

Условие

Задание 3. «Образование облаков»

*Погожий летний день начинается с безоблачного утра. Часам к одиннадцати на небе появляются легкие белоснежные облака, к обеду почти все небо оказывается покрытым большими кучевыми облаками, которые затем не редко превращаются в грозовые.

В данной задаче вам предстоит рассмотреть простую модель образования облаков, оценить параметры атмосферы, при которых начинается образование облаков, оценить высоту, на которой появляются облака.*

Солнечные лучи практически без поглощения проходят через атмосферный воздух и практически полностью поглощаются поверхностью земли. Поэтому воздух у поверхности оказывается теплее, его температура уменьшается с высотой z .

Часть 1. Стационарная атмосфера.

Сначала рассмотрим стационарную атмосферу, то есть распределение температуры, давления и плотности воздуха по высоте не изменяются с течением времени.

Будем считать, что температура воздуха линейно убывает с высотой:

$$T(z) = T_0(1 - az), \quad (1)$$

где T_0 - температура у поверхности земли, a - постоянный положительный параметр.

1.1 Используя формулу (1) определите, на какой высоте температура убывает на 1° .

1.2 Покажите, что при заданном распределении температуры (1) давление воздуха убывает с высотой по закону

$$P(z) = P_0(1 - az)^\alpha. \quad (2)$$

Найдите значение параметра α .

1.3 Покажите, что в рассматриваемой модели плотность воздуха изменяется с высотой по закону

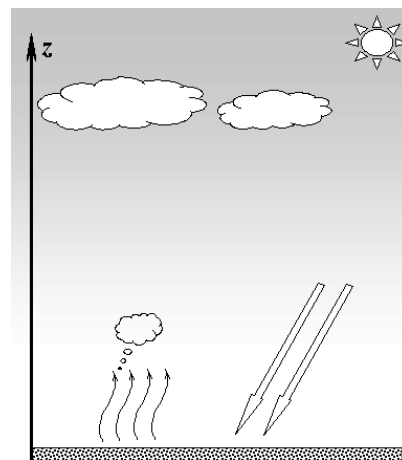
$$\rho(z) = \rho_0(1 - az)^\beta. \quad (3)$$

Найдите значение параметра β .

1.4 Постройте на одном графике схематические зависимости величин $\frac{T(z)}{T_0}$, $\frac{P(z)}{P_0}$, $\frac{\rho(z)}{\rho_0}$ от величины az .

Часть 2. Восходящие потоки.**

При некоторых условиях (которые вам и предстоит определить), теплый воздух, нагретый у поверхности земли (и имеющий температуру T_0), начинает подниматься вверх. Рассмотрим небольшую порцию воздуха, начавшую подниматься с поверхности земли. Понятно, что этот воздух начнет расширяться. Так как теплопроводность воздуха очень мала, то можно считать, процесс расширения является адиабатным, то есть происходит без теплообмена с окружающим воздухом. С другой стороны сжимаемость воздуха высока, поэтому выравнивание давлений рассматриваемой поднимающейся порции воздуха и окружающего его воздуха происходит очень быстро.



Подсказка. Уравнение адиабатного процесса имеет вид

$$PV^\gamma = const, \quad (4)$$

где γ - показатель адиабаты, для воздуха $\gamma \approx 1,4$.

2.1 Покажите, что при найденном распределении давления по высоте (2), температура поднимающегося воздуха изменяется с высотой по закону

$$T_1(z) = T_0(1 - az)^\delta. \quad (5)$$

Определите значение параметра δ .

2.2 Покажите, что плотность поднимающегося воздуха, изменяется с высотой по закону

$$\rho_1(z) = \rho_0(1 - az)^\varepsilon. \quad (6)$$

Определите значение параметра ε .

2.3 Определите при каком значении параметра a , начавший подниматься воздух будет подниматься все выше и выше. Рассчитайте его численное значение. Рассчитайте также, при какой разности высот Δz в этом случае температура атмосферы будет понижаться на 1° .

Часть 3. Конденсация.**

Пусть относительная влажность воздуха у поверхности земли равна φ .

3.1 На какой высоте над поверхностью земли начнется конденсация водяного пара в поднимающемся воздухе, то есть на какой высоте образуются облака?

Подсказка. Давление насыщенного пара $P_{\text{нас.}}(T)$ связано с температурой соотношением

$$\ln \frac{P_{\text{нас.}}(T)}{P_{\text{нас.}}(T_0)} = -\frac{qM_1}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right), \quad (7)$$

где $P_{\text{нас.}}(T_0)$ - давление насыщенного пара при температуре T_0 , q - удельная теплота испарения воды, M_1 - молярная масса воды, R - универсальная газовая постоянная.

При решении задачи используйте следующие численные значения:

$T_0 = 300 \text{ K}$ - температура у поверхности земли;

$\varphi = 70\%$ - влажность воздуха у поверхности земли;

$M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ - средняя молярная масса воздуха;

$M_1 = 18 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ - молярная масса воды;

$q = 2,2 \cdot 10^6 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$ - удельная теплота испарения воды;

$R = 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная;

$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - ускорение свободного падения.

Воздух считать идеальным газом.