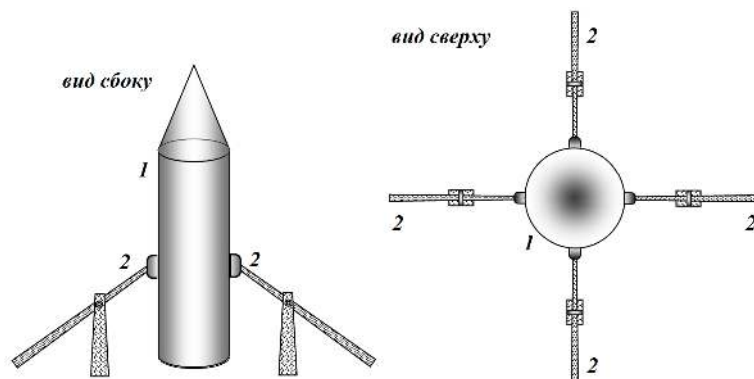


## Условие

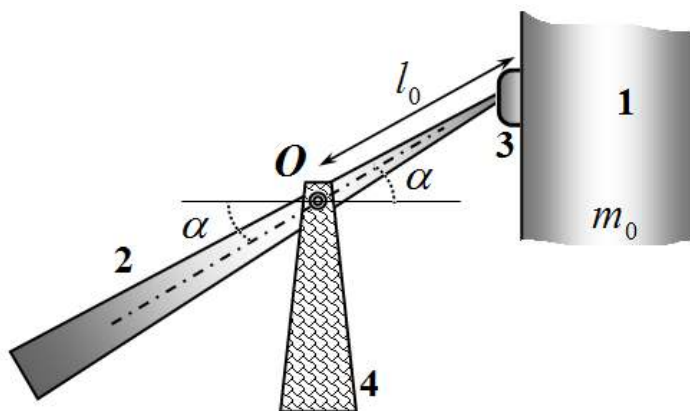
### Задача 1. Пусковое устройство.



При запуске космических ракет используется простое механическое устройство, удерживающее ракету в вертикальном состоянии при неработающих двигателях и автоматически освобождающее ракету, когда сила тяги двигателей ракеты превысит некоторое определенное значение.

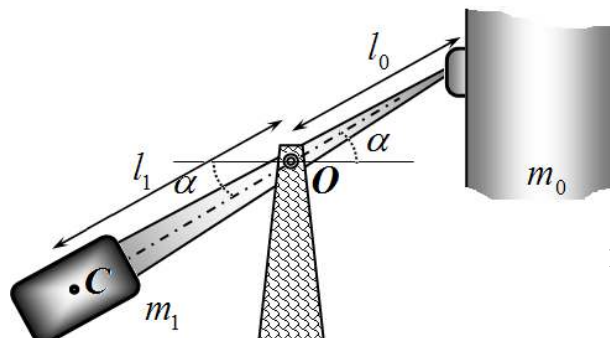
Пусковое устройство состоит из четырех держателей 2, расположенных симметрично со всех сторон ракеты 1.

Каждый держатель представляет собой подвижную штангу 2, которая может вращаться вокруг горизонтальной оси  $O$  неподвижной опоры 4. К концу штанги прикреплен упор 3, плотно прижимающийся к корпусу ракеты 1. Длина части штанги от оси вращения  $O$  до корпуса ракеты равна  $l_0$ , ось штанги при удерживании ракеты образует угол  $\alpha$  с горизонтом, центр масс штанги с упором находится на оси вращения  $O$ . Масса ракеты равна  $m_0$ .



1. Определите минимальный коэффициент трения  $\mu_0$  между упором 3 и корпусом ракеты 1, при котором ракета будет удерживаться в пусковом устройстве.

Для более быстрого опрокидывания штанг к ее противоположным концам прикрепляют одинаковые грузы-противовесы массы которых равны  $m_1$ , а центр масс располагается на расстоянии  $l_1$  от оси вращения  $O$ .



2. Определите максимально возможные массы противовесов  $m_{\max}$ , при которой ракета будет удерживаться в пусковом устройстве, если коэффициент трения  $\mu$  между упором 3 и корпусом ракеты на 25% превышает минимальное значение, найденное в п. 1.

3. Пусть массы противовесов на 25% меньше максимального значения, найденного в п.2. Найдите, при какой минимальной силе тяги двигателей ракеты штанги пускового устройства начнут опрокидываться.

