

Условие

Задача 3. «Не забудьте посолить»

Однажды юный физик Федя заметил, что кипение воды прекращается при добавлении соли. За разъяснениями он обратился к учителю физики. Опытный учитель привел сразу три объяснения:

- Во-первых, Федя, соль имеет комнатную температуру. Во-вторых, растворение соли происходит с поглощением тепла, в третьих, повышается температура кипения воды.
- А какой же решающий фактор? — спросил Федя.
- Это и будет твоим домашним заданием,— сказал учитель и вручил Феде справочник «Таблицы физических величин».

Часть 1. Фактор первый

«С первой причиной я разберусь и без справочника,» - подумал Федя. «Пусть m_B — масса воды, m_C — масса соли, c_B — удельная теплоемкость воды, c_C — удельная теплоемкость соли. Температуру кипения воды обозначим t_K , температуру соли — t_C ».

1.1 Получите выражение для изменения температуры воды при добавлении соли, считая что она не растворяется.

Теплоемкость воды Федя знал наизусть $c_B = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}$, а теплоемкость соли начал искать в справочнике, но не нашел. Зато увидел таблицу зависимости удельной теплоемкости солевого раствора от его концентрации.

Таблица 1. Зависимость удельной теплоемкости солевого раствора от концентрации

η , %	0	5	10	15	20	25
c , кДж / кг $\cdot ^\circ\text{C}$	4,20	4,00	3,90	3,68	3,55	3,36

Подсказка. Концентрация соли в растворе определяется следующим образом: $\eta = \frac{m_C}{m_P}$, где m_C — масса соли, m_P — масса раствора.

Кроме того, Федя узнал о «правиле смешения», согласно которому теплоемкость смеси равна сумме теплоемкостей отдельных составляющих.

1.2 Используя данные таблицы, убедитесь, что «правило смешения» вполне применимо для раствора поваренной соли в широком диапазоне концентраций, а также определите удельную теплоемкость соли c_C .

1.3 Масса воды $m_B = 1,0 \text{ кг}$, температура воды $t_K = 100^\circ\text{C}$, температура соли $t_C = 20^\circ\text{C}$. Вычислите изменение температуры (по формуле, полученной Вами в пункте 1.1) для $m_{C1} = 20 \text{ г}$ и $m_{C2} = 300 \text{ г}$.

Часть 2. Фактор второй

Чтобы рассчитать, на сколько охлаждается вода при растворении, Федя начал искать в справочнике удельную теплоту растворения q поваренной соли. Удивительно, но оказалось, что эта теплота зависит от того, как много соли растворяется в воде (см. таблицу 2).

Таблица 2. Удельная теплота растворения поваренной соли в воде:

m_c , г - масса соли на 1 кг воды	10	50	100	200	350
q , кДж/кг	72,3	66,2	57,3	42,5	32,2

2.1 В воду $m_v = 1$ кг бросают соль при той же температуре t_k (для исключения первого фактора). Определите изменение температуры раствора в результате растворения соли для $m_{c1} = 20$ г и $m_{c2} = 300$ г.

Часть 3. Фактор третий

Следующая необходимая для расчета таблица называлась «Температуры кипения раствора соли»

Таблица 3. Температуры кипения раствора соли

η , %	0	5	10	15	20	25
t_k , °C	100	100,5	101,0	101,6	102,2	102,9

3.1 Используя табличные данные, покажите, что увеличение температуры кипения раствора пропорционально отношению масс соли и воды, т. е. $\Delta t = \alpha \frac{m_c}{m_v}$. Определите коэффициент пропорциональности α .

3.2 Определите, на сколько градусов увеличивается температура кипения при добавлении в воду ($m_v = 1,0$ кг) $m_{c1} = 20$ г и $m_{c2} = 300$ г соли.

Часть 4. Когда же снова закипит?

