

-2 Фотоэлемент

Условие

Задача 11-2 Фотоэлемент.

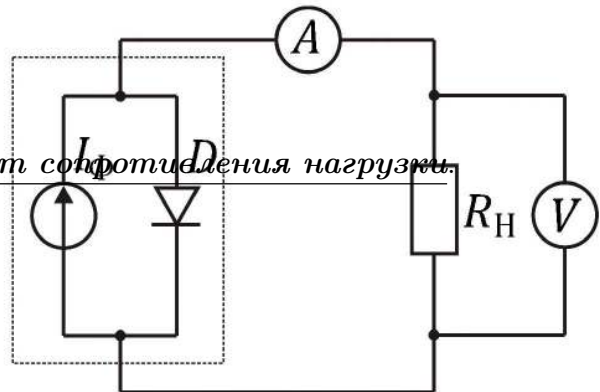
Фотоэлемент – устройство, преобразующее энергию электромагнитного излучения в электрическую энергию. Простейший фотоэлемент представляет собой полупроводниковый прибор с р-п-переходом. При поглощении оптического излучения в результате внутреннего фотоэффекта увеличивается число свободных носителей заряда, которые разделяются полем перехода. В результате этого по обе стороны от перехода создается разность потенциалов – фото-ЭДС.

Часть 1. Идеальный фотоэлемент

Идеальный фотоэлемент можно представить в виде источника тока и диода, соединенных параллельно (рис.1). Величина фототока I_{Φ} , генерируемого источником, определяется только интенсивностью и спектральным составом света и не зависит от сопротивления нагрузки. Диод D является нелинейным элементом. Ток диода I_D и напряжение U_D на нем связаны соотношением:

$$I_D = CU_D^2,$$

где C – некоторая известная постоянная величина.



1.1 К фотоэлементу подключен резистор с сопротивлением R_H . Считая известной величину фототока I_{Φ} , определите показания амперметра и вольтметра.

1.2 Сопротивление нагрузки R_H изменяют от нуля до очень большого значения. Как при этом зависит ток в нагрузке от напряжения $I_H(U_H)$?

1.3 Чему равен ток короткого замыкания $I_{кз}$ ($R_H = 0$) и напряжение холостого хода U_{xx} ($R_H \rightarrow \infty$)?

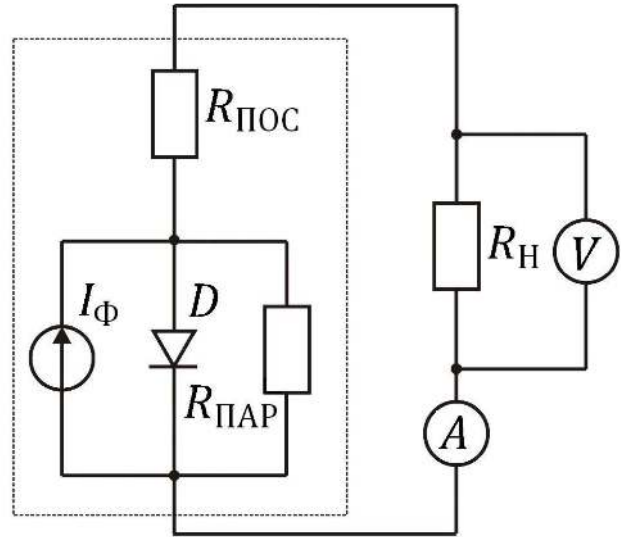
1.4 Изобразите график зависимости $I_H(U_H)$.

1.5 Определите, при каком значении сопротивления нагрузки R_{Pmax} в ней выделяется максимальная мощность и чему она равна (P_{max}). Чему при этом равны ток и напряжение на резисторе I_{Pmax} и U_{Pmax} ?

1.6 Пусть $I_{\Phi} = 1,0$ мА, $C = 4,0 \cdot 10^{-3}$ А/В². Приведите численные значения $I_{кз}$, U_{xx} , I_{Pmax} , U_{Pmax} , R_{Pmax} и P_{max} .

Часть 2. Потери энергии в фотоэлементе.

