



*А.И. Слободянюк
Н.В. Козловский
Л.Г. Маркович
В.О. Богомоллов*

Республиканская

физическая

олимпиада

(заключительный этап)

2010 год.



Экспериментальный тур

Решение

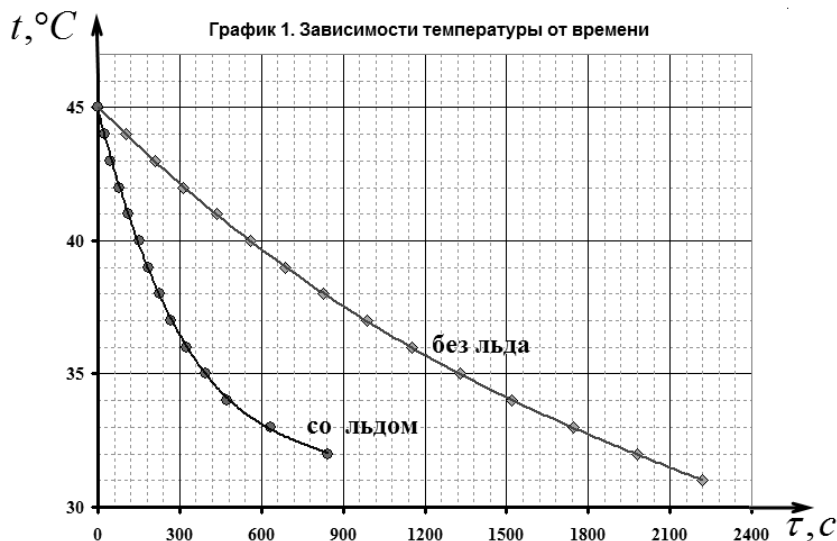
Решения.

Задание 9.1 «Остывание воды и плавление льда»

Экспериментально удобнее измерять времена, когда температура достигает определенного значения, так как точность измерения времени значительно выше точности измерения температуры. В Таблице 1 приведены результаты измерения именно таких времен при измерениях со льдом и безо льда. На графике 1 показаны, построенные по этим данным зависимости температуры воды в стаканчике от времени.

Таблица 1. Зависимость температуры воды от времени.

| $t, ^\circ\text{C}$ | τ, c | |
|---------------------|------------------|----------|
| | Со льдом | Без льда |
| 45 | 0 | 398 |
| 44 | 23 | 501 |
| 43 | 47 | 609 |
| 42 | 77 | 711 |
| 41 | 111 | 834 |
| 40 | 151 | 956 |
| 39 | 187 | 1086 |
| 38 | 225 | 1227 |
| 37 | 269 | 1384 |
| 36 | 327 | 1551 |
| 35 | 395 | 1726 |
| 34 | 475 | 1915 |
| 33 | 635 | 2143 |
| 32 | 842 | 2378 |
| 31 | 1081 | 2618 |
| 30 | | 2908 |



«На глаз» лед полностью расплавился, когда температура воды понизилась примерно до 35°C . Масса воды в стаканчике $m_1 = 150\text{г}$, масса льда в ампуле $m_0 = 10\text{г}$. Расчет удельной теплоты плавления льда по эти данным дает следующий результат

$$\lambda = \frac{cm_1\Delta t}{m_0} = \frac{4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 0,15\text{кг} \cdot 10^\circ\text{C}}{0,010\text{кг}} \approx 630 \frac{\text{дж}}{\text{кг}}, \quad (1)$$

Что почти в два раза превышает табличное значение. Основные причины такой ошибки заключается в невозможности точно установить момент времени, когда началось плавление, а также пренебрежение потерями в окружающую среду. Поэтому необходимо провести рекомендованную процедуру обработки результатов.

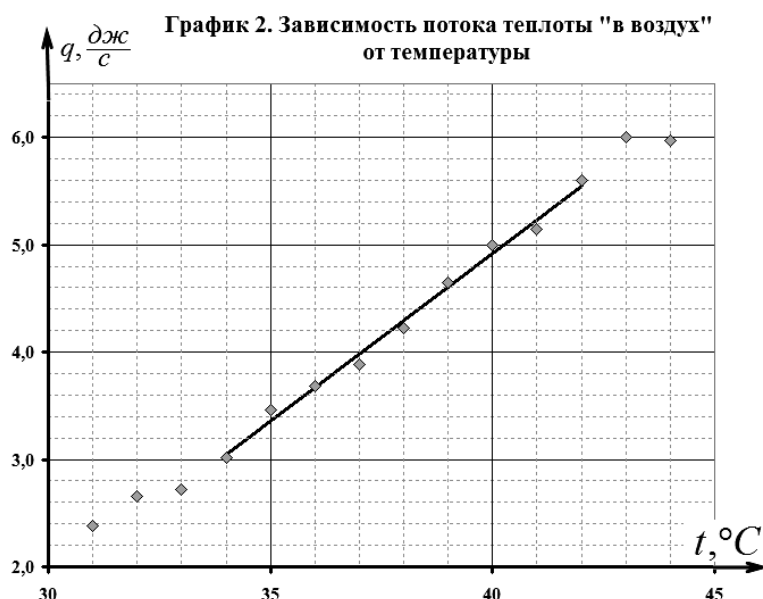
В Таблице 2 приведены результатов расчетов зависимости потока теплоты от воды в окружающую среду. Для расчета теплоты использовалась следующая формула

$$q(t_k) \approx cm_1 \frac{t_{k+1} - t_{k-1}}{\tau_{k+1} - \tau_{k-1}} = 630 \frac{t_{k+1} - t_{k-1}}{\tau_{k+1} - \tau_{k-1}} \quad (2)$$

где использованы обозначения (и пояснения) из условия задания. Рядом приведен график этой зависимости.

Таблица 2. Зависимость потока теплоты «в воздух» от температуры.

| $t, ^\circ\text{C}$ | τ, c | $\langle t \rangle, ^\circ\text{C}$ | $q_0, \frac{\text{дж}}{\text{c}}$ |
|---------------------|------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| 45 | 0 | | |
| 44 | 103 | 44 | 5,97 |
| 43 | 211 | 43 | 6,00 |
| 42 | 313 | 42 | 5,60 |
| 41 | 436 | 41 | 5,14 |
| 40 | 558 | 40 | 5,00 |
| 39 | 688 | 39 | 4,65 |
| 38 | 829 | 38 | 4,23 |
| 37 | 986 | 37 | 3,89 |
| 36 | 1153 | 36 | 3,68 |
| 35 | 1328 | 35 | 3,46 |
| 34 | 1517 | 34 | 3,02 |
| 33 | 1745 | 33 | 2,72 |
| 32 | 1980 | 32 | 2,65 |
| 31 | 2220 | 31 | 2,38 |



Не смотря на погрешности измерений, четко видна линейная зависимость между потоком теплоты и температурой воды в стаканчике. Несколько начальных точек (при высоких температурах) выпадают из этой зависимости. Возможно, что на этом этапе еще не установился стационарный режим, разогрев стаканчика, термометра и т.д.

Таким образом, экспериментальные данные подтверждают гипотезу, высказанную в условии: поток теплоты пропорционален разности температур воды и окружающего воздуха.

На линейном участке зависимость потока от температуры имеет вид

$$q_0 = at + b = a(t - t_0), \quad (3)$$

здесь $t_0 = -\frac{b}{a}$ предполагаемая температура воздуха, окружающего стаканчик. Значения параметров, рассчитанные по линейному участку зависимости равны

$$a \approx 0,31 \frac{\text{дж}}{\text{c} \cdot \text{K}}, \quad b \approx -7,6 \frac{\text{дж}}{\text{c}} \Rightarrow t_0 \approx 25^\circ\text{C}. \quad (4)$$

В Таблице 3. Приведены расчеты суммарного потока теплоты от воды, при измерениях «со льдом». В последнем столбце записаны рассчитанные зависимости потока теплоты «в лед», как разность между общим потоком и потоком «в воздух».

