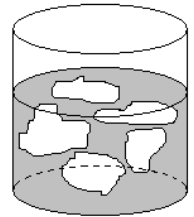


- 2. Тепловая разминка

Условие

Задача 9- 2. Тепловая разминка

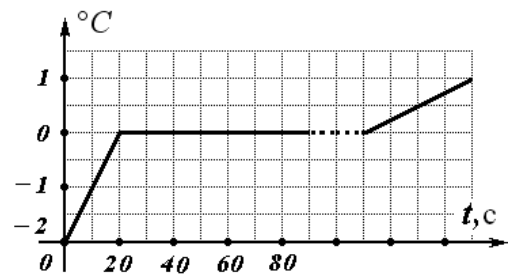
1. В калориметре при общей температуре, равной температуре плавления льда $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$ находится смесь воды и льда общей массой $m = 0,60$ кг. Теплоемкости воды и льда в сосуде одинаковы. Найдите количество теплоты Q_1 , необходимое для повышения температуры системы на $\Delta t_1 = 1,0^\circ\text{C}$. Определите количество теплоты Q_2 , необходимое для понижения температуры системы на $\Delta t_1 = 1,0^\circ\text{C}$. Вычислите отношение η средних теплоемкостей системы в первом и втором случаях. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Удельная теплоемкость льда — $c_1 = 2,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, воды — $c_2 = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплота плавления льда — $\lambda = 0,33 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$.



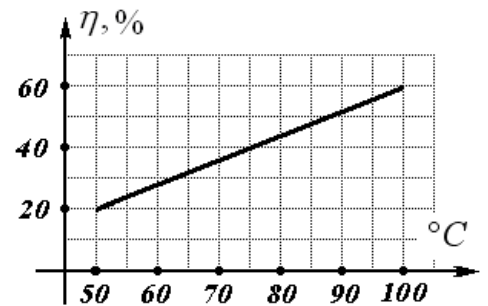
2. При определенных условиях лед и вода (переохлажденная вода) в калориметре могут находиться в тепловом равновесии и при отрицательной температуре $t_1 = -2,0^\circ\text{C}$. Если подобную систему нагревать с некоторой постоянной

мощностью, то ее температура изменяется со временем так, как показано на рисунке. Масса смеси воды и льда $m = 0,60$ кг. Теплоемкости воды и льда в сосуде одинаковы. Определите мощность P нагревателя. Найдите

время τ_1 плавления льда в калориметре и время τ_2 дальнейшего разогрева системы до температуры $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.



3. При образовании насыщенного раствора солей (например, алюминиевых квасцов) концентрация η , % раствора (отношение массы m_1 растворенного вещества к массе m_2 жидкости $\eta = \frac{m_1}{m_2}$) изменяется в зависимости от температуры так, как показано на рисунке. Удельная теплоемкость соли в растворенном состоянии в $c_1 = 2,40 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, в кристаллическом состоянии $c_3 = 1,20 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, удельная теплоемкость жидкости (растворителя) — $c_2 = 3,60 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$. В начальном состоянии в сосуд, содержащий $m_2 = 1,00$ кг растворителя, опустили $m = 0,600$ кг соли и тщательно перемешали. Постройте график зависимости теплоемкости системы $C(t)$ от температуры. Найдите количество теплоты Q , необходимое для нагрева насыщенного раствора от температуры $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Кипение в системе отсутствует. Удельной теплотой растворения пренебречь.



Решение

Задача 9. 2. Тепловая разминка

1. Определим массу льда m_1 и массу воды m_2 , находящейся в сосуде, из системы уравнений, следующих из условия $t = t_1 + t_2$ { . (1) $\{ c_1 t_1 = c_2 t$

$$\begin{cases} m = m_1 + m_2 \\ c_1 m_1 = c_2 m_2 \end{cases} . \quad (1)$$

Решение системы имеет вид

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{c_2}{c_1 + c_2} m = 0,40 \text{ кг} \\ m_2 &= \frac{c_1}{c_1 + c_2} m = 0,20 \text{ кг} \end{aligned} . \quad (2)$$

Количество теплоты Q_1 , необходимое для повышения температуры системы на $\Delta t_1 = 1,0^\circ\text{C}$, складывается из количества теплоты Q_{11} , идущей на плавление льда

$$Q_{11} = \lambda \cdot m_1 = 132 \text{ кДж} \quad (3)$$

и количества теплоты Q_{12} , идущего на последующее нагревание воды массой $m = m_1 + m_2$ на $\Delta t_1 = 1,0^\circ\text{C}$. Расчет в данном случае дает

$$Q_{12} = c_2(m_1 + m_2)\Delta t_1 = 2,52 \text{ кДж}. \quad (4)$$

Суммарное количество теплоты при данной процедуре

$$Q_1 = Q_{11} + Q_{12} = 135 \text{ кДж}. \quad (5)$$

Соответственно, количество теплоты Q_2 , необходимое для понижения температуры системы на тот же градус $\Delta t_1 = 1,0^\circ\text{C}$ складывается из количества теплоты Q_{21} , идущей на замораживание воды

$$Q_{21} = \lambda \cdot m_2 = 66,0 \text{ кДж}$$

и количества теплоты Q_{22} , необходимого для последующего охлаждения льда массой $m = m_1 + m_2$ на $\Delta t_1 = 1,0^\circ\text{C}$

