,30	22,90	1,20	21,70	-0,80	-57,40	-24,70	-1,24	-23,50
0,65	49,00	21,10	1,00	20,10	-0,70	-51,90	-22,30	-1,10	-21,20
0,55	42,70	18,40	0,85	17,60	-0,60	-46,30	-19,90	-0,93	-19,00
0,45	37,00	15,90	0,70	15,20	-0,50	-40,90	-17,60	-0,78	-16,80
0,35	31,00	13,30	0,54	12,80	-0,40	-34,60	-14,90	-0,62	-14,30
0,25	23,90	10,30	0,39	9,90	-0,30	-27,50	-11,80	-0,47	-11,30
0,00	6,30	2,70	0,00	2,70	-0,20	-20,50	-8,80	-0,31	-8,50
-0,20	-9,00	-3,90	-0,31	-3,60	0,00	-6,60	-2,80	0,00	-2,80
-0,30	-16,70	-7,20	-0,47	-6,70	0,20	8,30	3,60	0,31	3,30
-0,40	-23,10	-9,90	-0,62	-9,30	0,30	16,10	6,90	0,47	6,40
-0,50	-30,30	-13,00	-0,78	-12,20	0,40	22,20	9,60	0,62	9,00
-0,60	-38,90	-16,70	-0,93	-15,80	0,50	29,80	12,80	0,78	12,00
-0,70	-46,70	-20,10	-1,10	-19,00	0,60	37,20	16,00	0,93	15,10
-0,80	-52,80	-22,70	-1,24	-21,50	0,70	46,00	19,80	1,10	18,70
-0,90	-61,30	-26,40	-1,40	-25,00	0,80	51,10	21,80	1,24	20,60
-1,00	-67,50	-29,00	-1,55	-27,50	0,90	57,90	24,90	1,40	23,50



По графику определяем остаточную намагниченность $B_{\text{ост.}} \approx 3 \text{ мТл}$ и коэрцитивную силу $B_{0\text{коэр.}} \approx 0,15 \text{ мТл}$.

Часть 3. Магнитное поле внутри гвоздя. 3.1 Разобьем цилиндр на малые слои толщиной Δx . Мы можем измерить



индукцию поля у боковой поверхности цилиндра B_{rk} и индукцию поля у его торцов. Магнитный поток через поверхность цилиндра, ограниченного сечением на расстоянии x от левого торца рассчитывается по формуле (и равен нулю по теореме о магнитном потоке)

$$-B_x(0)\pi R^2 + \sum_k B_{rk}2\pi R\Delta x + B_x(x)\pi R^2 = 0. \quad (2)$$

При записи этого выражения мы считаем величину индукции в каждом поперечном сечении постоянной. Из этого уравнения получаем формулу для расчета индукции магнитного поля внутри гвоздя

$$B_x(x) = B_x(0) - \frac{2\Delta x}{R} \sum_k B_{rk}. \quad (3)$$

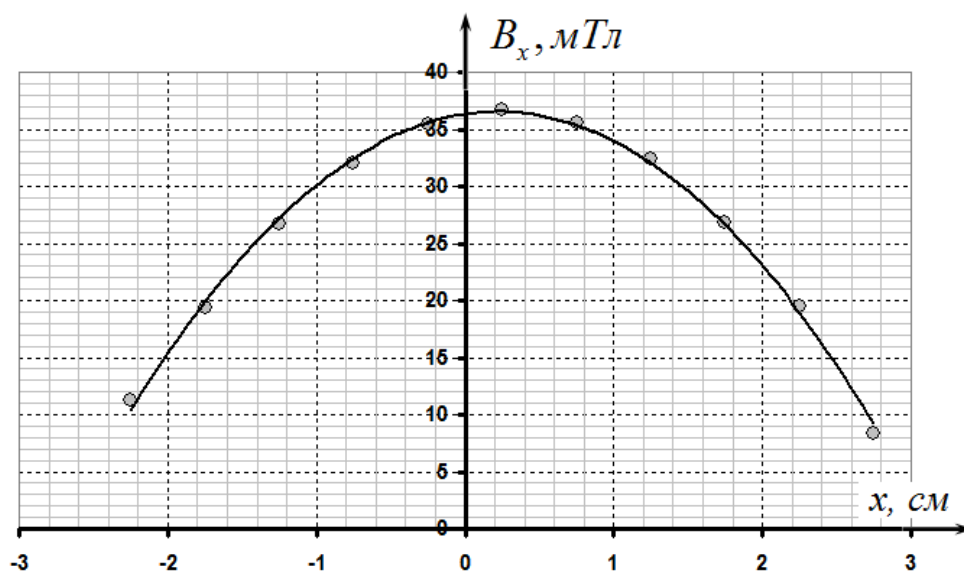
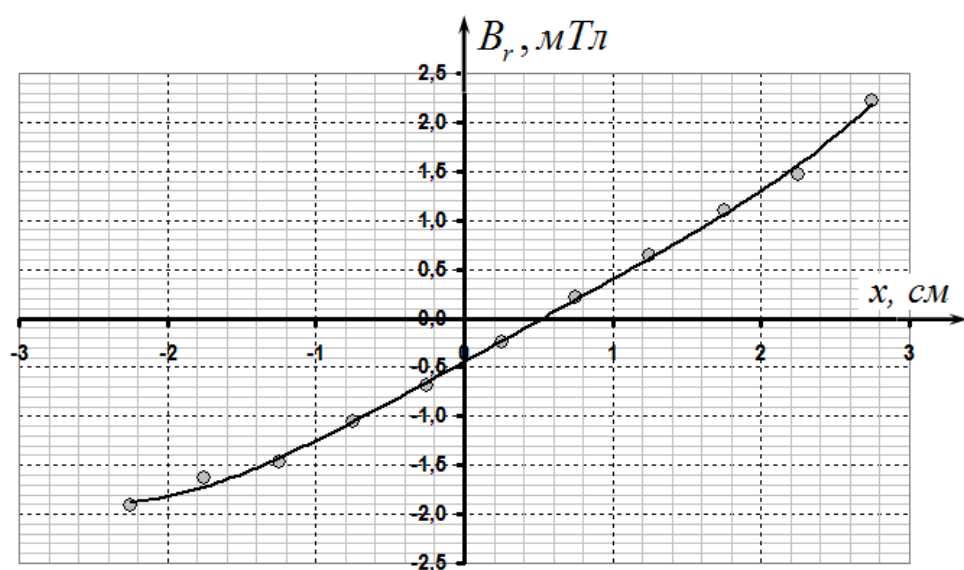
Результаты измерений индукции магнитного поля у поверхности гвоздя приведены в таблице 3.