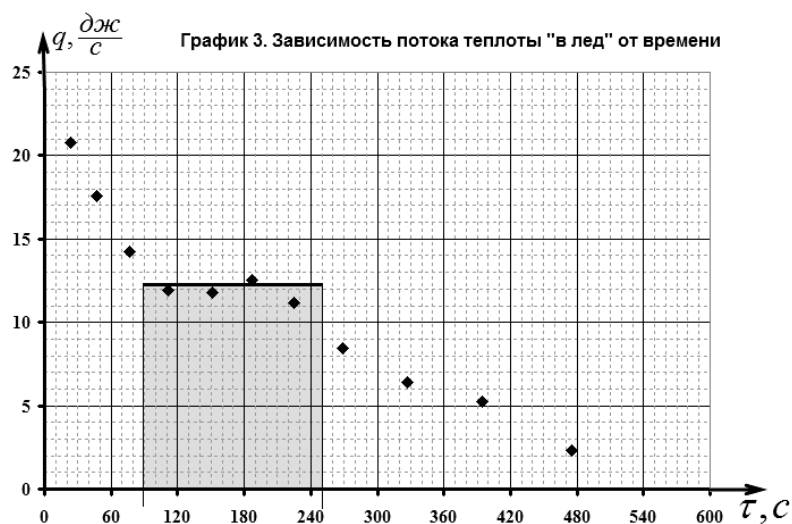
Для уменьшения погрешностей значения потоков теплоты «в воздух» рассчитаны по усредненной формуле (3).

Таблица 3. Расчет потока теплоты «в лед»

| $t, ^\circ\text{C}$ | τ, c | $\langle t \rangle, ^\circ\text{C}$ | $q, \frac{\text{дж}}{\text{c}}$ | $q_0 = a\langle t \rangle + b$ | $q - \bar{q}_0, \frac{\text{дж}}{\text{c}}$ |
|---------------------|------------------|-------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|---|
| 45 | 0 | | | | |
| 44 | 23 | 44 | 26,81 | 6,06 | 20,75 |
| 43 | 47 | 43 | 23,33 | 5,75 | 17,58 |
| 42 | 77 | 42 | 19,69 | 5,44 | 14,25 |
| 41 | 111 | 41 | 17,03 | 5,13 | 11,90 |
| 40 | 151 | 40 | 16,58 | 4,82 | 11,76 |
| 39 | 187 | 39 | 17,03 | 4,51 | 12,52 |

| | | | | | |
|----|------|----|-------|------|-------|
| 38 | 225 | 38 | 15,37 | 4,20 | 11,17 |
| 37 | 269 | 37 | 12,35 | 3,89 | 8,46 |
| 36 | 327 | 36 | 10,00 | 3,58 | 6,42 |
| 35 | 395 | 35 | 8,51 | 3,27 | 5,24 |
| 34 | 475 | 34 | 5,25 | 2,96 | 2,29 |
| 33 | 635 | 33 | 3,43 | 2,65 | 0,78 |
| 32 | 842 | 32 | 2,83 | 2,34 | 0,49 |
| 31 | 1081 | | | | |

На графике 3 показана полученная зависимость потока теплоты, поступающего ко льду, от времени. На этом графике выделяется «плато» - участок почти постоянного потока теплоты. При плавлении льда его температура остается постоянной, поэтому и поток теплоты также стабилизируется. Эта область выделена на рисунке. Судя по графику время плавления составляет примерно 160 с, при среднем значении потока $q \approx 12 \frac{\text{дж}}{\text{с}}$.



Следовательно, удельная теплота плавления льда оценивается

$$\lambda = \frac{q \Delta \tau}{m_0} \approx 200 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}. \quad (5)$$

Так как измерения и обработка их результатов носит оценочный характер, то расчет погрешностей в данной работе проводить не имеет особого смысла.

Полученный результат тоже не очень хорошо совпадает с табличным, но может табличное значение не верно?

Задание 9- 2. «Кручение»

Во всех экспериментах использовались следующие значения параметров: расстояние от оси стержня до точки подвеса грузов $d = 50\text{ мм}$, расстояние от оси стержня до измерительной линейки $L = 280\text{ мм}$. Угол кручения рассчитывался по формуле

$$\varphi = \frac{\Delta h}{L}, \quad (1)$$

где Δh - изменение высоты подъема стрелки при нагрузке.

Часть 1. Закон Гука.

В Таблице 1 приведены измеренные значения Δh при максимальной длине деформируемой части стержня $l = 78\text{ мм}$.

Таблица 1. Зависимость угла кручения от нагрузки (N - числа гвоздей в стакане)

| N (гвоздь) | при нагрузке | | при разгрузке | |
|-----------------|------------------------|-----------|------------------------|-----------|
| | $\Delta h, \text{ мм}$ | φ | $\Delta h, \text{ мм}$ | φ |
| 0 | 0 | 0,000 | 12 | 0,043 |
| 1 | 9 | 0,032 | 23 | 0,082 |
| 2 | 19 | 0,068 | 33 | 0,118 |
| 3 | 29 | 0,104 | 43 | 0,154 |
| 4 | 39 | 0,139 | 54 | 0,193 |
| 5 | 50 | 0,179 | 62 | 0,221 |
| 6 | 60 | 0,214 | 71 | 0,254 |
| 7 | 70 | 0,250 | 80 | 0,286 |
| 8 | 80 | 0,286 | 88 | 0,314 |
| 9 | 90 | 0,321 | 95 | 0,339 |
| 10 | 100 | 0,357 | 100 | 0,357 |

На рисунке представлен график полученной зависимости.

Как видно, при нагрузке (при последовательном увеличении нагрузки) угол кручения прямо пропорционален приложенной нагрузке, то есть закон Гука выполняется.

При последовательном уменьшении нагрузки (при разгрузке) наблюдается некоторое «отставание» угла кручения от уменьшающейся нагрузки, что, очевидно связано с наличием остаточных деформаций в стержне.

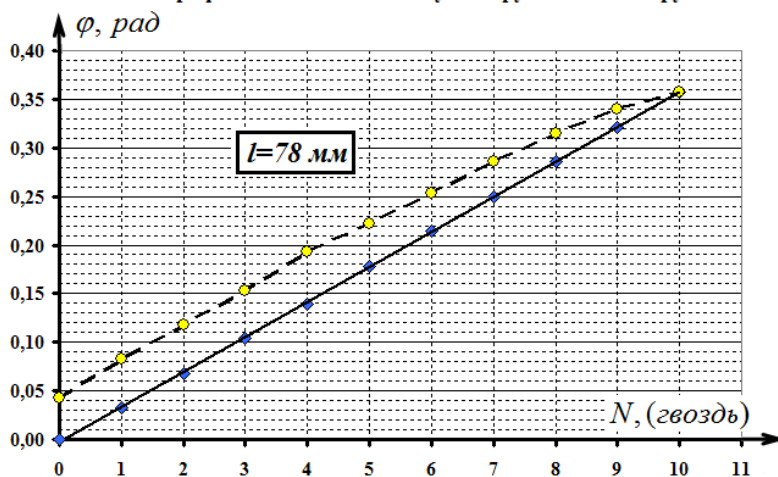
Для определения коэффициента пропорциональности предпочтительнее воспользоваться методом наименьших квадратов (МНК), либо провести обработку линейной зависимости графически.

В данном случае коэффициенты линейной зависимости

$$\varphi = aN + b, \quad (1)$$

рассчитанные по МНК, оказались равными

График 1. Зависимость угла кручения от нагрузки



$$a = (3,60 \pm 0,04) \cdot 10^{-2} \frac{\text{радиан}}{\text{гвоздь}} .$$

$$b = (3 \pm 2) \text{рад}$$

Так как коэффициент b оказался близким к нулю, а погрешность коэффициента a около 1%, то можно считать, что зависимость прямо пропорциональная, что еще раз подтверждает применимость закона Гука в данном случае.

Для расчета коэффициента пропорциональности K в формуле закона Гука, необходимо произвести пересчет (масса одного гвоздя $m = 10 \text{ г}$)

$$\begin{cases} \varphi = aN \\ \varphi = KNmgd \end{cases} \Rightarrow K = \frac{a}{mg} = \frac{3,60 \cdot 10^{-2}}{10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2}} \approx 7,34 \cdot 10^3 (\text{Н} \cdot \text{м})^{-1};$$

$$\Delta K = K \frac{\Delta a}{a} = 8 \cdot 10^1 (\text{Н} \cdot \text{м})^{-1}$$

Окончательно, получаем значения коэффициента

$$K = (7,34 \pm 0,08) \cdot 10^3 (\text{Н} \cdot \text{м})^{-1} \quad (2)$$

Смысл коэффициента – угол кручения, при единичном приложенном моменте сил.

Часть 2. Коэффициент пропорциональности.

