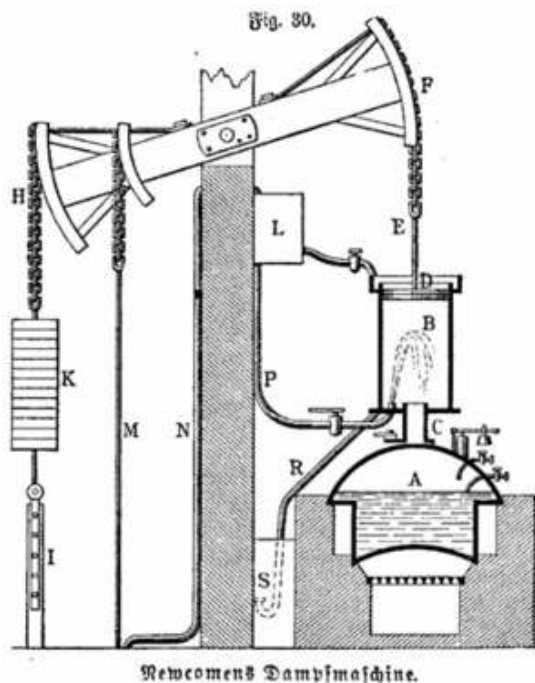


Пароатмосферная машина Ньюкомена

Условие

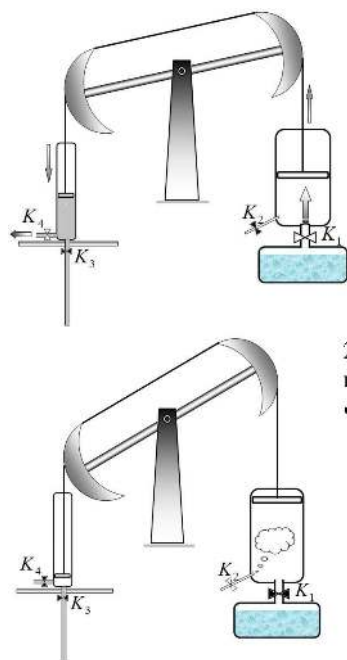
Задача 10-3 «Пароатмосферная машина Ньюкомена»



Еще не родился изобретатель парового двигателя Джеймс Уатт, а на шахтах Англии уже широко использовались для откачки воды паровые машины Ньюкомена. В данной задаче вам предстоит рассмотреть принцип действия этой машины, рассчитать ее характеристики.

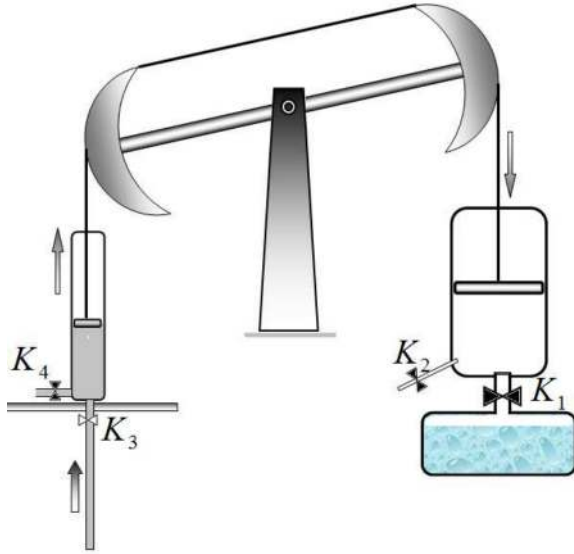
Основными деталями машины являются: Рабочий цилиндр B с подвижным поршнем D ; котел A с кипящей водой, пар из которого подается в цилиндр через патрубков с краном C ; подвижное качающееся коромысло FH , соединенное цепями с поршнем рабочего цилиндра, с одной стороны, и поршнем водооткачивающего насоса I с другой. Для уравнивания коромысла используется дополнительный груз K .

Цикл машины состоит из следующих этапов:



1) Кран котла K_1 открыт (K_2 - закрыт), кран насоса K_3 закрыт, открыт кран K_4 . Поршень цилиндра находится внизу, пар поступает в рабочий цилиндр, поршень начинает подниматься; вода из цилиндра насоса выливается.

2) После того, как поршень поднялся в верхнее положение в цилиндр впрыскивают холодную воду через кран K_2 , пар в цилиндре конденсируется (кран K_1 закрыт);



3) Под действием атмосферного давления поршень опускается (краны K_1 , K_2 - закрыты), при этом поднимается поршень водяного насоса, поднимая воду из шахты (кран K_3 - открыт, кран K_4 - закрыт);

4) Сконденсировавшуюся в рабочем цилиндре воду сливают, после чего цикл повторяется.

