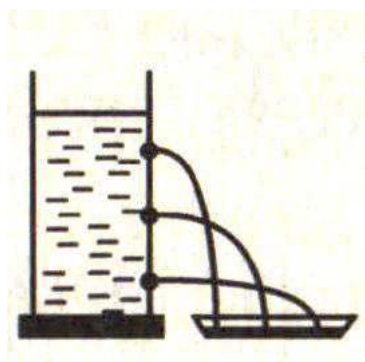


-2 Струя из бутылки. Приборы и оборудование

Условие

Задача 10-2 Струя из бутылки.

Приборы и оборудование: бутылка с водой, капельница одноразовая, штатив с лапками, секундомер, мензурка, линейка 40 см, стакан, пластиковый желоб.



Из одного учебника в другой кочует рисунок, иллюстрирующий формулу Торричелли. Ваша задача доказать, что его нарисовал человек, не только не знающий физики, но и никогда не проводивший данный эксперимент!

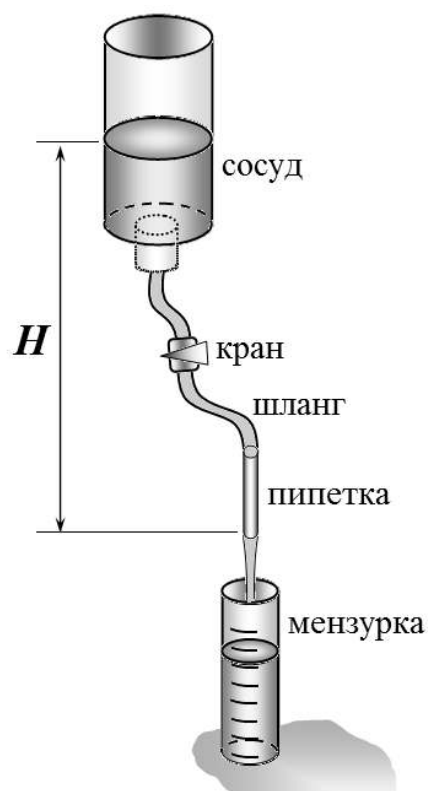
В вашем распоряжении имеется следующая установка: перевернутая пластиковая бутылка (сосуд) с водой, в крышку бутылки вставлен пластиковый шланг с краном, на конце шланга закреплена стеклянная пипетка, струя из пипетки может попадать в мензурку. Вся система крепится на штативе (на рисунке не показан).

Часть 1.

1.1 Обозначим скорость воды в струе на выходе из пипетки v_0 , радиус отверстия пипетки r . Запишите формулу для расхода воды q (объема воды, вытекающей в единицу времени $q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$), вытекающей из пипетки.

1.2 Измерьте зависимость расхода воды q от гидравлического напора воды H (высоты между нижним краем пипетки и верхним уровнем воды в сосуде). Постройте график полученной зависимости.

При измерениях кран держите полностью открытым, поддерживайте постоянным уровень воды в сосуде, регулярно подливая воду в сосуд.



1.3 Скорость вытекания воды зависит от высоты H , эта зависимость может быть выражена формулой

$$v_0 = CH^\gamma, \quad (1)$$

где C - постоянный коэффициент, зависящий от параметров установки. На основании результатов ваших измерений определите показатель степени⁵ γ , при котором формула (1) наиболее точно описывает результаты ваших измерений. При необходимости выделите и укажите диапазон высот, в котором формула (1) с найденным показателем степени применима.

⁵ Для повышения вашей эрудиции отметим, что при $\gamma = 0,5$ формула (1) носит имя Торричелли, а при $\gamma = 1$ - Пуазейля.

Часть 2.

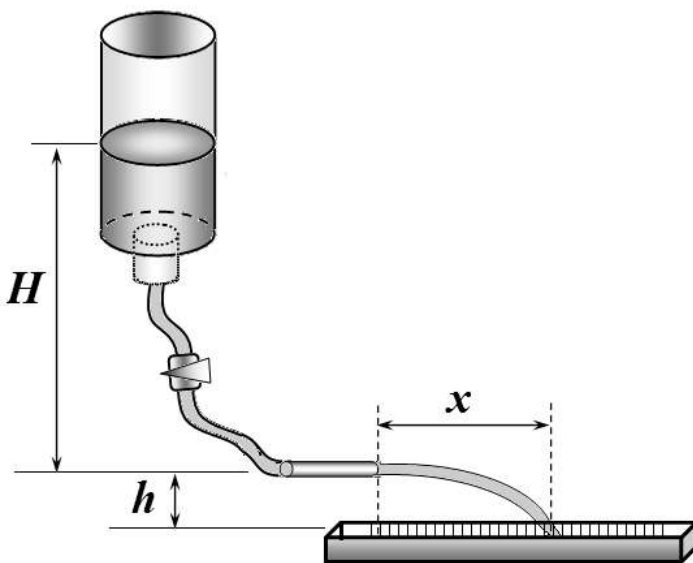
Закрепите пипетку горизонтально. Под струю подставьте пластиковый желоб, вода из которого должна стекать в сливной сосуд. Для этого желоб слегка наклоните. В данной части вам необходимо измерять дальность полета струи x . Для этого на дно желоба положите пластиковую линейку.