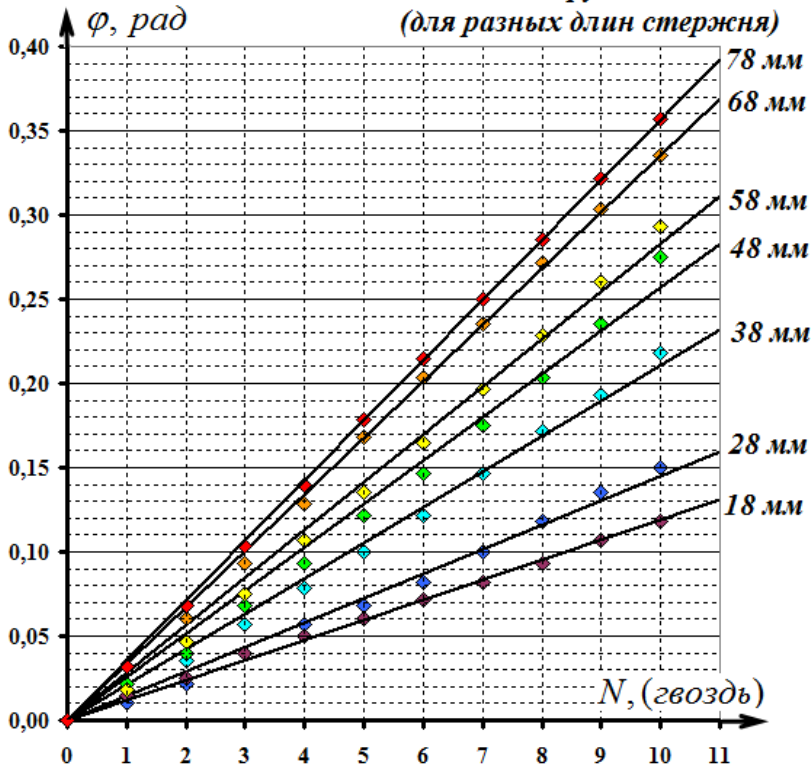
В Таблице 2 приведены измеренные значения углов кручения стержня в зависимости от приложенной нагрузки (*в гвоздях*) и для различных длин деформируемой части стержня l (в мм). В предпоследней строке приведены значения коэффициента a ($a' = a \cdot 10^2$ - для экономии места), которые нами рассчитаны по МНК, хотя их значения можно снять по графику, который приведен ниже.

Таблица 2. Зависимости угла кручения от нагрузки при разных длинах деформируемой части стержня.

| $l \rightarrow$ | 78 | | 68 | | 58 | | 48 | | 38 | | 28 | | 18 | |
|------------------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------------|-----------|
| N | Δh | φ | Δh | φ | Δh | φ | Δh | φ | Δh | φ | Δh | φ | Δh | φ |
| 0 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 | 0 | 0,000 |
| 1 | 9 | 0,032 | 9 | 0,032 | 5 | 0,018 | 6 | 0,021 | 4 | 0,014 | 3 | 0,011 | 4 | 0,014 |
| 2 | 19 | 0,068 | 17 | 0,061 | 13 | 0,046 | 11 | 0,039 | 10 | 0,036 | 6 | 0,021 | 7 | 0,025 |
| 3 | 29 | 0,104 | 26 | 0,093 | 21 | 0,075 | 19 | 0,068 | 16 | 0,057 | 11 | 0,039 | 11 | 0,039 |
| 4 | 39 | 0,139 | 36 | 0,129 | 30 | 0,107 | 26 | 0,093 | 22 | 0,079 | 16 | 0,057 | 14 | 0,050 |
| 5 | 50 | 0,179 | 47 | 0,168 | 38 | 0,136 | 34 | 0,121 | 28 | 0,100 | 19 | 0,068 | 17 | 0,061 |
| 6 | 60 | 0,214 | 57 | 0,204 | 46 | 0,164 | 41 | 0,146 | 34 | 0,121 | 23 | 0,082 | 20 | 0,071 |
| 7 | 70 | 0,250 | 66 | 0,236 | 55 | 0,196 | 49 | 0,175 | 41 | 0,146 | 28 | 0,100 | 23 | 0,082 |
| 8 | 80 | 0,286 | 76 | 0,271 | 64 | 0,229 | 57 | 0,204 | 48 | 0,171 | 33 | 0,118 | 26 | 0,093 |
| 9 | 90 | 0,321 | 85 | 0,304 | 73 | 0,261 | 66 | 0,236 | 54 | 0,193 | 38 | 0,136 | 30 | 0,107 |
| 10 | 100 | 0,357 | 94 | 0,336 | 82 | 0,293 | 77 | 0,275 | 61 | 0,218 | 42 | 0,150 | 33 | 0,118 |
| $a' \rightarrow$ | 3,60 | | 3,42 | | 2,98 | | 2,72 | | 2,21 | | 1,53 | | 1,15 | |
| $K' \rightarrow$ | 7,34 | | 6,97 | | 6,08 | | 5,55 | | 4,51 | | 3,12 | | 2,34 | |

Из графика видно, что при всех длинах деформируемой части стержня приближенно наблюдается прямо пропорциональная зависимость. В последней строке приведены результаты расчетов коэффициента пропорциональности K ($K' = K \cdot 10^{-3}$)

График 2. Зависимости угла кручения от нагрузки
(для разных длин стержня)



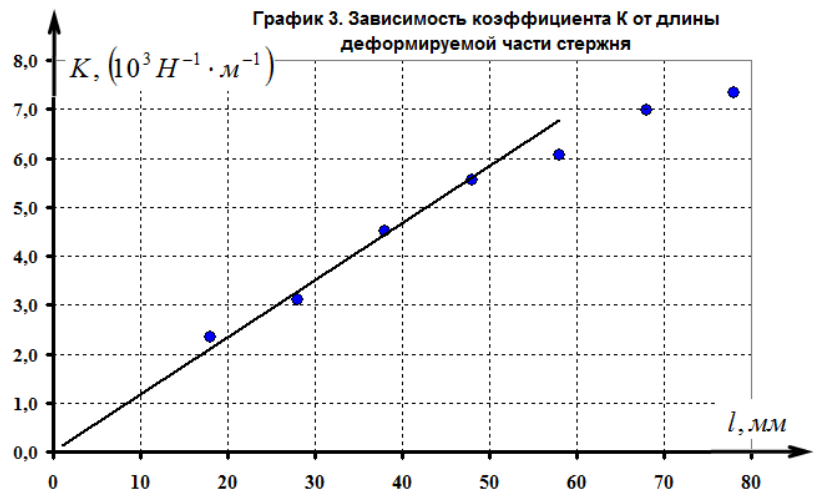
Наконец, строим график зависимости коэффициента пропорциональности в формуле закона Гука от длины деформируемой части стержня. Из этого графика видно, что при небольших длинах этот коэффициент пропорционален длине свободной части стержня, отсюда можно сделать вывод, что показатель степени в формуле $K = CL^\alpha$ равен единице:

$$\alpha = 1,$$

что также следует из теории упругости.

Возможно, что последние точки отклонились от прямой, из-за того, что угол кручения перестал быть малым, и следовало бы рассчитывать угол с помощью арктангенса – но только этого еще не хватало!

График 3. Зависимость коэффициента K от длины деформируемой части стержня



Задание 10-1. «Сопротивление металлического порошка»

В работе использован железный металлический порошок.

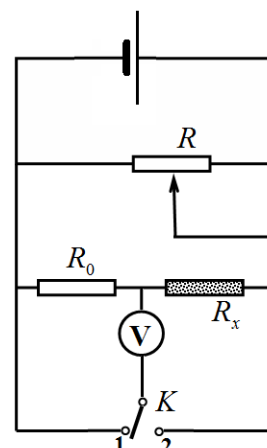
Все измерения удобно проводить по схеме, показанной на рисунке. Переменный резистор R позволяет регулировать напряжение, подаваемое на исследуемый порошок. При включении ключа в положение 1 измеряется напряжение U_1 на известном резисторе R_0 (в наших измерениях 510 Ом), что позволяет рассчитать силу тока чрез порошок;

$$I = \frac{U_1}{R_0}. \quad (1)$$

Переключение ключа в положение 2 дает возможность измерить напряжение на порошке U_2 .