## Решение

### Задача 9-1. Пусковое устройство.

1. Из условия равновесия ракеты следует, что

$$m_0 g = 4F_{\text{тр}}, \quad (1)$$

где  $F_{\text{тр}}$  - сила трения между корпусом ракеты и упором держателя. Условие равновесия штанги выполняется при равенстве моментов сил трения (которая по модулю равна силе трения, действующей на корпус ракеты) и силы нормальной реакции  $N$  относительно оси вращения штанги

$$Nl_0 \sin \alpha = F_{\text{тр}} l_0 \cos \alpha. \quad (2)$$

При записи этого условия учтено, что моменты сил тяжести и реакции в оси равны нулю. Сила трения покоя не может превышать значения

$$F_{\text{тр}} < \mu N \quad (3)$$

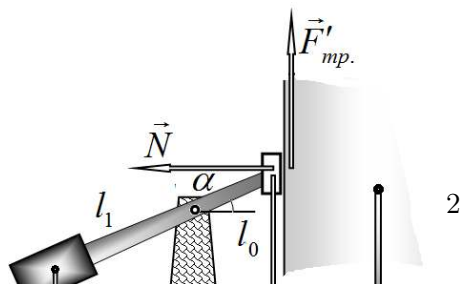
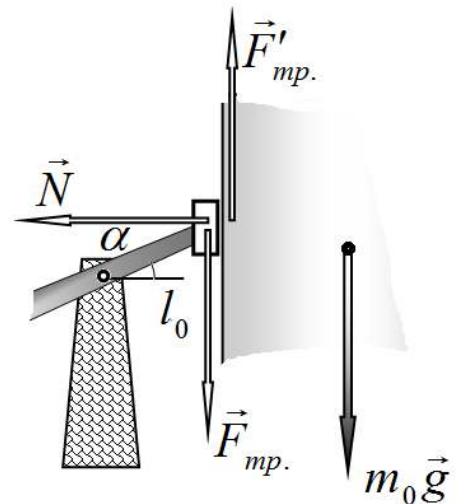
Выражая из уравнения (2) значение силы трения и подставляя его в неравенство (3), получим, что коэффициент трения должен удовлетворять условию  $\mu > \tan \alpha$ . То есть минимальное значение коэффициента трения, при котором ракета будет находиться в покое равно

$$\mu_0 = \tan \alpha. \quad (4)$$

Отметим, что это значение не зависит от массы ракеты.

2. При наличии противовесов условие равновесия штанги упора имеет вид

$$m_1 g l_1 \cos \alpha + N l_1 \sin \alpha = F_{\text{тр}} l_0 \cos \alpha. \quad (5)$$



Выразим из этого уравнения значение силы нормальной реакции

$$N = \frac{F_{\text{тр}} l_0 \cos \alpha - m_1 g l_1 \cos \alpha}{l_0 \sin \alpha} \quad (6)$$

и подставим его в неравенство (3)

$$F_{\text{тр}} < \mu \frac{F_{\text{тр}} l_0 \cos \alpha - m_1 g l_1 \cos \alpha}{l_0 \sin \alpha}. \quad (7)$$

Это выражение преобразуется к виду

$$F_{\text{тр}} l_0 (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) > \mu m_1 g l_1 \cos \alpha \quad (8)$$

Из уравнения (1) выразим значение силы трения  $F_{\text{тр}} = \frac{m_0 g}{4}$  и подставим его в неравенство (8), решая которое находим:

$$m < \frac{m_0 l_0}{4 l_1} \left( 1 - \frac{\text{tg } \alpha}{\mu} \right). \quad (9)$$

Наконец, учитывая, что  $\mu = 1,25 \mu_0 = 1,25 \text{tg } \alpha$ , получим

$$m < \frac{m_0 l_0}{20 l_1}. \quad (10)$$

3. Когда силы тяги двигателей ракеты станет равной силе тяжести ракеты силы трения обратятся в нуль. Следовательно, при наличии противовесов любой массы штанги начнут опрокидываться. То есть  $F_{\text{min}} = m_0 g$ .

---

<sup>1</sup> Нам хотелось сделать эту задачу экспериментальной, но мы не смогли обеспечить всех участников олимпиады персональными сканерами, компьютерами и принтерами. Все приведенные рисунки движущихся предметов получены нами в реальных экспериментах – пользуйтесь!