

Условие

Задача 2. Сферический баллон.

Тонкостенный сферический баллон изготовлен из стали и используется для хранения газообразного кислорода.

Параметры баллона:

радиус в недеформированном состоянии $R_0 = 1,0$ м;

толщина стенок $h = 1,0$ мм;

плотность стали $\rho = 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

модуль Юнга стали $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па;

предел прочности на разрыв $\sigma_{\text{пр.}} = 5,6 \cdot 10^8$ Па;

работа выхода электронов из стали равна $A_{\text{вых}} = 4,3$ Эв.

Атмосферное давление $p_{\text{атм}} = 1,0$ атм $= 1,0 \cdot 10^5$ Па, комнатную температуру считать равной $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Молярная масса кислорода $M = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Физические постоянные:

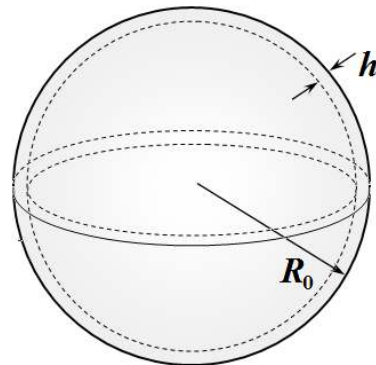
универсальная газовая постоянная $R_{\Gamma} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$;

электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$;

скорость света $c = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$;

заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл;

постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с.



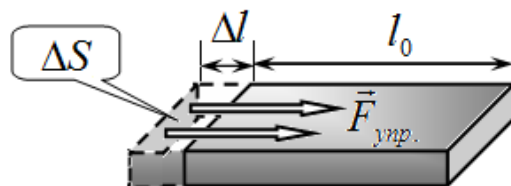
Внимание! В каждой части задачи сначала получите точные уравнения, необходимые для ответа на поставленные вопросы. Для их решения можете использовать приближенные методы. В каждом случае дайте обоснование сделанных приближений. Вам может понадобиться приближенная формула

$$(1 + \xi)^\alpha \approx 1 + \alpha\xi + \frac{\alpha(\alpha - 1)}{2}\xi^2,$$

справедливая при малых $\xi \ll 1$ и любых показателях степени α .

Часть 1. Деформация баллона.

Подсказка - напоминание. При однородном растяжении мерой деформации служит относительное удлинение $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ (l_0 - длина образца в недеформированном состоянии, Δl - абсолютное удлинение); силы упругости удобно характеризовать механическим напряжением,



численно равным отношением силы упругости к площади сечения, на которое действует эта сила $\sigma = \frac{F_{\text{упр.}}}{\Delta S}$.

Согласно закону Гука механическое напряжение пропорционально относительной деформации

$$\sigma = E\varepsilon, \quad (1)$$

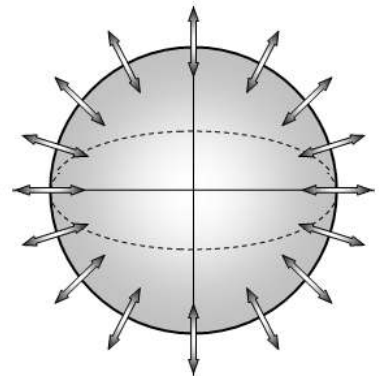
где коэффициент пропорциональности E называется модулем Юнга вещества. В данной задаче следует считать, что закон Гука выполняется для всех деформаций вплоть до разрушения материала, которое наступает, если механическое напряжение достигает предельного значения $\sigma_{\text{пр.}}$, которое также называется пределом прочности на разрыв.*

1.1 Внутри баллона закачивают газообразный кислород при комнатной температуре. После заполнения баллона давление газа оказалось равным $p_0 = 11$ атм. На сколько увеличится радиус баллона ΔR после заполнения баллона?

1.2 Каково может быть максимальное давление кислорода в баллоне при комнатной температуре? Чему равна масса кислорода в этом случае?

Часть 2. Колебания баллона.

Некоторые утверждают, что по высоте звука можно определить заполнен газовой баллон или пуст. В данной части задачи вам необходимо оценить правдоподобность подобного утверждения. Для упрощения будем рассматривать малые симметричные радиальные колебания описанного сферического баллона. В данной части задачи атмосферным давлением следует пренебречь.



2.1 Найдите частоту ν_0 симметричных радиальных колебаний пустого баллона.

2.2 Баллон заполнили кислородом, так, что его давление в неподвижном баллоне равно $p_0 = 10$ атм. Найдите относительное изменение частоты $\frac{\Delta \nu}{\nu_0}$ симметричных колебаний оболочки баллона после его заполнения кислородом, считая процесс сжатия и расширения газа в баллоне адиабатным.

Подсказка - напоминание. Уравнение адиабатного процесса имеет вид

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (2)$$

где p - давление газа, V - объем, занимаемый газом, γ - показатель адиабаты, для кислорода он равен $\gamma = 1,4$.

Часть 3. Электрический заряд.

Если оболочке баллона сообщить некоторый электрический заряд q , то она расширится. В данной части считайте, что баллон пуст и атмосферное давление отсутствует.

3.1 Определите давление электрического поля на поверхность баллона, если ее заряд равен q . **3.2** Какой максимальный заряд можно сообщить оболочке баллона, чтобы она не разорвалась?

Часть 4. Рентгеновское освещение.

Пустой баллон находится в вакууме и освещается рентгеновским излучением с длиной волны $\lambda = 2,0 \cdot 10^{-10}$ м. **4.1** Выразите энергия кванта w рентгеновского излучения в электрон-вольтах. **4.2** Найдите относительное увеличение радиуса баллона при его облучении.

Работа выхода электронов из стали равна $A_{\text{вых}} = 4,3$ Эв.

¹ Строго говоря, при расчете колебаний стенок необходимо учитывать распространение упругих волн в газе внутри баллона (звуковые волны). Однако, мы упростим ситуацию и будем считать, что давление во всем объеме изменяется мгновенно во всех точках (так, называемое квазистационарное приближение).