4.1 Один килограмм чистой воды нагрелся от комнатной температуры $t_c = 20^\circ\text{C}$ до температуры кипения $t_k = 100^\circ\text{C}$ за 5 мин. Оцените, через сколько секунд возобновится кипение при добавлении $m_{c1} = 20$ г и $m_{c2} = 300$ г соли? Считайте, что растворение соли происходит достаточно быстро.

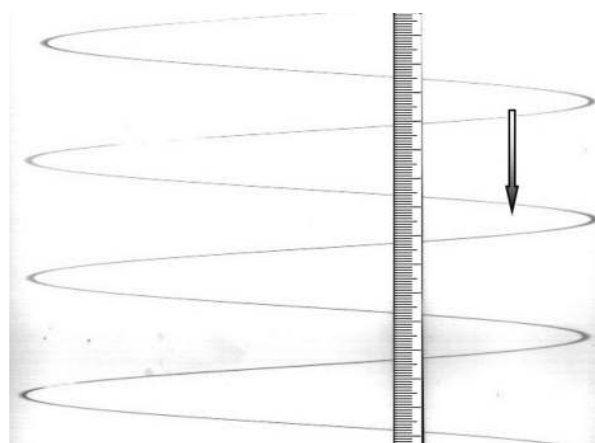
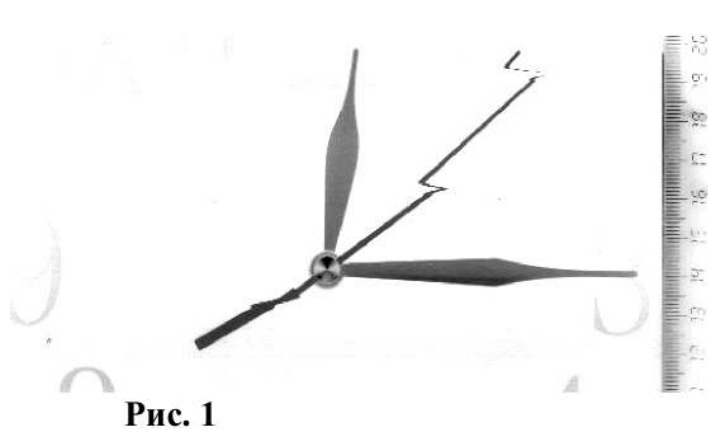
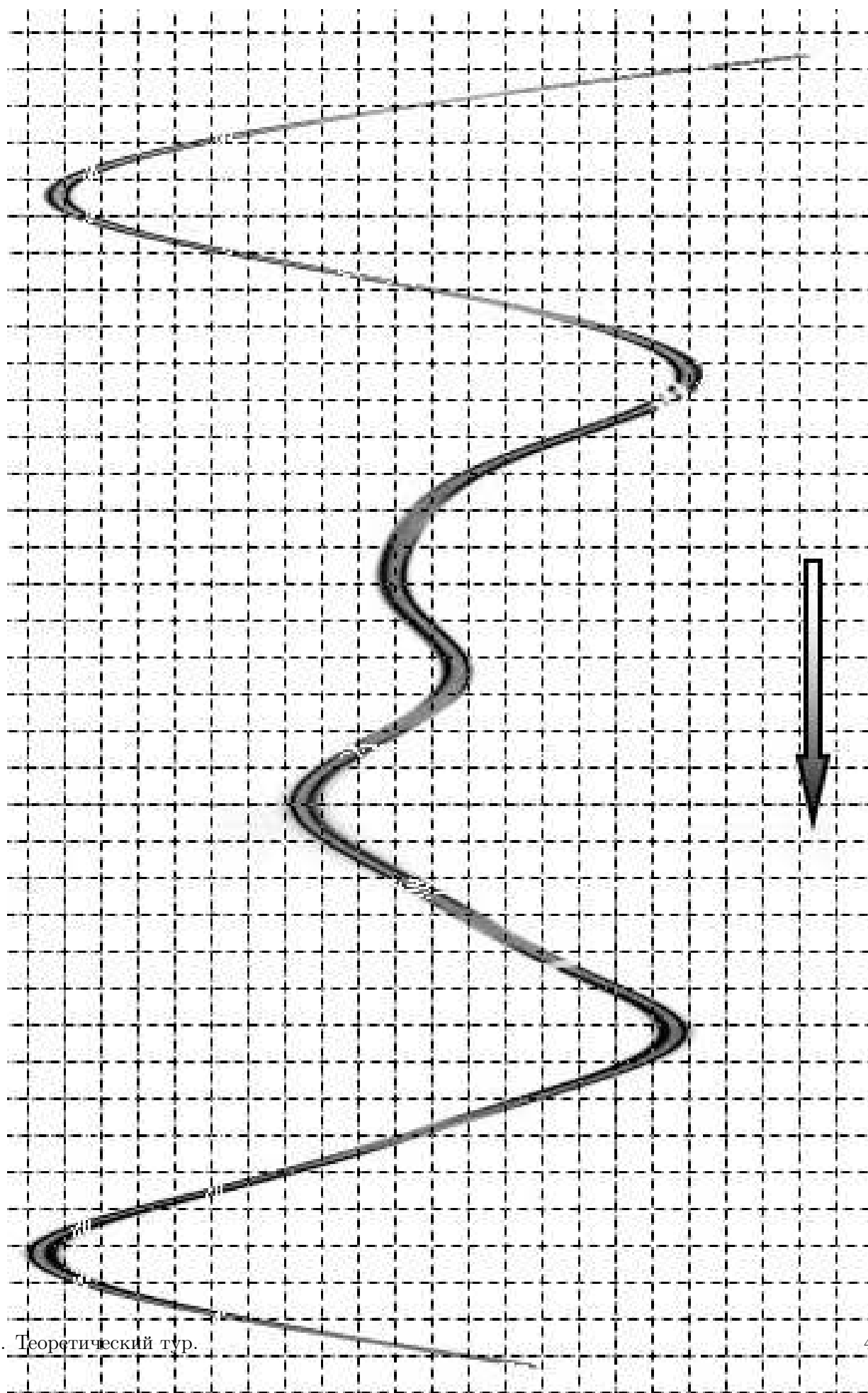