Таблица 3 Индукция поля гвоздя.

x , см	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
B_r , мТл		-1,98	-1,80	-1,58	-1,14	-0,70	-0,22
B_x , мТл	-1,67	ГВОЗДЬ					
B_r , мТл		-1,85	-1,45	-1,36	-0,97	-0,66	-0,26
B_r , мТл	21,0	141,3	243,6	336,2	402,5	445,4	460,6
Φ_x , мкВб	1,67	11,24	19,382	26,75	32,0	35,442	36,65
x , см	-2,75	-2,25	-1,75	-1,25	-0,75	-0,25	0,25
B_x , мТл	1,67	11,24	19,38	26,75	32,03	35,44	36,65

3,5	4	4,5	5	5,5	
0,26	0,57	1,06	1,50	2,24	
ГВОЗДЬ					2,99
0,18	0,70	1,14	1,45	2,20	
446,8	406,7	337,6	244,9	105,3	67,7
35,55	32,36	26,82	19,49	8,38	
0,75	1,25	1,75	2,25	2,75	
35,55	32,36	26,86	19,49	8,38	

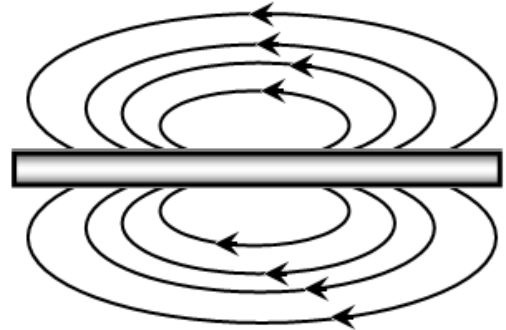
В этой же таблице приведены результаты расчетов магнитного потока через поверхность цилиндра Φ_x и индукция магнитного поля на оси цилиндра B_x . Для расчета последней проведено последовательное суммирование слагаемых B_r . Графики зависимостей радиальной и осевой составляющих магнитного поля показаны на рисунках. Для наглядности начало отсчета смещено к центру гвоздя.



Зависимость осевой составляющей магнитного поля от координаты - квадратичная и может

быть описана формулой

$$B(x) = B_0 - \beta(x - x_0)^2$$



В таблице 3 приведены значения магнитного потока. Видно, что максимальное его значение составляет 460 мкВб, а «остаточное» значение 67 мкВб. То, что последнее отлично от нуля вполне может быть объяснено погрешностями измерений. Из условия равенства нулю магнитного потока, индукция магнитного поля на правом торце гвоздя должна равняться 8,4 мТл. Схематическая картина силовых линий показана на рисунке.

Часть 4. Магнитное поле вне гвоздя. Индукция магнитного поля вне гвоздя является быстро убывающей функцией. В принципе она может быть рассчитана как результат суперпозиции полей, создаваемых отдельными кольцевыми токами на поверхности гвоздя. Результаты измерений зависимости индукции поля от расстояния до центра гвоздя приведены в таблице 4 и на графике.