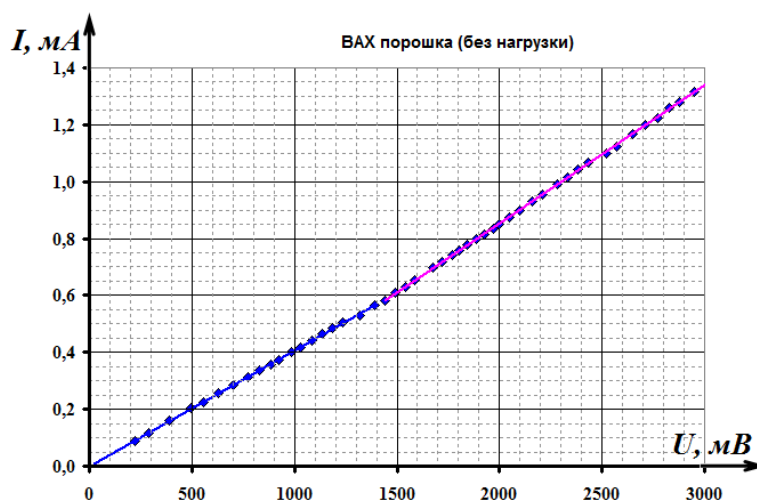
Проводимость порошка рассчитывается по формуле

$$\Lambda = \frac{1}{R_x} = \frac{I}{U_2} = \frac{1}{R} \frac{U_1}{U_2} \quad (2)$$



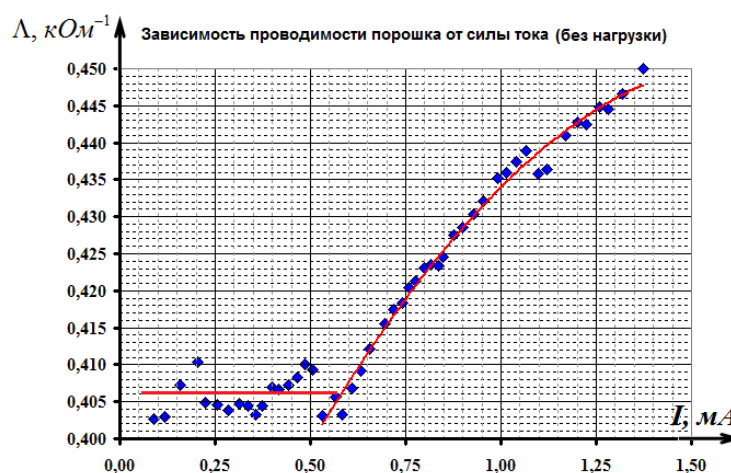
Часть 1.

На графике¹ представлена вольтамперная характеристика порошка без нагрузки. Строго говоря, эта зависимость не линейна, поэтому в общем случае следует сказать, что закон Ома не выполняется. Однако, для токов, меньших 0,5 мА наблюдается прямо пропорциональная зависимость между силой тока и напряжением, поэтому в этом диапазоне закон Ома для участка цепи справедлив.



Этот вывод подтверждает и рассчитанная зависимость проводимости порошка от силы тока. В указанном диапазоне результаты измерений разброса хаотично, что связано, скорее всего, с погрешностями измерений. При больших токах проводимость монотонно возрастает, чуть более, чем на 10%.

Можно предположить, что увеличение проводимости (или уменьшение сопротивления) связано с частичным спеканием микрочастиц порошка.



¹ В этой части не приведены данные в табличном виде, только для экономии места, все результаты представлены на графиках. От участников олимпиады не требуется такого большого числа точек – достаточно 15-20 точек, но в приведенном здесь интервале напряжений.

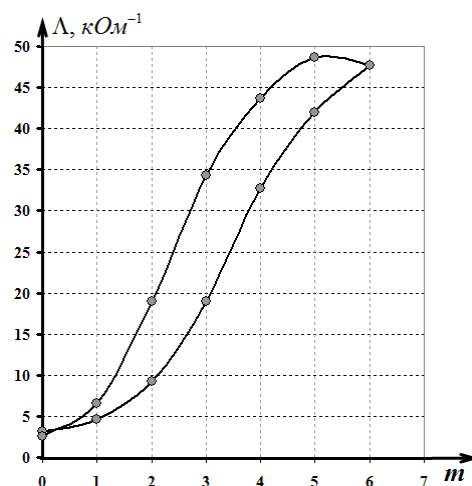
Часть 2.

В таблице приведены результаты измерений проводимости металлического порошка при попеременном увеличении и снятии нагрузки для трех циклов нагрузки-разгрузки. После каждого изменения нагрузки выдерживался интервал времени 40-50 с, пока показания вольтметра не стабилизировались.

Таблица 1. Результаты измерений проводимости порошка при нагрузке и разгрузке.

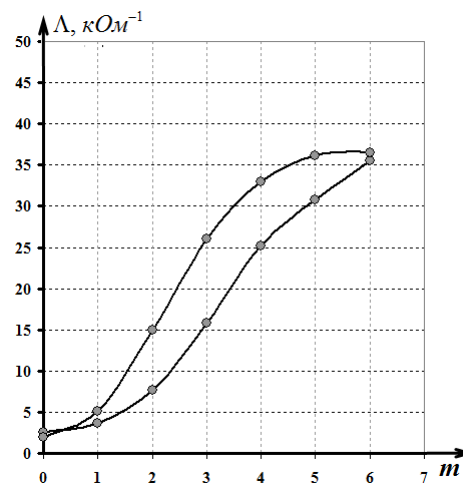
Цикл 1.

| м, штук | $U_0, В$ | $U_1, В$ | $R_1, Ом$ | $\Lambda, кОм^{-1}$ |
|---------|----------|----------|-----------|---------------------|
| 0 | 0,90 | 1,44 | 318,8 | 3,14 |
| 1 | 0,70 | 1,65 | 216,4 | 4,62 |
| 2 | 0,41 | 1,94 | 107,8 | 9,28 |
| 3 | 0,22 | 2,13 | 52,7 | 18,98 |
| 4 | 0,133 | 2,22 | 30,6 | 32,73 |
| 5 | 0,105 | 2,25 | 23,8 | 42,02 |
| 6 | 0,093 | 2,26 | 21,0 | 47,65 |
| 5 | 0,091 | 2,26 | 20,5 | 48,70 |
| 4 | 0,101 | 2,25 | 22,9 | 43,68 |
| 3 | 0,127 | 2,22 | 29,2 | 34,28 |
| 2 | 0,22 | 2,13 | 52,7 | 18,98 |
| 1 | 0,54 | 1,81 | 152,2 | 6,57 |
| 0 | 1,02 | 1,33 | 391,1 | 2,56 |



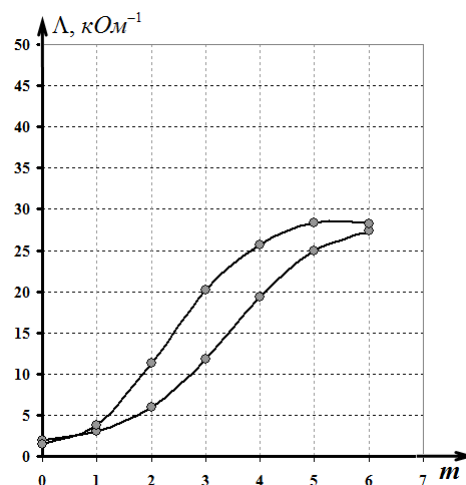
Цикл 2.

| м, штук | $U_0, В$ | $U_1, В$ | $R_1, Ом$ | $\Lambda, кОм^{-1}$ |
|---------|----------|----------|-----------|---------------------|
| 0 | 1,02 | 1,33 | 391,1 | 2,56 |
| 1 | 0,83 | 1,53 | 276,7 | 3,61 |
| 2 | 0,48 | 1,88 | 130,2 | 7,68 |
| 3 | 0,26 | 2,09 | 63,4 | 15,76 |
| 4 | 0,17 | 2,18 | 39,8 | 25,14 |
| 5 | 0,14 | 2,2 | 32,5 | 30,81 |
| 6 | 0,123 | 2,23 | 28,1 | 35,55 |
| 6 | 0,12 | 2,23 | 27,4 | 36,44 |
| 5 | 0,121 | 2,23 | 27,7 | 36,14 |
| 4 | 0,131 | 2,2 | 30,4 | 32,93 |
| 3 | 0,165 | 2,19 | 38,4 | 26,02 |
| 2 | 0,273 | 2,08 | 66,9 | 14,94 |
| 1 | 0,65 | 1,7 | 195,0 | 5,13 |



Цикл 3.

| m, штук | U_0, B | U_1, B | $R_1, Ом$ | $\Lambda, кОм^{-1}$ |
|---------|----------|----------|-----------|---------------------|
| 0 | 1,18 | 1,16 | 518,8 | 1,93 |
| 1 | 0,94 | 1,41 | 333,3 | 3,00 |
| 2 | 0,59 | 1,76 | 167,6 | 5,97 |
| 3 | 0,34 | 2,01 | 84,6 | 11,82 |
| 4 | 0,22 | 2,13 | 51,6 | 19,36 |
| 5 | 0,175 | 2,18 | 40,1 | 24,91 |
| 6 | 0,16 | 2,19 | 36,5 | 27,38 |
| 6 | 0,156 | 2,2 | 35,5 | 28,21 |
| 5 | 0,155 | 2,2 | 35,2 | 28,39 |
| 4 | 0,17 | 2,18 | 39,0 | 25,65 |
| 3 | 0,212 | 2,14 | 49,5 | 20,19 |
| 2 | 0,352 | 2 | 88,0 | 11,36 |
| 1 | 0,81 | 1,54 | 263,0 | 3,80 |



Для сравнения, приведены три цикла «нагрузка-разгрузка» на одной диаграмме.