Рис. 1

Рис. 2



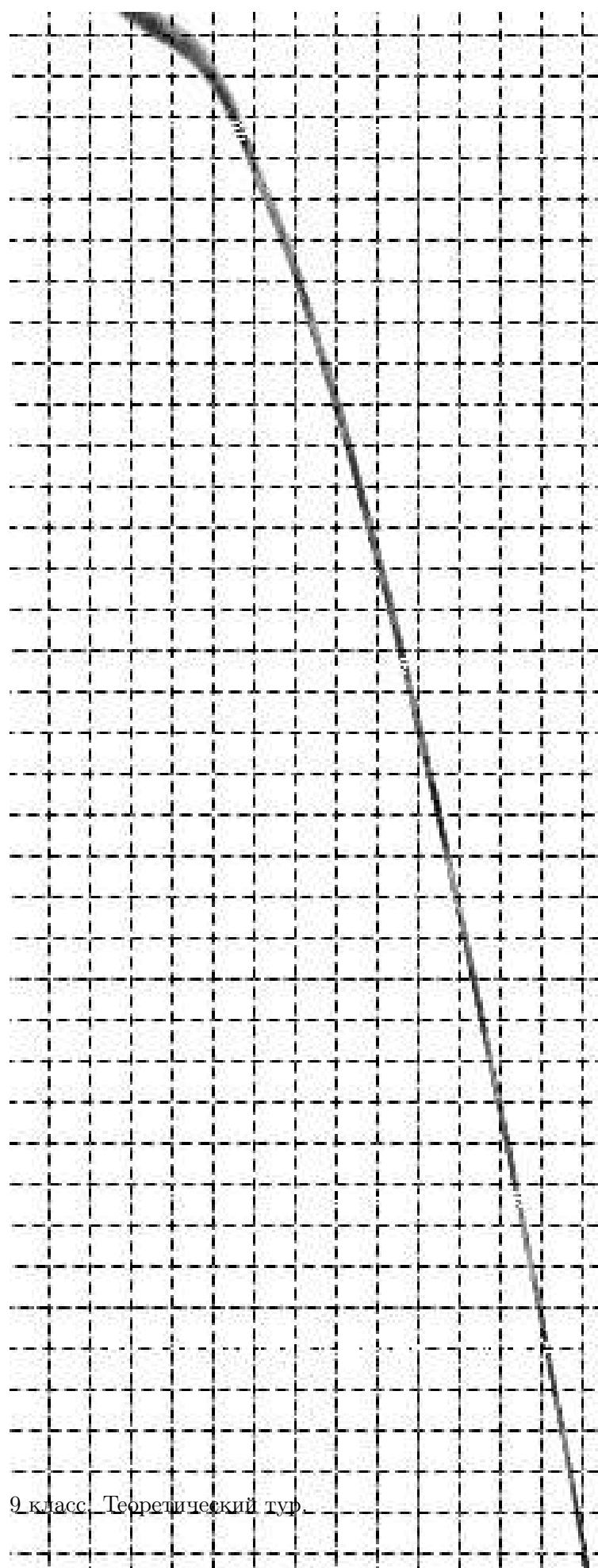


Рис. 3

Рис. 4

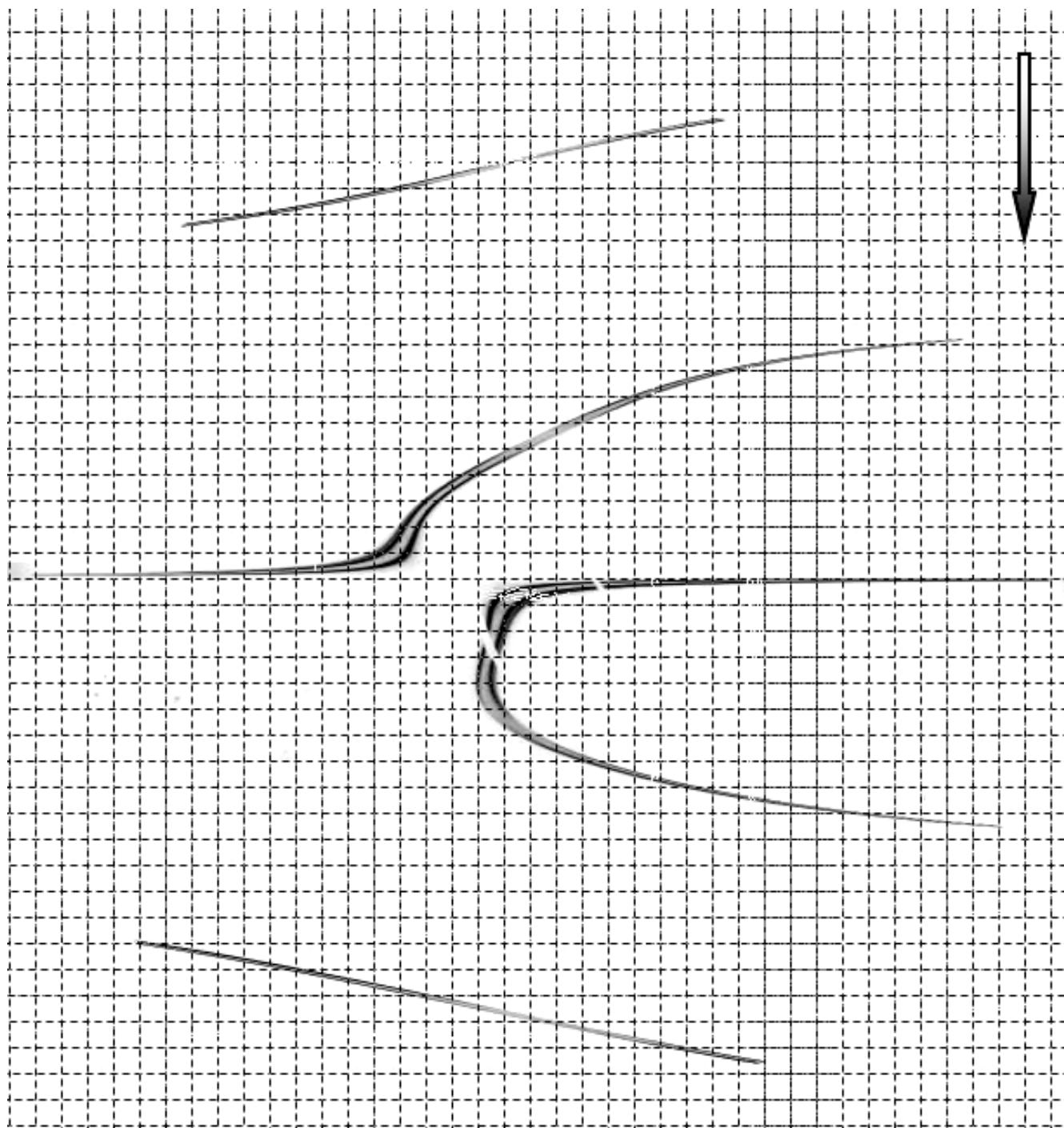


Рис. 5

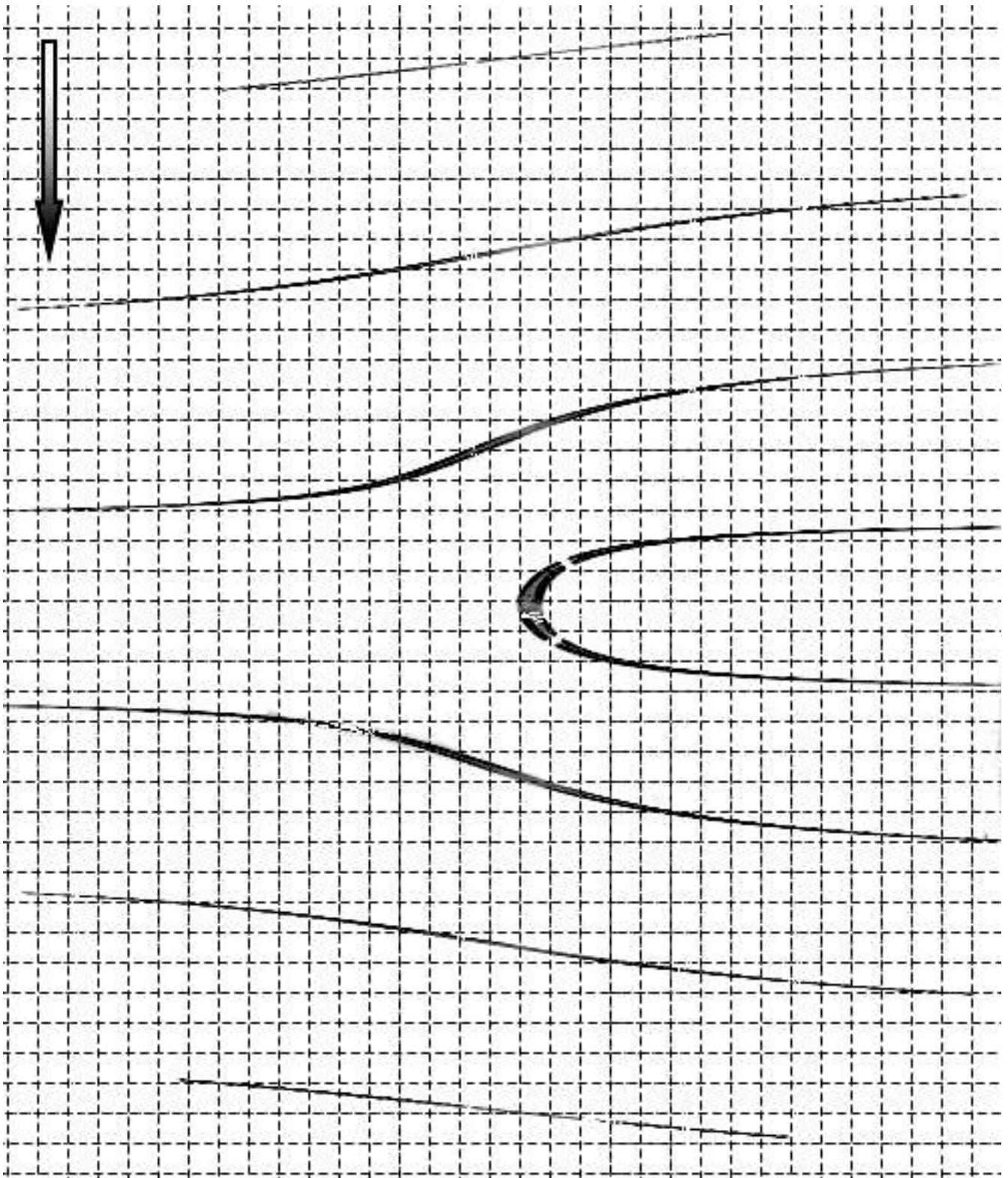


Рис. 6

Решение

Задача 9- 3. «Не забудьте посолить»

Часть 1. Фактор первый

1.1 Уравнение теплового баланса:

$$c_B m_B \Delta t = c_C m_C (t_K - \Delta t - t_C) \quad (1)$$

Откуда:

$$\Delta t = \frac{c_C m_C (t_K - t_C)}{c_B m_B + c_C m_C} \quad (2)$$

1.2 Согласно правилу смешения:

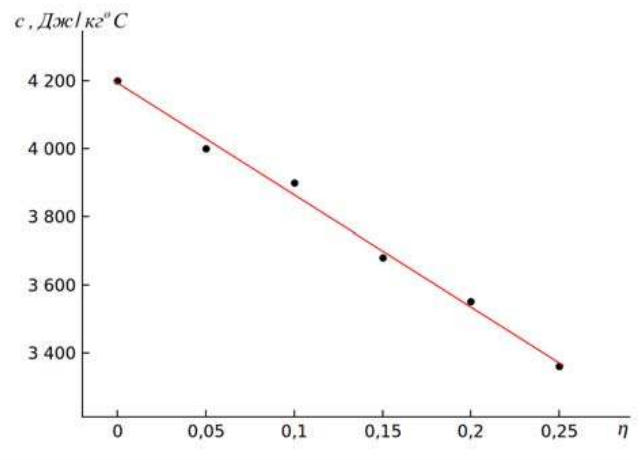
$$c(m_B + m_C) = c_B m_B + c_C m_C \quad (3)$$

Разделим обе части уравнения на $c_B + c_C$ и заметим, что $\frac{m_C}{m_B + m_C} = \eta$, а $\frac{m_B}{m_B + m_C} = 1 - \eta$.

Получим:

$$c = c_B(1 - \eta) + c_C \eta = c_B - (c_B - c_C)\eta \quad (4)$$

Таким образом, зависимость удельной теплоемкости раствора от концентрации является линейной с коэффициентом наклона $k = c_B - c_C$. График зависимости $c(\eta)$ представлен на рис. 1. Рис. 1. График зависимости $c(\eta)$ Коэффициент $k = 3300 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}$, откуда $c_C = 900 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}$.