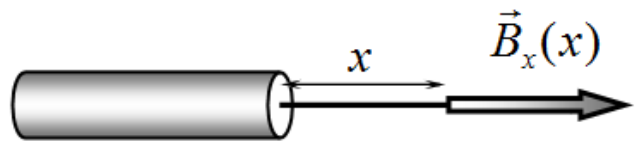
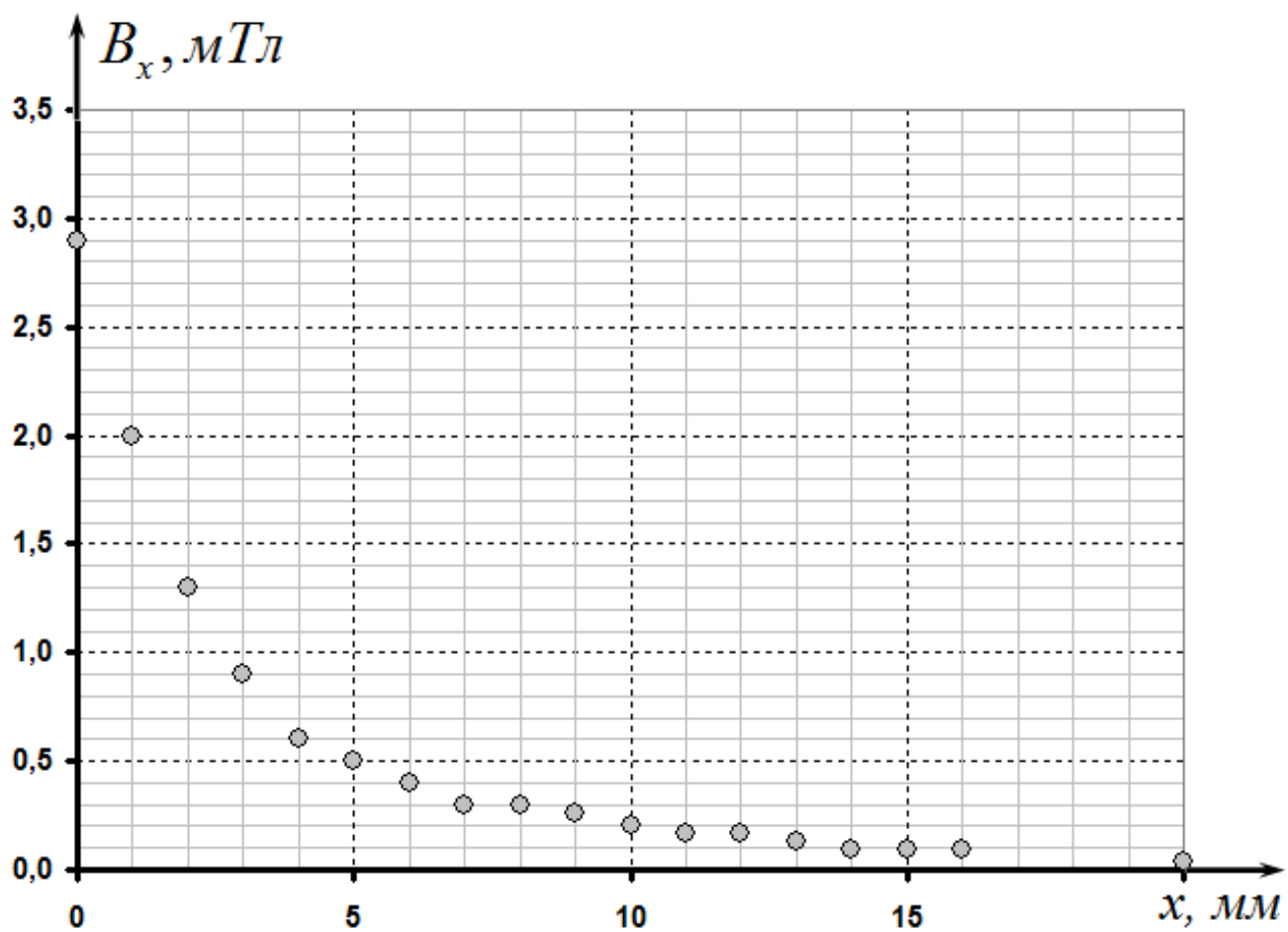


Таблица 4. Индукция поля на оси гвоздя.



$x, \text{ мм}$	$B, \text{ мТл}$
0	2,9
1	2
2	1,3
3	0,9
4	0,6
5	0,5
6	0,4
7	0,3
8	0,3
9	0,26
10	0,2
11	0,17
12	0,17
13	0,13
14	0,09
15	0,09
16	0,09
20	0,04

⁶ , ! Конечность кривизны физики выходное напряжение зависит от индукции поля. Новое примите задание в математическом смысле: постройте обратную функцию.

⁷ , , () – Точнее магнитного поля создаваемого намагниченностью или тока намагниченности материала в воздухе. Но... сэкономим место!

³ , Очевидно, что каждому положительному корню этого уравнения соответствует равный ему по модулю отрицательный корень. Физический смысл этого – можно закручивать в обе стороны, от этого ничего не изменяется! ⁴ ! А положение линии близко к горизонтальному