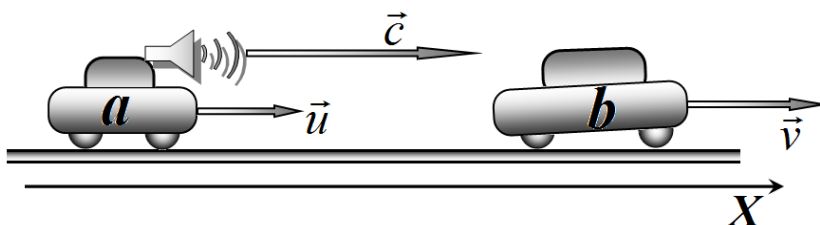


Условие

Задача 1. «Радар-спидометр»

Скорость автомобиля сотрудники милиции измеряют дистанционно, с помощью радаров-локаторов. Принципы работы таких дистанционных спидометров могут быть различными. В данной задаче рассматриваются некоторые из них.



Во всех случаях будем считать, что милицейская машина a и машина b , скорость которой измеряют, движутся вдоль одной прямой: первая с постоянной скоростью u , вторая с постоянной скоростью v . Скорость сигналов, посылаемых радаром - c .

Считаем, что в начальный момент времени машина a находится в начале координат, а машина на расстоянии x_0 от нее.

Часть 1. Импульсная локация.

Радар посылает короткие электромагнитные импульсы, следующие с интервалом τ , и улавливает отраженные от машины b импульсы, измеряя при этом время между ними τ_1 .

1.1 Запишите законы движения обоих автомобилей $x_a(t)$, $x_b(t)$, постройте графики этих законов движения.

1.2 Постройте графики законов движения двух последовательно испущенных импульсов. Рассчитайте и укажите на графике: времена $t_k^{(0)}$ и $x_k^{(0)}$ координаты точек в момент испускания; времена $t_k^{(1)}$ и $x_k^{(1)}$ координаты точек в момент их отражения импульсов; времена $t_k^{(2)}$ и $x_k^{(2)}$ координаты точек в момент возвращения импульсов к локатору.

Запишите также закон движения посланных и отраженных импульсов $x_1(t)$ и $x_2(t)$.

1.3 Рассчитайте время τ_1 между приходами в радар двух последовательных отраженных импульсов. Получите приближенную формулу для этого времени, считая, что скорости автомобилей значительно меньше скорости распространения импульсов $u, v \ll c$.

1.4 Рассчитайте численное относительного изменения времени между посланными и принятыми импульсами $\frac{\Delta\tau}{\tau}$. Проведите численную оценку этой величины, задав самостоятельно разумные скорости автомобилей и импульсов.

Часть 2. Гармоническая локация.

Рассмотрим случай, когда радар посылает гармоническую электромагнитную волну с частотой ν_0 и принимает отраженную волну, определяя при этом частоту принятого сигнала ν_2 .

2.1 Рассчитайте значения длин волн посланной λ_1 и отраженной λ_2 волн.

2.2 Определите частоту ν_2 принятого сигнала. Найдите относительное изменение частоты $\frac{\nu_2 - \nu_0}{\nu_0}$, считая, что скорости автомобилей значительно меньше скорости распространения импульсов $u, v \ll c$.

Часть 3. Реальные измерения.

Как и в части два считаем, что локатор посылает гармоническую волну с частотой ν_0 и принимает отраженную волну. Затем принятый сигнал складывается с ослабленным сигналом, который посылает локатор.

3.1 Покажите что амплитуда сумма двух сигналов, посылаемого и принятого отраженного, испытывает периодические изменения (биения). Считайте, что амплитуды этих сигналов выравниваются. Запишите закон изменения амплитуды суммарного сигнала с течением времени. Найдите период биений.

3.2 Получите приближенное выражение для относительной скорости автомобиля, выразив ее через измеряемый период биений. Является ли измеренное указанным способом значение скорости мгновенной (в строгом смысле) скоростью?

3.3 Пусть относительная скорость автомобиля равна $10 \frac{\text{км}}{\text{час}}$, а длина волны посылаемой неподвижным радаром равна $\lambda_0 = 20$ см. Оцените относительное смещение автомобилей за минимально возможное время измерений.