2.1 (Теоретическая задача) Выразите дальность полета струи x через начальную скорость воды в струе v_0 (на выходе из пипетки) и высоту пипетки над срезом желоба h . Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

2.2 Измерьте зависимость длины струи x от гидравлического напора воды H . Измерения проведите для двух значений высоты пипетки $h \approx 7$ см и $h \approx 15$ см. Постройте графики полученных зависимостей.

На бутылку прикреплена полоска миллиметровой бумаги, которую следует использовать в качестве шкалы. Величина H изменяется из-за того, что вода вытекает из бутылки. Старайтесь поменьше пользоваться краном на шланге. Для получения нужной зависимости достаточно провести измерения при двух положениях бутылки. Не стремитесь достичь больших значений H - при этом струя разбивается на капли. Вполне достаточно ограничиться диапазоном $H < 30$ см.

2.3 Еще раз проверьте выполнимость формулы (1). Укажите причины, по которым расчеты по эти формулам не соответствуют результатам вашего эксперимента. Выберите диапазон изменения H , в котором исследуемая зависимость является линейной, оцените параметры этих зависимостей для двух значений h .



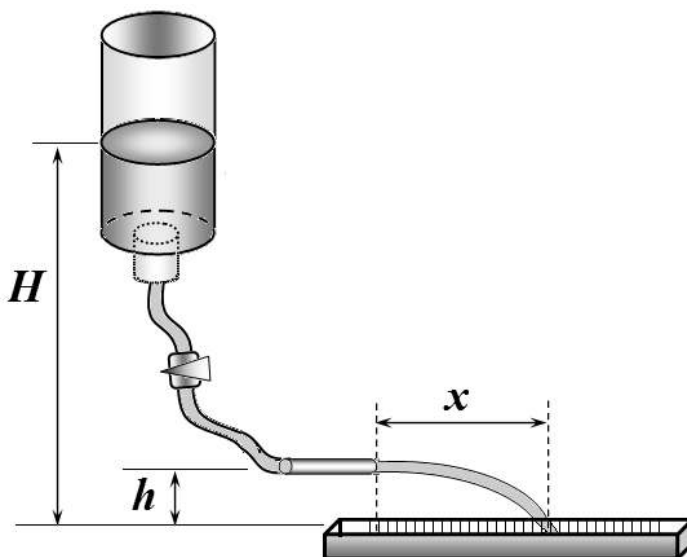
Часть 3.

3.1 Найдите отличие рисунка данной части, от рисунка, приведенного в части 2.

3.2 Оставляя высоту H неизменной, измерьте зависимость дальности полета струи от высоты h . Измерения проведите для одного значения H (выберите его самостоятельно и не забудьте указать его в своей тетради). Постройте график полученной зависимости.

3.3 Укажите, при каком отношении $\frac{h}{H}$ дальность струи максимальна.

3.4 Исправьте рисунок, послуживший основой идеи данной задачи - нарисуйте правильный рисунок, соответствующий результатам ваших экспериментов.



Решение

Задача 10-2 Струя из бутылки.