Более приближенная к реальности модель фотоэлемента должна учитывать омические потери внутри него (сопротивление пластины полупроводника, контактов и т.д.). При этом эквивалентная схема усложняется. В ней появляются сопротивление, подключенное параллельно источнику тока $R_{\text{ПАР}}$, и последовательное сопротивление $R_{\text{ПОС}}$ (рис.2.), значения которых считайте известными.



2.1 К фотоэлементу подключен резистор с сопротивлением $R_{\text{Н}}$. Считая известными величину фототока $I_{\text{Ф}}$, а также значения сопротивлений $R_{\text{ПОС}}$ и $R_{\text{ПАР}}$, определите показания амперметра и вольтметра.

2.2 Сопротивление нагрузки $R_{\text{Н}}$ изменяют от нуля до очень большого значения. Составьте уравнение, связывающее ток и напряжение на нагрузке.

2.3 Выразите величины тока короткого замыкания и напряжения холостого хода. Пусть (как и в первой части задачи) $I_{\text{Ф}} = 1,0 \text{ мА}$, $C = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ А/В}^2$, а сопротивления равны: $R_{\text{ПОС}} = 1,0 \cdot 10^2 \text{ Ом}$, $R_{\text{ПАР}} = 1,0 \cdot 10^3$.

2.4 Определите численные значения $I_{\text{КЗ}}$, $U_{\text{ХХ}}$.

2.5 Используя численные значения, изобразите график зависимости $I_{\text{Н}}(U_{\text{Н}})$.

2.6 Определите, при каком напряжении на нагрузке в ней выделяется максимальная мощность. Чему она равна?

Решение

Задача 11-2 Фотоэлемент.

Часть 1. Идеальный фотоэлемент 1.1 Ток в нагрузке равен разности фототока и тока текущего через диод:

$$I_{\text{н}} = I_{\text{Ф}} - I_{\text{D}} \quad (1)$$

Напряжение на нагрузке такое же, как и на диоде. Подставляя $I_{\text{н}} = \frac{U_{\text{н}}}{R}$ и $I_{\text{D}} = CU_{\text{н}}^2$, получим квадратное уравнение:

$$CU_{\text{н}}^2 + \frac{1}{R}U_{\text{н}} - I_{\text{Ф}} = 0 \quad (2)$$

Решение имеет вид:

$$U_{\text{н}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4CR^2 I_{\Phi}}}{2RC} \quad (3)$$

$$U_{\text{н}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4CR^2 I_{\Phi}}}{2RC}$$

Ток в нагрузке:

$$I_{\text{н}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4CR^2 I_{\Phi}}}{2CR^2} \quad (4)$$

$$I_{\text{н}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4CR^2 I_{\Phi}}}{2CR^2}$$

1.2 Подставляя в (1) $I_D = CU_{\text{н}}^2$, получим связь между током и напряжением:

$$I_{\text{н}} = I_{\Phi} - CU_{\text{н}}^2 \quad (5)$$

1.3 При нулевом сопротивлении, напряжение на нагрузке равно нулю. А при большом сопротивлении нагрузки – ток равен нулю. Исходя из (5):

$$I_{\text{кз}} = I_{\Phi} \quad (6)$$

$$U_{\text{хх}} = \sqrt{\frac{I_{\Phi}}{C}} \quad (7)$$

1.4 График зависимости $I_{\text{н}}(U_{\text{н}})$ – ветвь параболы. Вершина имеет координаты $(0, I_{\text{кз}})$, точка пересечения с осью абсцисс – $U_{\text{хх}}$.

1.5 Умножим обе части равенства (5) на $U_{\text{н}}$:

$$I_{\text{н}} U_{\text{н}} = P_{\text{н}} = I_{\Phi} U_{\text{н}} - CU_{\text{н}}^3 \quad (8)$$