$$Q_{22} = c_1(m_1 + m_2)\Delta t_1 = 1,26 \text{ кДж}.$$

Суммарное количество теплоты, необходимое для этого

$$Q_2 = Q_{21} + Q_{22} = 67,3 \text{ кДж.}$$

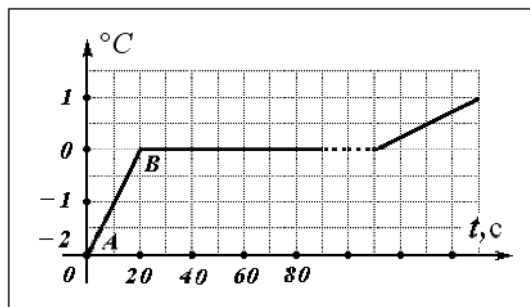
Таким образом, отношение средних теплоемкостей системы при данных тепловых процессах

$$\eta = \frac{C_1}{C_2} = \frac{Q_1}{Q_2} = 2,0. \quad (6)$$

Результат (6) вполне понятен, поскольку массы и теплоемкости фаз (льда и воды) в калориметре различны, что приводит к различию теплот Q_1 и Q_2 в тепловых процессах различных направлений.

2. Рассмотрим начальный (наклонный) участок АВ графика (см. рис.). За время $\Delta\tau$ в системе выделяется количество теплоты $P\Delta\tau$, где P — искомая мощность нагревателя. Пусть за это время температура системы увеличилась на Δt , тогда согласно уравнению теплового баланса можем записать

$$P\Delta\tau = (c_1m_1 + c_2m_2)\Delta t. \quad (7)$$



Из последнего равенства следует, что мощность нагревателя

$$P = (c_1m_1 + c_2m_2) \frac{\Delta t}{\Delta\tau}. \quad (8)$$

Величина $\frac{\Delta t}{\Delta\tau}$ представляет собой угловой коэффициент наклона начального участка графика, который несложно определить по рисунку

$$\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{2,0^\circ\text{C}}{20 \text{ с}} = 0,10 \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}. \quad (9)$$

Как видно из (9), угловой коэффициент (тангенс угла наклона) прямой в данном случае имеет «экзотическую» размерность, определяемую размерностями величин, приведенных вдоль соответствующих осей координат.

Расчет по формуле (8) с учетом выражения (9) дает

$$P = (c_1m_1 + c_2m_2) \frac{\Delta t}{\Delta\tau} = 168 \text{ Вт} = 0,17 \text{ кВт}. \quad (10)$$

С такой мощностью нагревателя лед расплавится за время

$$\tau_1 = \frac{m_1 \cdot \lambda}{P} = 786 \text{ с} = 13 \text{ мин.} \quad (11)$$

Соответственно, время разогрева системы до температуры $t_2 = 20^\circ\text{C}$ найдем как

$$\tau_2 = \frac{c_2(m_1 + m_2)t_2}{P} = 300 \text{ с} = 5,0 \text{ мин.} \quad (12)$$

3. Пусть в сосуде находится масса m_2 растворителя, тогда масса растворенной соли будет

$$m_1 = \eta \cdot m_2. \quad (13)$$

Соответственно, масса нерастворенной соли в сосуде

$$m_3 = m - m_1 = m - \eta \cdot m_2. \quad (14)$$

Для полной теплоемкости системы в данном случае можем записать

$$C = c_1 m_1 + c_2 m_2 + c_3 m_3 = c_1 \eta m_2 + c_2 m_2 + c_3 (m - \eta \cdot m_2). \quad (15)$$

Перепишем последнее равенство в виде $C = c_2 m_2 + c_3 m + \eta m_2 (c_1 - c_3)$

$$C = c_2 m_2 + c_3 m + \eta m_2 (c_1 - c_3).$$

Как следует из условия задачи, в данном пункте следует проводить численные расчеты, используя три значащие цифры. Подставляя в (15) численные значения, получим

$$C(t) = (4,32 + 1,20 \cdot \eta(t)) \frac{\text{кДж}}{^\circ\text{C}}. \quad (16)$$

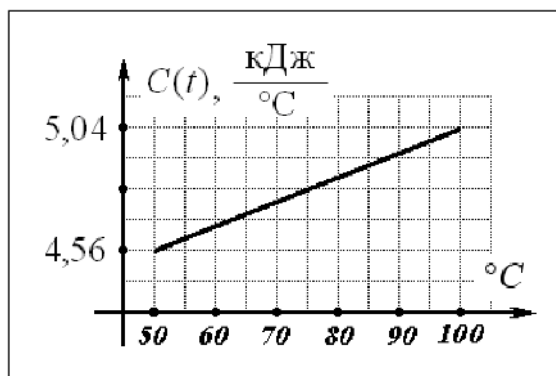


График полученной зависимости представлен на рисунке.

При нагревании системы от температуры $t_1 = 50,0^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 100^\circ\text{C}$ необходимо подсчитать площадь под приведенным графиком (площадь трапеции).

Расчет с точностью до трех значащих цифр дает

$$Q = 240 \text{ кДж} = 0,240 \text{ МДж.} \quad (17)$$