Полученные зависимости обладают рядом особенностей:

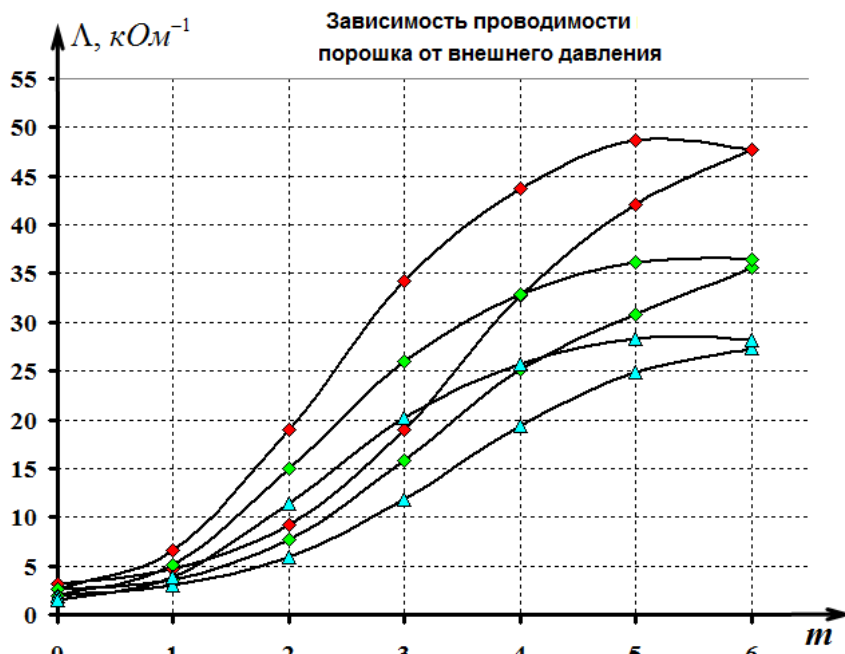
- при увеличении нагрузки проводимость порошка возрастает, что связано со сжатием порошка и, как следствие увеличением площади контактов между микрочастицами;

- наблюдается петля гистерезиса, т.е. при снятии нагрузки остается некоторая остаточная деформация порошка (или сохранение структуры упаковки частиц);

- при повторении циклов уменьшается «размах» изменения проводимости, из-за постепенного уплотнения (трамбовки) порошка;

- в повторных циклах ширина петли также уменьшается, что также связано с «трамбовкой».

И все же правильный вывод из данной работы, заключается в том, что сопротивление порошка может быть любым, потому, что зависит от всего!



Часть 3.

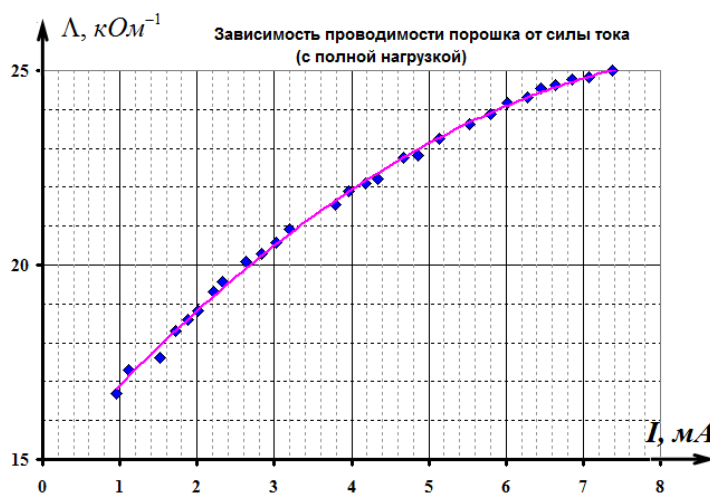
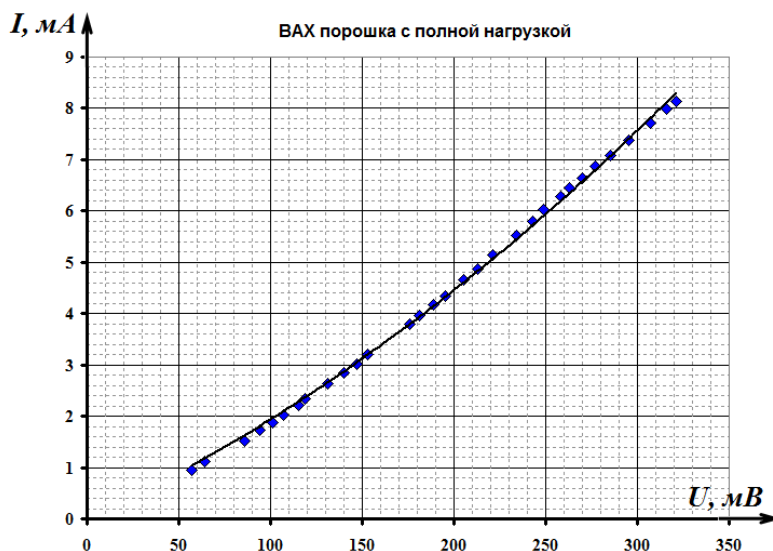
На рисунке приведен график вольтамперной характеристики порошка при его полной нагрузке. В данном случае зависимость явно не линейная. Поэтому необходимо констатировать – закон Ома для участка цепи не выполняется.

Причины, указанные при обсуждении ВАХ порошка без нагрузки здесь проявляются в большей степени:

во-первых, под нагрузкой проводимость порошка значительно выше (более чем в 20 раз). Следовательно, и сила тока больше, поэтому эффекты спекания могут проявляться сильнее;

во-вторых, площади контактов между частицами порошка больше, что также способствует образованию дополнительных связей между микрочастицами при протекании электрического тока.

Нелинейность зависимости между силой тока и напряжением подтверждается также и графиком зависимости проводимости порошка от силы тока. Здесь проводимость несомненно изменяется (почти более, чем на 50%), причем это изменение является монотонным. В этом случае не наблюдается участка с постоянной проводимостью (возможно, потому, что силы токов превышают 1 мА).



Задание 10-2. Изучение поверхностного натяжения.

Расчет коэффициента поверхностного натяжения проводится по формуле

$$\sigma = \frac{mg}{2\pi(D-h)\cos\theta}, \quad (1)$$

где m - масса песка, который необходимо досыпать для отрыва кольца, D - внешний диаметр кольца, h - его толщина.

Измеренные геометрические параметры кольца:

Внешний диаметр $D = (32,0 \pm 0,1)$ мм

Толщина $h = (6,0 \pm 0,1)$ мм

Длина линии отрыва

$$l = 2\pi(D-h) = 163,4 \text{ мм}$$

Оценим погрешность определения длины линии разрыва²

$$\Delta l = 2\pi(\Delta D + \Delta h) = 1,3 \text{ мм}, \quad \varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l} \approx 0,8\% . \quad (2)$$

При комнатной температуре получены следующие значения масс досыпаемого песка:

$m = 2,4; 2,5; 2,3; 2,4; 2,5$ г.

Среднее значение массы досыпаемого песка равно

$m = (2,42 \pm 0,06)$ г. Приборную погрешность можно принять равной половине цены

последнего деления $\Delta m_{np} = 0,05$ г. Таким образом, полная погрешность измерения массы

песка равна $\Delta m = 0,11$ г. Относительная погрешность измерения массы

$\varepsilon_m = \frac{0,11}{2,4} \approx 0,05 = 5\%$. Эта погрешность более, чем на порядок превышает погрешность

измерения длины линии отрыва, поэтому именно она определяет погрешность определения коэффициента поверхностного натяжения.