Приравняв к нулю производную по напряжению, получим:

$$U_{P_{\text{max}}} = \sqrt{\frac{I_{\Phi}}{3C}} \quad (9)$$

Соответственно:

$$P_{\text{max}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{I_{\Phi}^3}{3C}} \quad (10)$$

$$I_{Pmax} = I_{\Phi} - CU_{Pmax}^2 = \frac{2}{3}I_{\Phi} \quad (11)$$

$$R_{Pmax} = \frac{U_{Pmax}}{I_{Pmax}} = \frac{3}{2} \frac{1}{\sqrt{3CI_{\Phi}}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} U_{Pmax} &= 0,4 \\ R_{Pmax} &= 433 \\ P_{max} &= 0,19 \end{aligned}$$

1.6 Используя численные значения, получим:

$$I_{кз} = 1,0 \text{ мА} \quad (13)$$

$$U_{xx} = 0,50 \text{ В} \quad (14)$$

$$I_{Pmax} = 0,67 \text{ мА} \quad (15)$$

$$U_{Pmax} = 0,29 \text{ В} \quad (16)$$

$$R_{Pmax} = 433 \text{ Ом} \quad (17)$$

$$P_{max} = 0,19 \text{ мВт} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} I_{кз} &= 1,0 \text{ мА} \\ U_{xx} &= 0,50 \text{ В} \\ I_{Pmax} &= 0,67 \text{ мА} \\ U_{Pmax} &= 0,29 \text{ В} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{кз} &= 1,0 \text{ мА} \\ U_{xx} &= 0,50 \text{ В} \\ P_{max} &= 0,19 \text{ мВт} \end{aligned}$$

$U_{Pmax} = 0,4$ Часть 2. Потери энергии в фотоэлементе

$R_{Pmax} = 433$

$P_{max} = 0,19$

2.1 Фототок I_Φ разделяется на три части: ток диода I_D , ток через параллельное соединение $I_{ПАР}$ и ток через последовательное сопротивление и нагрузку I_H :

$$I_\Phi = I_D + I_{ПАР} + I_H \quad (19)$$

Напряжение на диоде и параллельном сопротивлении, можно выразить через ток в нагрузке:

$$U_D = U_{ПАР} = I_H(R_H + R_{Пос}) \quad (20)$$

Тогда:

$$I_D = CI_H^2(R_H + R_{Пос})^2 \quad (21)$$

$$I_{ПАР} = I_H \frac{R_H + R_{Пос}}{R_{ПАР}} \quad (22)$$

Подставляя эти выражения в (19) получим квадратное уравнение относительно I_H :

$$= CI_H^2(R_H + R_{Пос})^2 + I_H \frac{R_H + R_{Пос}}{R_{ПАР}} I_H - I_\Phi = 0$$

$$C(R_H + R_{Пос})^2 I_H^2 + \frac{R_H + R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}} I_H - I_\Phi = 0 \quad (23)$$

не (24) значение $R_H = 0$, получим то

$$I_H = \frac{\frac{R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}} + \sqrt{\left(\frac{R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}}\right)^2 + 4I_\Phi C R_{Пос}^2}}{2C R_{Пос}^2}$$

Решение уравнения:

$$I_H = \frac{-\frac{R_H + R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}} + \sqrt{\left(\frac{R_H + R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}}\right)^2 + 4I_\Phi C(R_H + R_{Пос})^2}}{2C(R_H + R_{Пос})^2} \quad (24)$$

$$I_H = \frac{\frac{R_H + R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}} + \sqrt{\left(\frac{R_H + R_{Пос} + R_{ПАР}}{R_{ПАР}}\right)^2 + 4I_\Phi C(R_H + R_{Пос})^2}}{2C(R_H + R_{Пос})^2}$$

Напряжение на нагрузке $U_H = I_H R_H$.

2.2 Вместо уравнения (20) запишем:

$$U_D = U_{\text{ПАР}} = U_{\text{Н}} + I_{\text{Н}} R_{\text{пос}} \quad (25)$$

Подставив в (19) получим искомую связь:

$$C(U_{\text{Н}} + I_{\text{Н}} R_{\text{пос}})^2 + \frac{U_{\text{Н}} + I_{\text{Н}}(R_{\text{пос}} + R_{\text{ПАР}})}{R_{\text{ПАР}}} - I_{\Phi} = 0 \quad (26)$$