1.1 Формула имеет вид

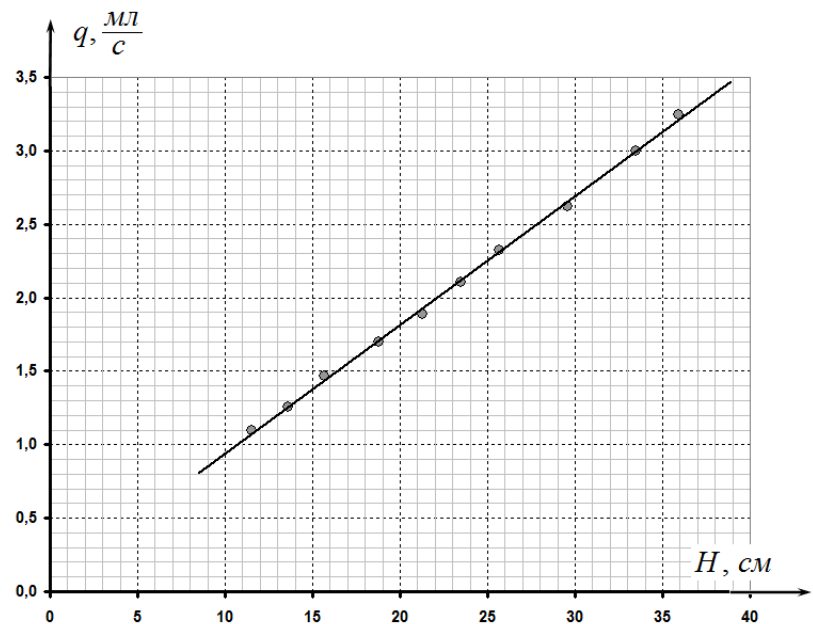
$$q = \pi r^2 v_0 \quad (1)$$

1.2 Для изучения зависимости расхода жидкости q от гидравлического напора воды H , были проведены измерения времени вытекания $V = 20$ мл воды. Для каждой высоты H проведено три измерения и вычислено среднее значение. Расход воды q рассчитывался по определению.

Результаты измерений и расчетов приведены в Таблице 1, полученная зависимость представлена на графике.

Таблица 1. Расход жидкости.

H , см	Время вытекания, с			q , $\frac{\text{мл}}{\text{с}}$	
	t_1	t_2	t_3	$t_{\text{ср.}}$	
36	6,23	6,13	6,11	6,16	3,25
34	6,61	6,68	6,70	6,66	3,00
30	7,66	7,58	7,63	7,62	2,62
26	8,70	8,49	8,60	8,60	2,33
24	9,60	9,44	9,42	9,49	2,11
21	10,54	10,66	10,62	10,61	1,89
19	11,71	11,79	11,85	11,78	1,70
16	13,79	13,56	13,65	13,67	1,46
14	15,90	16,02	15,96	15,96	1,25
12	18,26	18,23	18,36	18,28	1,09



Полученные данные однозначно свидетельствуют, что расход воды прямо пропорционален гидравлическому напору. Так как скорость вытекания пропорциональна напору, то скорость вытекания прямо пропорциональна величине H . Следовательно, показатель степени в приведенной формуле

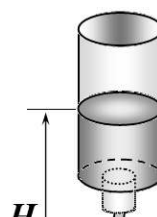
$$\gamma = 1.$$

Часть 2.

2.1 (Теоретическая задача)

Длина струи, при отсутствии сопротивления воздуха

10 класс. Экспериментальный тур.



рассчитывается по формуле

$$x = v_0 \tau = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad (2)$$

здесь $\tau = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ - время падения струи с высоты h . Так как согласно результатам, полученным в части 1 начальная скорость v_0 пропорциональна напору $v_0 = aH$, то длина струи должна быть пропорциональна напору H , причем коэффициент пропорциональности в свою очередь пропорционален $\sqrt{h}$. Таким образом, теоретическая зависимость длины струи от параметров установки имеет вид

$$x = c\sqrt{h} \cdot H. \quad (3)$$

2.2 Результаты измерений зависимости длины струи от гидравлического напора H при двух значениях высоты струи приведены в Таблице 2. Рядом показаны графики полученных зависимостей.

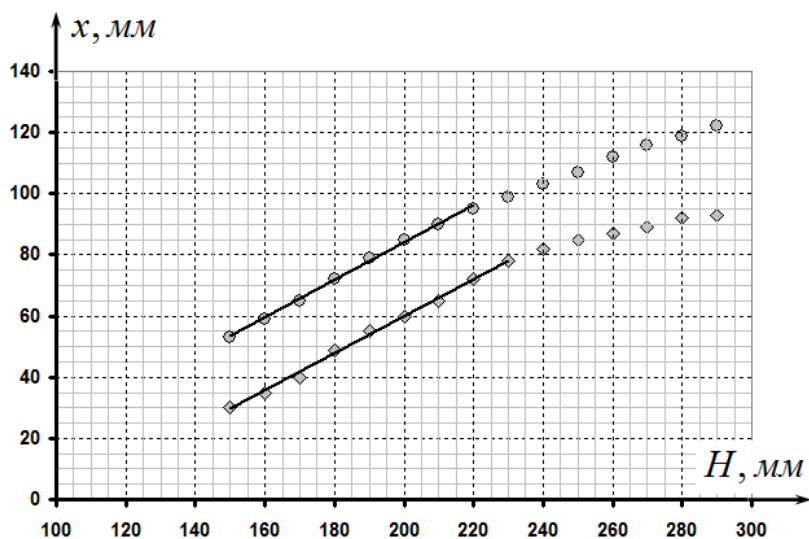


Таблица 2. Длина струи.