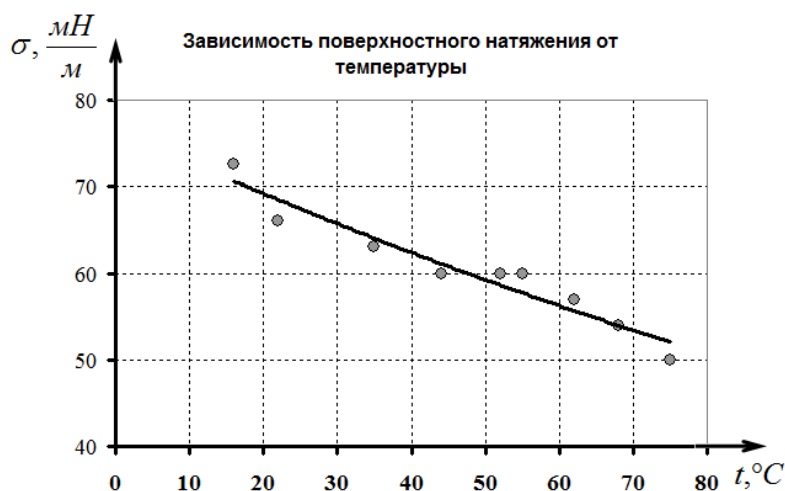
Расчет значения коэффициента поверхностного натяжения при комнатной температуре дает следующее значение

$$\sigma = \frac{2,42 \cdot 10^{-3} * 9,8}{163 \cdot 10^{-3} \cos 60^\circ} = 0,290 \frac{\text{мН}}{\text{м}},$$

с относительной ошибкой в 5%.

Измерения при других температурах проводятся аналогично.

График полученной зависимости показан на рисунке. Точности экспериментальных данных не хватает, чтобы точно установить вид зависимости, поэтому она может быть аппроксимирована различными функциями, в простейшем случае линейной.



² «Квадратичная оценка погрешности приводит к еще меньшему значению погрешности.

Задание 11-1. «Изучение батарейки»

Из закона Ома для полной цепи следует, что напряжение на внешней нагрузке U и сила тока в цепи I связаны соотношением

$$U = \varepsilon - IR. \quad (1)$$

Для экспериментального исследования этой зависимости применима следующая традиционная схема, показанная на рисунке. Ключ обязательно необходим, чтобы отключать батарейку от цепи.

Результаты измерения зависимости тока от напряжения, а также расчетов сопротивления по формуле

$$R = \frac{U}{I} \quad (2)$$

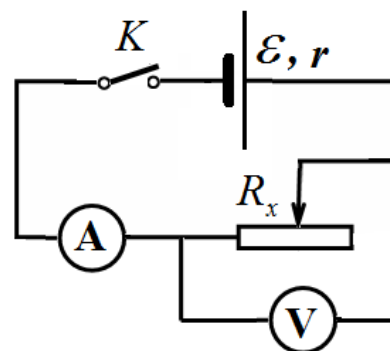
и мощности во внешней цепи по формуле

$$P = UI \quad (3)$$

приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Зависимость напряжения на внешней цепи от силы тока в ней.

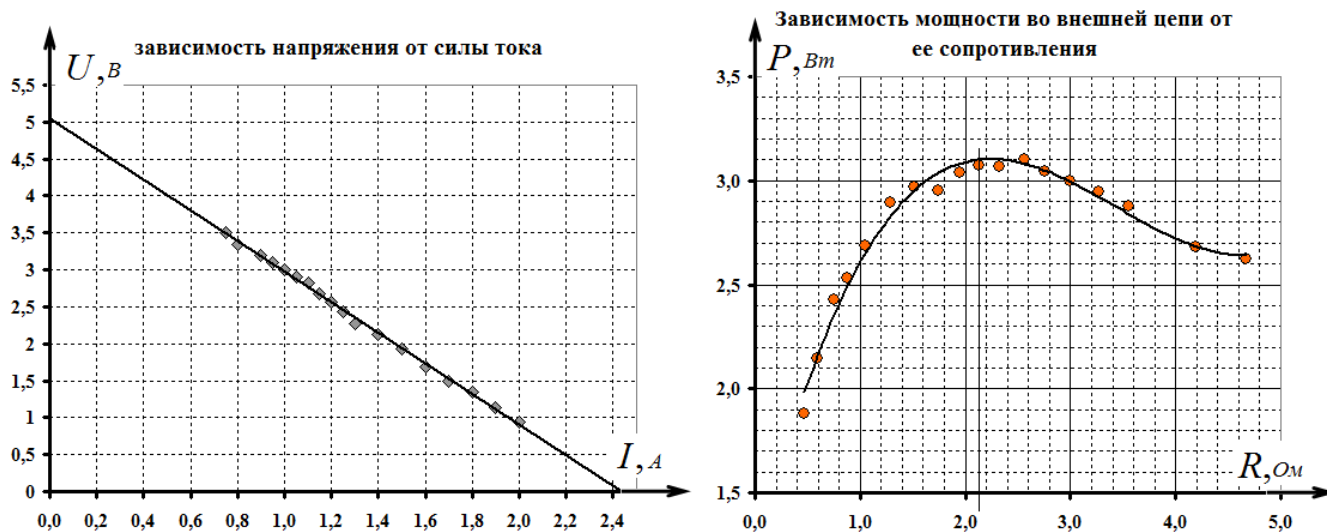
| I, A | U, B | $R, Ом$ | $P, Вт$ |
|--------|--------|---------|---------|
| 0,75 | 3,50 | 4,67 | 2,63 |
| 0,80 | 3,35 | 4,19 | 2,68 |
| 0,90 | 3,20 | 3,56 | 2,88 |
| 0,95 | 3,10 | 3,26 | 2,95 |
| 1,00 | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| 1,05 | 2,90 | 2,76 | 3,05 |
| 1,10 | 2,82 | 2,56 | 3,10 |
| 1,15 | 2,67 | 2,32 | 3,07 |
| 1,20 | 2,56 | 2,13 | 3,07 |
| 1,25 | 2,43 | 1,94 | 3,04 |
| 1,30 | 2,27 | 1,75 | 2,95 |
| 1,40 | 2,12 | 1,51 | 2,97 |
| 1,50 | 1,93 | 1,29 | 2,90 |
| 1,60 | 1,68 | 1,05 | 2,69 |
| 1,70 | 1,49 | 0,88 | 2,53 |
| 1,80 | 1,35 | 0,75 | 2,43 |
| 1,90 | 1,13 | 0,59 | 2,15 |
| 2,00 | 0,94 | 0,47 | 1,88 |



Полученные зависимости приведены и на графиках. Зависимость напряжения от силы тока линейна, что подтверждает формулу (1), а также независимость ЭДС и внутреннего сопротивления от силы тока. Из формулы (1), следует, что численные значения ЭДС и внутреннего сопротивления могут быть легко найдены как коэффициенты линейной зависимости (1). Расчет по методу наименьших квадратов приводит к следующим значениям этих характеристик батарейки:

$$\varepsilon = (5,05 \pm 0,06) B; \quad r = (2,07 \pm 0,05) Ом \quad (4)$$

Зависимость мощности во внешней цепи, от ее сопротивления не является монотонной, она имеет максимум при $R \approx 2,1 \text{ Ом}$, что совпадает с внутренним сопротивлением батарейки. Этот факт подтверждает закон Ома для внешней цепи, постоянство ЭДС и внутреннего сопротивления батарейки, а также математические правила нахождения экстремумов функций.