Параметры машины:

- высота рабочего цилиндра $h_1 = 1,0$ м, диаметр цилиндра $d_1 = 60$ см; - высота цилиндра насоса $h_2 = 1,0$ м, его диаметр $d_2 = 20$ см; - глубина, с которой откачивают воду, равна $H = 6,0$ м; - масса противовеса подобрана таким образом, что в нерабочем состоянии (при открытом котле и пустом цилиндре насоса) коромысло уравновешено; - атмосферное давление $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па; - ускорение свободного падения $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; - удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, удельная теплота испарения воды $L = 2,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ (считайте ее независимой от температуры); - удельная теплоемкость железа $c_1 = 0,46 \cdot 10^3 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Температура кипения воды при атмосферном давлении $P_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Па равна 100°C , при увеличении давления до $P_0 = 1,4 \cdot 10^5$ Па температура кипения возрастает до 110°C . В данном диапазоне зависимость температуры кипения от давления можно считать линейной.

Считайте, что все процессы протекают достаточно медленно, так что их можно считать квазистатическими. Считайте также, все движения поршней являются равномерными. Потери теплоты в окружающую среду можно пренебречь.

1. Постройте график цикла машины Ньюкомена. *Рекомендуем построить зависимость $\frac{P_1}{P_0}$ от $\frac{x}{h}$, где P_1 - давление пара под поршнем, x - высота, на которой находится поршень рабочего цилиндра*

2. Определите минимальную и максимальную температуру пара под поршнем.

3. Рассчитайте полезную работу, совершенную машиной за один цикл.

4. Рассчитайте коэффициент полезного действия машины в двух случаях: - пренебрегая теплоемкостью рабочего цилиндра и поршня; - учитывая теплоемкость цилиндра, если он изготовлен из железа и его масса равна $m = 200$ кг.

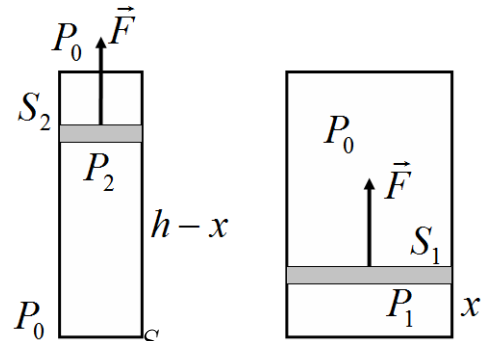
5. Сравните полученные значения КПД, с максимально возможным КПД тепловой машины, работающей в найденном диапазоне температур.

Решение

Задача 10-3 «Пароатмосферная машина Ньюкомена»

Обозначим давление пара в рабочем цилиндре P_1 , а давление воды на поршень цилиндра насоса P_2 . Так как поршни движутся равномерно, то сумма сил, действующих на них равна нулю. Кроме того, так как коромысло уравновешено, силы натяжений тросов, прикрепленных к поршням равны. Если поршень рабочего цилиндра находится на высоте x , то поршень насоса находится на высоте $h - x$. Выразим эти условия в уравнениях

$$\begin{cases} F = (P_0 - P_2)S_2 \\ F = (P_0 - P_1)S_1 \end{cases} \Rightarrow P_1 = P_0 - (P_0 - P_2)\frac{S_2}{S_1}. \quad (1)$$



Очевидно, что

$$P_0 - P_2 = \rho g(h - x) \quad (2)$$

При опускании поршня насоса, и

$$P_0 - P_2 = \rho g(H + h - x) \quad (3)$$

При его подъеме. Таким образом, зависимости давления от положения поршня рабочего насоса имеют вид:

- при подъеме поршня рабочего цилиндра

$$P_1 = P_0 - \rho g(h - x)\frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = 1 - \frac{\rho g h}{P_0} \frac{S_2}{S_1} \left(1 - \frac{x}{h}\right); \quad (4)$$

- при его опускании

$$P_1 = P_0 - \rho g(H + h - x)\frac{S_2}{S_1} \Rightarrow \frac{P_1}{P_0} = 1 - \frac{\rho g h}{P_0} \frac{S_2}{S_1} \left(1 + \frac{H}{h} - \frac{x}{h}\right). \quad (5)$$

