

Условие

В этой задаче мы предлагаем Вам рассмотреть упрощенную модель системы наведения ракет. Оптическая схема системы представлена на рис 1. Ее основа — две собирающие линзы L_1 и L_2 с фокусными расстояниями, равными F_1 и F_2 соответственно. Расстояние между фокусами линз равно b . Главная оптическая ось второй линзы параллельна оси первой линзы и расположена на некотором расстоянии a от нее. Лучи света, испускаемого мишенью, собираются линзой L_1 . Линза L_2 проецирует изображение на экран S .

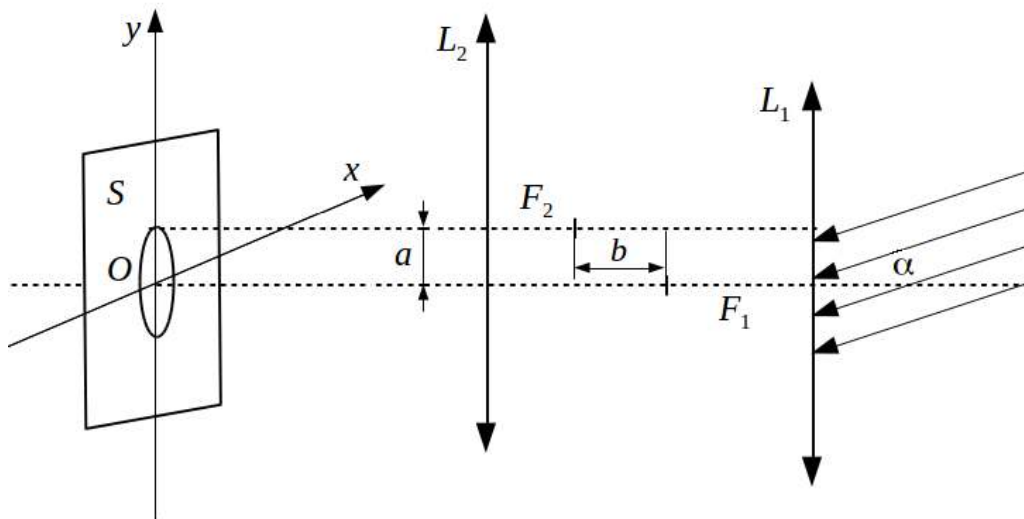


Рис. 1

В идеальном случае, когда ракета движется строго на мишень, лучи света идут параллельно главной оптической оси линзы L_1 ($\alpha = 0$).

1. Определите, на каком расстоянии f от центра второй линзы необходимо установить экран, чтобы получить четкое изображение. На каком расстоянии r_0 от оси системы (главной оптической оси линзы L_1) будет находиться изображение?

Линза L_2 вращается с некоторой угловой скоростью ω так, что ее ось описывает на экране окружность с радиусом a и остается всегда параллельной оптической оси первой линзы. При этом в случае, когда ракета летит прямо на цель, изображение описывает на экране окружность с радиусом r_0 . Когда ракета отклоняется от цели на угол α , изображение на экране искажается.

2. Считая угол α малым, определите минимальное и максимальное расстояние от центра экрана до изображения.

3. По какой траектории будет происходить движение изображения. Ответ обоснуйте. Изобразите траекторию движения. Считайте, что цель отклонилась строго в направлении оси Oy .

равно фокусному расстоянию второй линзы, т. е. $b = F_2$

Основа системы автоматического управления — четыре линейных оптических датчика, расположенных на экране вдоль осей Ox и Oy перпендикулярно друг другу (рис. 2).

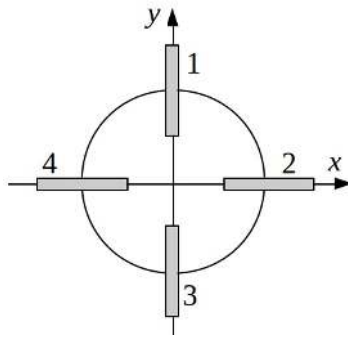


Рис. 2

4. Считая, что цель отклонилась строго в направлении оси Oy на некоторый угол α , получите выражения для интервалов времени между последовательными срабатываниями датчиков.
5. Предложите алгоритм работы системы управления ракеты.

