

-2 Мы мирные люди

Условие

Задача 10-2 Мы мирные люди...

На 3 этапе Республиканской физической олимпиады Вы решали задачу о старте военной ракеты. Сейчас – все войны закончились, мы радуемся мирной жизни. Часто на воздушных парадах самолеты выпускают красивые, цветные шлейфы дыма, раскрашивая ими небосвод. Давайте попытаемся описать поведение этих шлейфов. Упростим ситуацию: действия будут проходить в безвоздушном пространстве. Более того, в первых частях в открытом космосе, где и силами гравитации можно пренебречь. Космический корабль имеет дымовую пушку. Дымовая пушка выпускает частицы дыма с постоянным расходом (т.е. в единицу времени выпускается одно и то же число частиц) с постоянной относительно корабля скоростью u . Можно считать, что все частицы испускаются и остаются в пределах цилиндра с некоторым постоянным диаметром. Если дым испускается неподвижной дымовой пушкой, то концентрация частиц в струе дыма постоянна и равна c_0 .

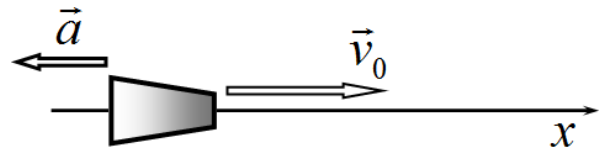
Корабль снабжен двигателем, который изменяет модуль скорости корабля на величину u за время T .

Удобно ввести собственную систему единиц измерения, выбрав в качестве основных единиц: единицу скорости u и единицу времени T .

Часть 1. Знакомство с новой системой единиц измерения.

1.1 Что является единицей длины во введенной системе? 1.2 Что является единицей ускорения в этой системе единиц?

1.3 Пусть корабль движется вдоль прямой линии со скоростью $v_0 = 2u$ и в момент времени $t = 0$ включает двигатель, сообщающий кораблю ускорение, направленное в сторону противоположную вектору начальной скорости. Запишите закон движения корабля в используемой системе единиц. Совместим начало отсчета с положением корабля в момент времени $t = 0$.

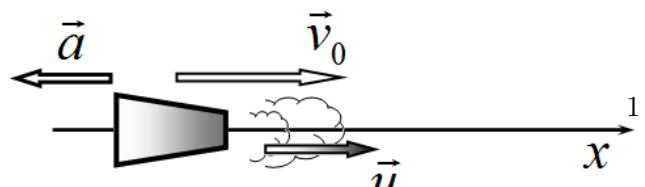


Если Вам не нравится эта система – решайте далее в обычной системе (пишите многочисленные u, T, a_0 и т.д.)

Часть 2. Открытый космос.

Пусть корабль движется так, как описано в п.1.3

Корабль включает дымовую пушку, направленную в сторону его начальной скорости. Ва-



ша задача – описать дымовой шлейф, выпущенный кораблем.

2.1 Чему будет равна длина шлейфа в момент времени, когда корабль вернется в исходную точку?

Для того, что бы описать концентрацию дыма в шлейфе, можно воспользоваться следующим приемом.

2.2 Запишите функцию $X(t, \tau)$ - координату частицы дыма в момент времени t , если эта частица была выпущена в момент времени τ . **2.3** Как зная функцию $X(t, \tau)$ найти распределение концентрации дыма в шлейфе в момент времени t ? Укажите те точки, в которых концентрация равна c_0 .

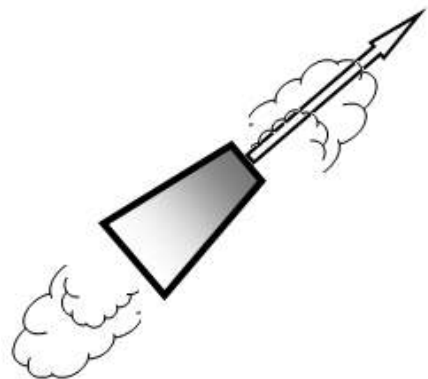
Эта процедура простая, но громоздкая, поэтому в дальнейшем ограничимся качественным (но правильным) описанием распределения частиц дыма в шлейфе.

2.4 Постройте схематический¹ график функции $X(t, \tau)$ в момент времени, когда корабль вернулся в исходную точку и через время $2T$ после этого. **2.5** Нарисуйте схематический график распределения концентрации частиц дыма в эти два момента времени. **2.6** Выполните пункты 2.1, 2.3, 2.4, 2.5 этой части, в том случае когда корабль выпускает дым в противоположную сторону. Расчет проведите только для момента времени, когда корабль вернулся в исходную точку

Часть 3. На новой планете.

После прибытия на вновь открытую планету (к сожалению, для жителей, и к счастью для вас атмосферы на планете нет), аргонавты вселенной (те что прилетели на этом корабле) решили отметить свое прибытие дымовым украшением планеты. Ускорение свободного падения на этой планете в два раза меньше ускорения ракеты. Считайте его постоянным и по модулю и по направлению.

После того, как корабль набрал большую высоту, он стал двигаться постоянной скоростью $2u$ по прямой, направленной под углом 45° к горизонту. Праздновать, так праздновать решил капитан и включил две дымовые пушки – на носу и на корме корабля. **3.1** Считая дымовой шлейф узкой полоской, нарисуйте схематически его форму через время $3T$ после включения дымовых пушек. Опишите использованную вами процедуру расчета этой формы. Для однозначного толкования введите систему координат и опишите форму следа на языке функций (например, $y(x)$, или любым иным однозначным образом). На этом же рисунке укажите траекторию корабля.



— ¹ Схематический график означает, что точно все его точки рассчитывать не надо. Но обязательно надо указать все его существенные особенности: крайние точки, точки экстремумов и разрывов, также следует посчитать значения в трех-четырех точках внутри рассматриваемого интервала.