Разрядку батарейки следует проводить через амперметр, при этом фиксировать время разрядки Δt , также пределы, в которых изменяется ток (начальный ток $I_{\text{рн}}$, конечный ток разрядки $I_{\text{рк}}$). Эти значения нужны, чтобы вычислить заряд, который протек через батарейку за данный промежуток времени

$$\Delta q = \frac{I_{\text{рн}} + I_{\text{рк}}}{2} \Delta t. \quad (5)$$

Затем следует быстро измерить значения напряжения U_1, U_2 и силы тока I_1, I_2 при двух положениях движка реостата. Причем необходимо стремиться к тому, чтобы значения сил токов различались как можно больше (но были измеряемы). По этим значениям можно вычислить внутренне сопротивление и ЭДС батарейки по формулам

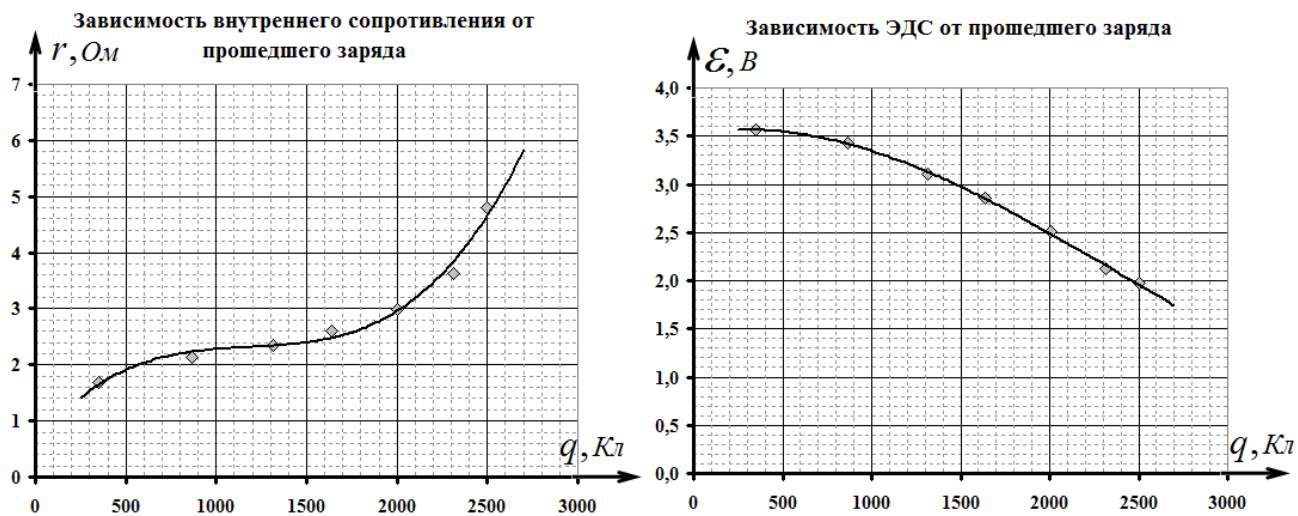
$$r = \frac{U_2 - U_1}{I_1 - I_2}, \quad \varepsilon = U_1 + I_1 r. \quad (6)$$

Результаты таких измерений и расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2. Результаты измерений и расчетов зависимости внутреннего сопротивления и ЭДС батарейки от протекшего электрического заряда.

| $\Delta t, \text{с}$ | $I_{\text{рн}}, \text{А}$ | $I_{\text{рк}}, \text{А}$ | $\Delta q, \text{Кл}$ | $q, \text{Кл}$ | $I_1, \text{А}$ | $U_1, \text{В}$ | $I_2, \text{А}$ | $U_2, \text{В}$ | $r, \text{Ом}$ | $\varepsilon, \text{В}$ |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-------------------------|
| 270 | 1,5 | 1,1 | 351 | 351 | 0,5 | 2,72 | 1,5 | 1,04 | 1,68 | 3,56 |
| 390 | 1,5 | 1,15 | 517 | 868 | 0,5 | 2,36 | 1,4 | 0,43 | 2,14 | 3,43 |
| 380 | 1,3 | 1,05 | 447 | 1314 | 0,4 | 2,16 | 1,1 | 0,51 | 2,36 | 3,10 |
| 340 | 1,1 | 0,8 | 323 | 1637 | 0,35 | 1,95 | 0,8 | 0,78 | 2,60 | 2,86 |
| 420 | 1,0 | 0,75 | 368 | 2005 | 0,3 | 1,62 | 0,8 | 0,13 | 2,98 | 2,51 |
| 460 | 0,8 | 0,55 | 311 | 2315 | 0,25 | 1,22 | 0,55 | 0,13 | 3,63 | 2,13 |
| 390 | 0,55 | 0,4 | 185 | 2501 | 0,2 | 1,01 | 0,4 | 0,048 | 4,81 | 1,97 |

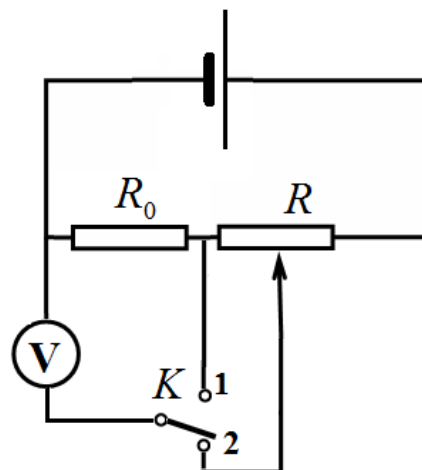
Графики этих зависимостей показывают, что в процессе разрядки внутренне сопротивление монотонно растет, а ЭДС монотонно падает, и то и другое ухудшает качество источника.



Теперь вы должны усвоить методику проверки рекламной компании про «Энерджазер» и прочие «вечные» батарейки!

Задание 11-2. Изучение фотоэлемента

Для изучения фотоэлемента, который обладает большим внутренним сопротивлением, необходимо использовать следующую схему. Здесь резистор с сопротивлением $R_0 = 20 \text{ кОм}$ является составной частью нагрузки. В положении ключа 1 вольтметр показывает напряжение на этом резисторе U_1 , которое используется для расчета силы тока в цепи, в положении 2 вольтметр показывает полное напряжение на нагрузке U_0 .



Формулы для расчета силы тока, сопротивления нагрузки, и мощности выделяющейся на ней приведены в предыдущей задаче. Поэтому можно приступить к изложению полученных результатов.

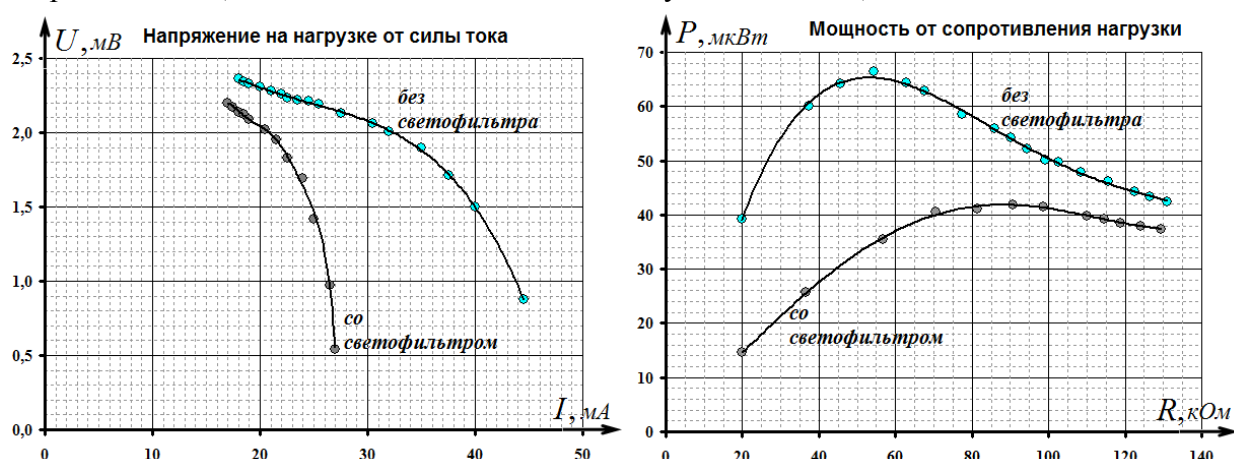
В Таблице 1. приведены результаты измерений напряжений и расчетов сил токов, сопротивлений и мощностей при освещении фотоэлемента лампочкой без светофильтра и со светофильтром.