1.3 Изменение температуры воды в первом случае:

$$\Delta t_1 = 0,34^\circ\text{С} \quad (5)$$

во втором:

$$\Delta t_2 = 4,8^\circ\text{С} \quad (6)$$

Часть 2. Фактор второй

2.1 В таблице не приведены значения удельной теплоты растворения для $m_{C1} = 20\text{г}$ и $m_{C2} = 300\text{г}$. Получить необходимые значения можно проведя линейную интерполяцию, т. е. считая что на каждом интервале удельная теплота растворения изменяется линейно:

$$q = am_C + b \quad (7)$$

Для интервала (10; 50), получим:

$$72,3 = 10a + b \quad (8)$$

$$66,2 = 50a + b$$

откуда: $a = -0,153 \text{ кДж/кг} \cdot \text{г}$, $b = 73,8 \text{ кДж/кг}$. Для $m_{C1} = 20\text{г}$ получаем:

$$q_1 = 20a + b = 70,8 \text{ кДж/кг} \quad (9)$$

Для $m_{C2} = 300\text{г}$, интерполяция дает значение:

$$q_2 = 35,6 \text{ кДж/кг} \quad (10)$$

На растворение соли требуется количество теплоты равное qm_C . Уравнение теплового баланса:

$$qm_C = (c_B m_B + c_C m_C) \Delta t \quad (11)$$

Откуда, для $m_{C1} = 20\text{г}$ получаем: $\Delta t_1 = 0,34^\circ\text{C}$ (12) для $m_{C2} = 300\text{г}$: $\Delta t_2 = 1,5^\circ\text{C}$ (13)

Часть 3. Фактор третий

3.1 Концентрация раствора $\eta = \frac{m_C}{m_B + m_C} = \frac{1}{1 + \frac{m_C}{m_B}}$, откуда:

$$\frac{m_C}{m_B} = \frac{\eta}{1 - \eta} \quad (14)$$

Дополним таблицу колонками $\frac{m_C}{m_B}$ и Δt .

Таблица 3. Температуры кипения раствора соли

$\Delta t, ^\circ\text{C}$



$\eta, \%$	$\frac{m_C}{m_B}$	$t_K, ^\circ\text{C}$	$\Delta t, ^\circ\text{C}$
0	0	100	0
5	0,053	100,5	0,5
10	0,11	101,0	1,0
15	0,18	101,6	1,6
20	0,25	102,2	2,2
25	0,33	102,9	2,9

$\eta, \%$	$\frac{m_C}{m_B}$	$t_K, ^\circ\text{C}$	$\Delta t, ^\circ\text{C}$
0	0	100	0
5	0,053	100,5	0,5
10	0,11	101,0	1,0
15	0,18	101,6	1,6
20	0,25	102,2	2,2
25	0,33	102,9	2,9

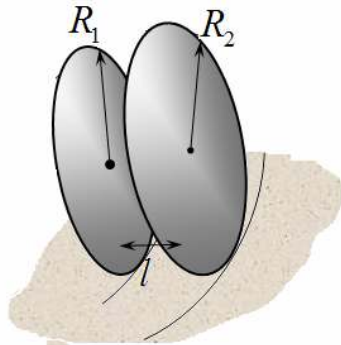
График зависимости $\Delta t \left(\frac{m_C}{m_B} \right)$ изображен на рис. 2. Коэффициент $\alpha = 8,7^\circ\text{C}$.

3.2 Для $m_{C1} = 20\text{г}$ получаем: $\Delta t_1 = 0,17^\circ\text{C}$ (15), для $m_{C2} = 300\text{г}$: $\Delta t_2 = 2,6^\circ\text{C}$ (16).

Часть 4. Когда же снова закипит?

4.1 Для оценки достаточно определить суммарный эффект. Для $m_{C1} = 20\text{г}$ получаем:

$$\Delta t_{\text{СУММ1}} = 0,85^\circ\text{C} \quad (17)$$



поэтому вода закипит через время:

$$t_1 = \frac{300\text{с}}{80^\circ\text{C}} \cdot 0,85^\circ\text{C} \approx 3\text{с} \quad (18)$$

Для $m_{C2} = 300\text{г}$:

$$\Delta t_{\text{СУММ2}} = 8,9^{\circ}C \quad (19)$$

поэтому вода закипит через время:

$$t_1 = \frac{300c}{80^{\circ}C} \cdot 8,9^{\circ}C \approx 33c \quad (20)$$