Обозначим параметр системы (и вычислим его численное значение):

$$b = \frac{\rho g h S_2}{P_0 S_1} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1}{1,0 \cdot 10^5} \left(\frac{20}{60} \right)^2 = 1,11 \cdot 10^{-2}. \quad (6)$$

Таким образом, в «безразмерных параметрах» зависимости давления пара от высоты подъема имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{P_1}{P_0} = (1 - b) + b \frac{x}{h} \\ \frac{P_1}{P_0} = \left(1 - b \left(1 + \frac{H}{h} \right) \right) + b \frac{x}{h} \end{cases} \quad (7)$$

Теперь не представляет труда построить диаграмму циклического процесса. Из рассмотрения процесса следует, что максимальная температура пара в цикле равна $t_{\max} = 100^\circ\text{C}$. Минимальная температура равна температуре кипения при минимальном давлении в цикле, т.е. при

$$P_{\min} = P_0 \left(1 - b \left(1 + \frac{H}{h} \right) \right) = 0,92 \cdot 10^5 \text{ Па}. \quad (7)$$

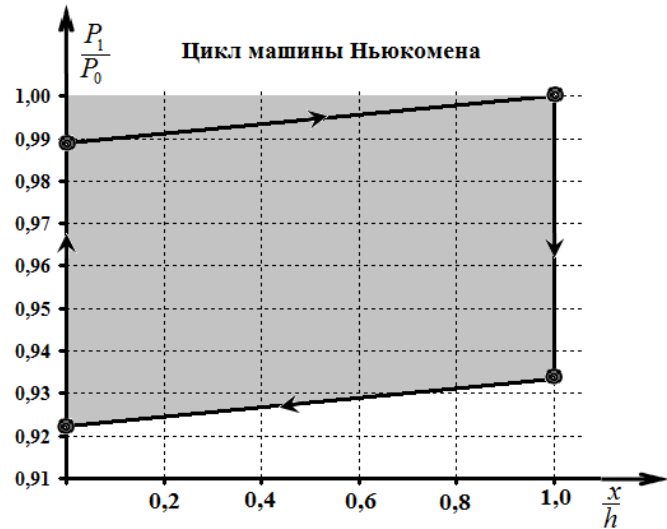
Для определения соответствующей температуры необходимо воспользоваться предлагаемой в условии линеаризацией зависимости температуры кипения от давления. Так изменение температуры при единичном изменении давления равен

$$\frac{\Delta t}{\Delta P} = \frac{110 - 100}{(1,4 - 1,0) \cdot 10^5} = 25 \cdot 10^{-5} \frac{\text{К}}{\text{Па}}. \quad (8)$$

Следовательно, искомая температура будет равна

$$t_{\min} = t_0 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta P} \right) (P_0 - P_{\min}) = 100^\circ\text{C} - 25 \cdot 10^{-5} \cdot 0,08 \cdot 10^5 = 98^\circ\text{C}. \quad (9)$$

Полезную работу, фактически, совершает атмосферное давление! Работа, совершенная



за цикл, отмечена на диаграмме заливкой.
Численное значение этой работы

$$A = P_0 \cdot (1 - 0,93) \cdot \pi \frac{d_1^2}{4} h = 2,0 \cdot 10^3 \text{ Дж.} \quad (10)$$

Теплота от нагревателя поступает на испарение воды (практически при атмосферном давлении), для заполнения котла. Максимальная масса пара в рабочем цилиндре находится из уравнения состояния

$$PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{MPV}{RT} = \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 0,3^2 \cdot 1}{8,31 \cdot 373} \approx 1,6 \cdot 10^{-1} \text{ кг.} \quad (11)$$

Количество теплоты, требуемое на испарение,

$$Q = Lm = 3,7 \cdot 10^5 \text{ Дж.} \quad (12)$$

Теперь можно рассчитать КПД машины

$$\eta = \frac{A}{Q} = 5,4 \cdot 10^{-3}. \quad (13)$$

На нагревание котла требуется количество теплоты

$$Q_1 = c_1 m_1 \Delta t = 0,46 \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 2 = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Дж.} \quad (14)$$

Следовательно, с учетом теплоемкости котла, КПД понижается до

$$\eta' = \frac{A}{Q + Q'} = 3,6 \cdot 10^{-3}. \quad (15)$$

Наконец, КПД машины, работающей по циклу Карно в том же диапазоне температур, равен

$$\eta_0 = \frac{\Delta T}{T_0} = \frac{2}{373} \approx 5,4 \cdot 10^{-3}. \quad (16)$$

что, как это не удивительно, совпадает с ранее полученным результатом.