H , мм	x , мм	
H	**$h = 7$ мм**	**$h = 14$ мм**
290	93	122
280	92	119
270	89	116
260	87	112
250	85	107
240	82	103
230	78	99
220	72	95
210	65	90
200	60	85
190	55	79
180	49	72
170	40	65
160	35	59
150	30	53

2.3 На каждом из графиков можно выделить линейный участок коэффициенты этих зависимостей $x = aH + b$ равны Для $h = 14$ мм: $a = 0,61$, $b = -39$ мм; Для $h = 7$ мм: $a = 0,61$, $b = -61$ мм. Однако зависимости не являются прямо пропорциональными, более того, коэффициенты наклона для них практически одинаковы. По-видимому, основной причиной расхождений являются многочисленные факторы, влияющие на форму струи: поверхностное натяжение, сопротивление воздуха и т.д.

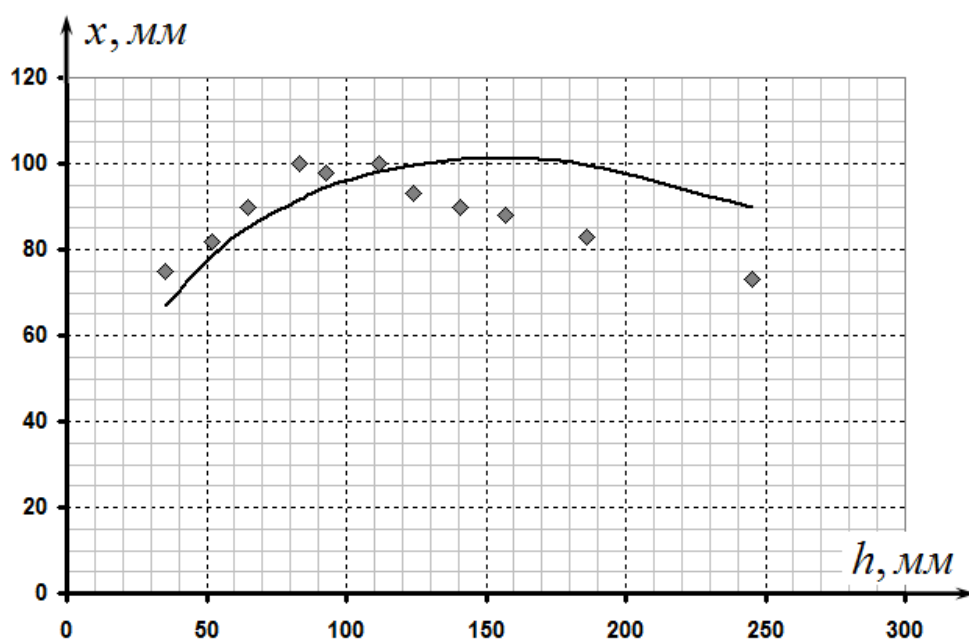
Часть 3.

3.1 В данной части высота H отсчитывается от уровня нижнего края струи. Эта конструкция моделирует сосуд, в котором высота уровня воды постоянна.

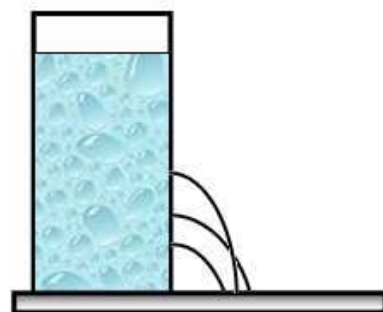
3.2 Результаты измерений приведены в Таблице 3 и на графике полученной зависимости.

Таблица 3. Длина струи.

h , мм	x , мм
35	75
52	82
65	90
83	100
93	98
112	100
124	93
141	90
157	88
186	83
245	73



Также на графике приведен вид теоретической зависимости, построенный по формуле (2) с подобранным коэффициентом c . В данном случае также имеются заметные расхождения, особенно в области больших высот. Причины этого те же – форма струи заметно отличается от параболы. Максимальная длина струи получена при $h \approx 90$ мм.



Результаты эксперимента показывают, что в области средних высот длина струи слабо зависит от высоты h , убывая как при уменьшении этой высоты, так и при ее увеличении. Поэтому правильный рисунок должен иметь следующий вид.