Таблица 1. Фотоэлемент – источник энергии.

| <i>Без светофильтра</i> | | | | | <i>Со светофильтром</i> | | | | |
|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|
| $U_0, \text{В}$ | $U_1, \text{В}$ | $I, \text{мкА}$ | $R, \text{кОм}$ | $P, \text{мкВт}$ | $U_0, \text{В}$ | $U_1, \text{В}$ | $I, \text{мкА}$ | $R, \text{кОм}$ | $P, \text{мкВт}$ |
| 2,36 | 0,36 | 18,0 | 131,1 | 42,5 | 2,2 | 0,34 | 17,0 | 129,4 | 37,4 |
| 2,34 | 0,37 | 18,5 | 126,5 | 43,3 | 2,17 | 0,35 | 17,5 | 124,0 | 38,0 |
| 2,33 | 0,38 | 19,0 | 122,6 | 44,3 | 2,14 | 0,36 | 18,0 | 118,9 | 38,5 |
| 2,31 | 0,40 | 20,0 | 115,5 | 46,2 | 2,12 | 0,37 | 18,5 | 114,6 | 39,2 |
| 2,28 | 0,42 | 21,0 | 108,6 | 47,9 | 2,09 | 0,38 | 19,0 | 110,0 | 39,7 |
| 2,26 | 0,44 | 22,0 | 102,7 | 49,7 | 2,02 | 0,41 | 20,5 | 98,5 | 41,4 |
| 2,23 | 0,45 | 22,5 | 99,1 | 50,2 | 1,95 | 0,43 | 21,5 | 90,7 | 41,9 |
| 2,22 | 0,47 | 23,5 | 94,5 | 52,2 | 1,83 | 0,45 | 22,5 | 81,3 | 41,2 |
| 2,21 | 0,49 | 24,5 | 90,2 | 54,1 | 1,69 | 0,48 | 24,0 | 70,4 | 40,6 |
| 2,19 | 0,51 | 25,5 | 85,9 | 55,8 | 1,42 | 0,5 | 25,0 | 56,8 | 35,5 |
| 2,13 | 0,55 | 27,5 | 77,5 | 58,6 | 0,97 | 0,53 | 26,5 | 36,6 | 25,7 |
| 2,06 | 0,61 | 30,5 | 67,5 | 62,8 | 0,54 | 0,54 | 27,0 | 20,0 | 14,6 |
| 2,01 | 0,64 | 32,0 | 62,8 | 64,3 | | | | | |
| 1,90 | 0,70 | 35,0 | 54,3 | 66,5 | | | | | |
| 1,71 | 0,75 | 37,5 | 45,6 | 64,1 | | | | | |
| 1,50 | 0,80 | 40,0 | 37,5 | 60,0 | | | | | |
| 0,88 | 0,89 | 44,5 | 19,8 | 39,2 | | | | | |

Графики зависимости напряжения на нагрузке от силы тока, на первый взгляд, необычны (или неправильны?) – нет привычной линейной зависимости! Но ведь источником является полупроводниковый фотоэлемент, а его внутреннее сопротивление зависит от силы тока, поэтому и зависимость получается нелинейной. При большей интенсивности света и напряжение и сила тока, «выдаваемые» фотоэлементом больше, соответственно больше и мощность! Отсюда следует «неожиданный» вывод – хочешь получить большую мощность, ярче свети! Зависимости мощности от сопротивления нагрузки имеют максимумы, но их положение не может быть рассчитано аналитически, так как не известна аналитическая зависимость силы тока от напряжения (а кроме того,

внутреннее сопротивление, ЭДС и т.д.). По представленным графикам можно сделать вывод, что увеличение интенсивности приводит к уменьшению внутреннего сопротивления (это видно по смещению максимума мощности).



Численное значение мощности (даже максимальной) однозначно подтверждает истину – китайские калькуляторы не помогут нашей Республике решить энергетические проблемы!

Часть 2. Фотоэлемент как измеритель интенсивности света.

Очевидно, что измеряемой величиной должна быть сила тока, либо напряжение на нагрузке. При непосредственном подключении вольтметра к фотоэлементу оказывается, что регистрируемое напряжение (практически равное ЭДС фотоэлемента из-за значительного сопротивления вольтметра) очень слабо зависит от освещенности фотоэлемента. Однако заранее не очевидно, при каком сопротивлении внешней цепи следует производить измерения – слишком много факторов влияет на этот выбор. Основным критерием выбора должна быть чувствительность фотоприемника, отношение его изменения его показаний к изменению интенсивности света³ $\beta = \frac{\Delta U}{\Delta i}$. Поэтому все измерения следует провести, как минимум, при двух значениях сопротивления нагрузки.

Основная проблема выполнения данной части задания заключается в том, что интенсивность падающего света меняется по заранее неизвестному закону.

Действительно, пусть коэффициент пропускания одного светофильтра равен γ , тогда интенсивность света, прошедшего через N светофильтров будет равна

$$i = i_0 \cdot \gamma^N. \quad (1)$$

Но беда в том, что коэффициент пропускания γ не известен, его еще надо найти!

Для этого можно использовать следующую последовательность действий:

- 1) предположим, что фотоэлемент линейный, то есть измеряемое напряжение пропорционально интенсивности;
- 2) измерим зависимость показаний фотометра от числа светофильтров

$$U = A \cdot \gamma^N \quad (2)$$

- 3) построим ее в логарифмическом масштабе

$$\ln U = \ln A + N \ln \gamma. \quad (3)$$

³ Мы обозначили интенсивность света символом i , чтобы не путать с силой тока, хотя она в этой части фигурировать не будет. Как это часто бывает в оптических измерениях интенсивность света будем измерять в некоторых относительных единицах.

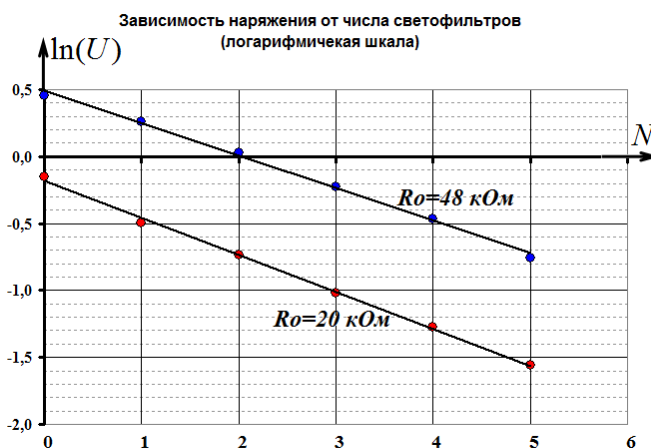
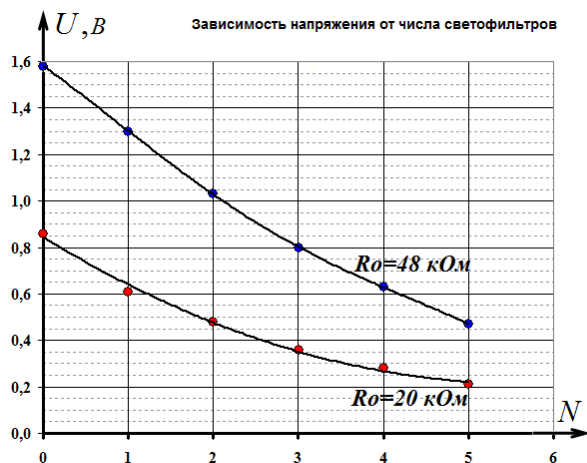
- 4) найдем коэффициент наклона (если получится линейная зависимость), который согласно формуле (3) равен $\ln \gamma$ и определим коэффициент пропускания γ ;
- 5) рассчитаем интенсивности света, прошедшего через N светофильтров по формуле (1);
- 6) наконец, построим зависимости измеряемого напряжения от интенсивности падающего света!

Если получаться линейные зависимости, то наше первое предположение верно! А если не получится? Будем оптимистами!

Итак, в Таблице 2 приведены результаты измерений и расчетов по предложенной схеме. А ниже показаны графики зависимости напряжения на нагрузке от числа светофильтров.

Таблица 2. Фотоэлемент – измеритель интенсивности света.

| N | $R_0=20 \text{ кОм}$ | | $R_0=48 \text{ кОм}$ | | i |
|-----|----------------------|------------|----------------------|------------|------|
| | $U_0, \text{ В}$ | $\ln(U_0)$ | $U_1, \text{ В}$ | $\ln(U_1)$ | |
| 0 | 0,86 | -0,151 | 1,58 | 0,457 | 1,00 |
| 1 | 0,61 | -0,494 | 1,30 | 0,262 | 0,77 |
| 2 | 0,48 | -0,734 | 1,03 | 0,030 | 0,59 |
| 3 | 0,36 | -1,022 | 0,80 | -0,223 | 0,46 |
| 4 | 0,28 | -1,273 | 0,63 | -0,462 | 0,35 |
| 5 | 0,21 | -1,561 | 0,47 | -0,755 | 0,27 |



Похоже, нам повезло – в логарифмическом масштабе получились практически линейные зависимости. Более того, они почти параллельны, следовательно коэффициенты их наклона практически одинаковы. Расчет этих коэффициентов по МНК дает значения -0,25 и -0,27. Поэтому далее используем среднее значение

$$\ln \gamma = -0,26 \Rightarrow \gamma = \exp(-0,26) \approx 0,77.$$

Наконец завершающий аккорд – зависимость измеряемого напряжения от интенсивности света. Получены практически линейные зависимости, особенно для меньшего сопротивления. При большем сопротивлении – чувствительность больше, но уже проявляется нелинейность. Так, что остается свобода выбора на свой вкус!