ис (24) значение $R_{\text{Н}} = 0$, получим то

$$I_{\text{КЗ}} = \frac{-\frac{R_{\text{пос}}+R_{\text{ПАР}}}{R_{\text{ПАР}}} + \sqrt{\left(\frac{R_{\text{пос}}+R_{\text{ПАР}}}{R_{\text{ПАР}}}\right)^2 + 4I_{\Phi} C R_{\text{пос}}^2}}{2C R_{\text{пос}}^2}$$

$$I_{\text{Н}} = \frac{1 - 40I_{\text{Н}} - 0I_{\text{Н}}}{1250}$$

2.3 Подставив в выражение (24) значение $R_{\text{Н}} = 0$, получим ток короткого замыкания:

$$I_{\text{КЗ}} = \frac{-\frac{R_{\text{пос}}+R_{\text{ПАР}}}{R_{\text{ПАР}}} + \sqrt{\left(\frac{R_{\text{пос}}+R_{\text{ПАР}}}{R_{\text{ПАР}}}\right)^2 + 4I_{\Phi} C R_{\text{пос}}^2}}{2C R_{\text{пос}}^2} \quad (27)$$

Аналогичное решение можно получить, полагая в уравнении (26) $U_{\text{Н}} = 0$.

Напряжение холостого хода найдем, приняв в (26) $I_{\text{Н}} = 0$.

$$U_{\text{ХХ}} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4I_{\Phi} C R_{\text{ПАР}}^2}}{2C R_{\text{ПАР}}} \quad (28) \quad \text{дем, приняв в (26) } I_{\text{Н}} = 0$$

2.4. Численные значения тока короткого замыкания и напряжения холостого хода:

$$I_{\text{КЗ}} = 0,88 \text{ мА} \quad (29)$$

$$U_{\text{ХХ}} = 0,39 \text{ В} \quad (30)$$

2.5 Подставим численные значения в (26) и умножим обе части на 10^3 :

$$4(U_{\text{Н}} + 100I_{\text{Н}})^2 + U_{\text{Н}} + 1100I_{\text{Н}} = 1 \quad (31)$$

Раскрыв скобки, получим:

$$4U_{\text{Н}}^2 + 10^4 I_{\text{Н}}^2 + 800U_{\text{Н}}I_{\text{Н}} + U_{\text{Н}} + 1100I_{\text{Н}} = 1 \quad (32)$$

Т.к. ток всегда меньше 10^{-3} А, то слагаемым $10^4 I_H^2$ можно пренебречь.

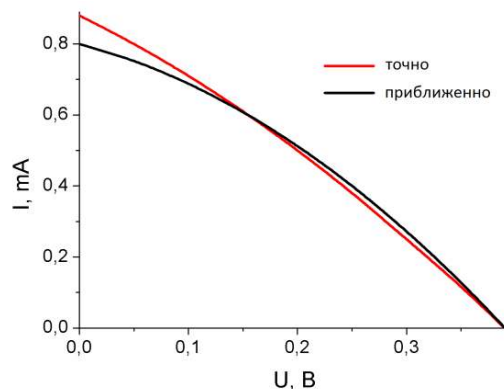
Запишем уравнение в следующем виде:

$$I_H(1100 + 800U_H) = 1 - 4U_H^2 - U_H \quad (33)$$

Величина $800U_H$ изменяется незначительно — от 0 до 312. Положи ее равной 150.

Окончательно получим:

$$I_H = \frac{1 - 4U_H^2 - U_H}{1250} \quad (34)$$



$$I_{K3} = I_{\Phi}$$

$$I_{XX} = \sqrt{\frac{I_{\Phi}}{\pi}}$$

На рисунке изображены графики зависимости $I_H(U_H)$.

Заметим, что отличия от точного построения невелики и проявляются при малых напряжениях

2.6 Используя удачное приближение из предыдущего пункта, можем записать:

$$P = I_H U_H = \frac{U_H - 4U_H^2 - U_H^2}{1250} \quad (35)$$

0,22 В

0,50 В

1,67 мА

0,29 В

Приравняв к нулю производную, получим:

$$U_{Pmax} = 0,22 \text{ В} \quad (36)$$

$$P_{max} = 0,10 \text{ мВт} \quad (37)$$