Решение

1. Лучи света, параллельные оси системы (главной оптической оси линзы L_1), линза L_1 собирает в фокусе F_1 на расстоянии $d = F_2 + b$ от оптического центра линзы L_2 . Эта точка будет являться предметом для линзы L_2 . Записав формулу тонкой линзы

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \quad (1)$$

получим:

$$f = \frac{F_2(F_2 + b)}{b}. \quad (2)$$

Поперечное увеличение линзы L_2 :

$$\frac{r_0 - a}{a} = \frac{f}{F_2 + b}. \quad (3)$$

Таким образом, расстояние от изображения до оси системы:

$$r_0 = a \left(1 + \frac{F_2}{b} \right). \quad (4)$$

2. Лучи, идущие под углом α к оси системы, линза L_1 собирает в точке, лежащей на побочной оптической оси на том же расстоянии F_1 от плоскости линзы. Расстояние от оси системы до этой точки равно:

$$h = F_1 \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha F_1. \quad (5)$$

Расстояние от точки-предмета до оптической оси линзы L_2 (из-за ее вращения) изменяется в пределах от $a + h$ до $a - h$, при этом расстояние от изображения до этой оси изменяется от $r_{\max} - a$ до $r_{\min} - a$. Выражение для поперечного увеличения линзы в первом случае будет иметь вид:

$$\frac{r_{\max} - a}{a + h} = \frac{f}{d} = \frac{F_2}{b}. \quad (6)$$

Тогда максимальное расстояние от оси системы до изображения точки:

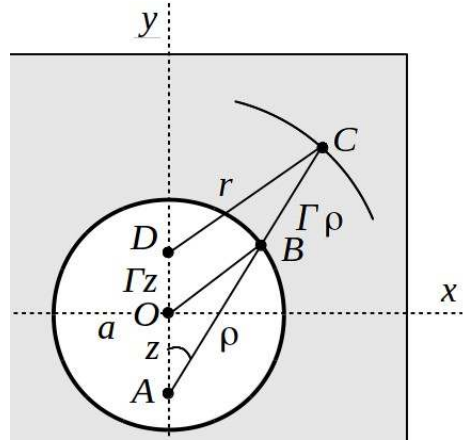
$$r_{\max} = a \left(1 + \frac{F_2}{b} \left(1 + \frac{F_1 \alpha}{a} \right) \right). \quad (7)$$

Проведя аналогичные вычисления для минимального расстояния, получим:

$$r_{\min} = a \left(1 + \frac{F_2}{b} \left(1 - \frac{F_1 \alpha}{a} \right) \right). \quad (8)$$

3. На рис.1 изображен вид системы спереди. Ось системы проходит через точку O . Точка-предмет находится на расстоянии $z = F_1 \alpha$ от оси в точке A . Ось линзы L_2 движется по окружности радиуса a , центр линзы находится в точке B . На заднем плане изображена часть экрана на S . В точке C находится изображение. При условии $b = F_2$ Поперечное увеличение равно $\Gamma = \frac{F_2}{b}$, поэтому: $BC = AB \cdot \Gamma = \Gamma \rho$.

Поставим на оси OY точку D так, что $OD = \Gamma \cdot OA$. Тогда треугольники ADC и AOB будут подобными. А это значит, что расстояние $r = \Gamma a$ и будет таким при любом положении зеркала.

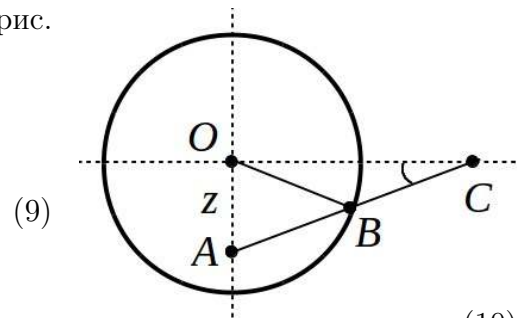


Таким образом, изображение на экране описывает окружность с радиусом $r = \Gamma a$ и центр ее находится на расстоянии Γz от оси системы.

4. При пересечении второго детектора взаимное расположение линзы предмета и изображения будет таким, как на рис. 2.

При этом:

$$\rho = a,$$



$$\sin \alpha = \frac{z}{2a}. \quad (10)$$

Линза при этом поворачивается на угол: $\phi = \pi/2 + \alpha$ (15)

Поэтому между срабатываниями 1-го и 2-го датчиков пройдет время:

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(\frac{F_1 \alpha}{2a} \right) \right). \quad (11)$$

Время между срабатываниями 2-го и 3-го равно:

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega} \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \left(\frac{F_1 \alpha}{2a} \right) \right). \quad (12)$$

Время между срабатываниями 3-го и 4-го равно τ_2 , а между срабатываниями 4-го и 1-го — τ_1 .

5. Как следует из выражений (16) и (17), чем больше отклонение цели вдоль оси Oy , тем больше время между срабатываниями датчиков 1-2 и 4-1, соответственно, меньше — между датчиками 2-3 и 3-4. Простейший алгоритм работы системы управления — сравнить промежутки времени между срабатываниями датчиков, выбрать наименьший и поворачивать нос ракеты в направлении, задаваемом соответствующими датчиками.