

Условие

Задача 1. Закон фильтрации Дарси

В середине 19 века французский инженер Дарси провел экспериментальные наблюдения за движением воды в трубах, заполненных песком.

Эти исследования положили начало созданию теории фильтрации, которая сегодня успешно применяется для описания движения жидкостей, газов и их смесей через твердые тела, содержащие связанные между собой поры или трещины.

Дарси сформулировал линейный закон фильтрации

$$Q = \frac{k_f S \Delta P}{L}$$

Объемный расход жидкости Q прямо пропорционален площади S фильтра и разности давлений над фильтром и у его основания ΔP , и обратно пропорционален толщине L фильтра. Коэффициент пропорциональности k_f (назовем его коэффициентом фильтрации) зависит как от природы пористой среды, так и от свойств протекающей жидкости.

Объемным расходом жидкости назовем объем жидкости (в данном случае воды), протекающей через трубу в единицу времени.

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

В работе предлагается экспериментально исследовать данный закон.

В качестве пористой среды предлагаются бумажные фильтры из фильтровальной бумаги.

Оборудование

Штатив лабораторный с двумя муфтами, лапкой и кольцом.; бутылка пластиковая (0,5 л); секундомер; емкость 0,5 л (кружка, большой стакан от калориметра, бутылка пластиковая 1,5 л); подставка под емкость (кювета); тряпка для вытирания воды; пробки пластиковые с отверстиями разного диаметра, 7 штук; фильтры бумажные.

Задание 1.

Собрав установку, показанную на рисунке, исследуйте зависимость объемного расхода воды от разности давлений над фильтром и у основания фильтра. Бумажный фильтр укладывается в пробку с отверстием, и пробка вворачивается в горловину бутылки.

Постройте график зависимости объемного расхода воды от давления жидкости.

Примечание. Будьте аккуратны, укладывая фильтр. Вода должна просачиваться сквозь фильтр, а не мимо его. Пробку удобнее брать с отверстием среднего диаметра (4 – 5 мм).*

Задание 2.

Исследуйте зависимость объемного расхода жидкости от площади фильтра.

Для этого у Вас имеются пробки с отверстиями разного диаметра (3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0 5,5; 6,0 мм)

Постройте график зависимости объемного расхода жидкости от площади отверстия.

Задание 3.

Меняя количество слоев фильтровальной бумаги можно изменять толщину фильтра в одинаковое число раз. Исследуйте зависимость объемного расхода воды от толщины фильтра. Постройте график зависимости объемного расхода воды от толщины фильтровального слоя.

Задание 4. По полученным данным оцените величину коэффициента фильтрации.

Примечание общее для всех заданий. Объемный расход воды удобно измерять в $\frac{\text{см}^3}{\text{с}}$, площадь отверстия в см^2 и давление воды в см водяного столба.

Решение

Задача 1. Закон фильтрации Дарси.**

Задание 1. Собрав установку, показанную на рисунке, исследуйте зависимость объемного расхода воды от разности давлений над фильтром и у основания фильтра. Бумажный фильтр укладывается в пробку с отверстием, и пробка вворачивается в горловину бутылки. Постройте графи зависимости объемного расхода воды от давления жидкости. *Примечание.* Будьте аккуратны, укладывая фильтр. Вода должна просачиваться сквозь фильтр, а не мимо его. Пробку удобнее брать с отверстием среднего диаметра (4 – 5 мм).

Для выполнения задания 1 измеряем время вытекания одинакового объема воды (1 см по шкале) при разных давлениях. Давление, оказываемое водой, измеряем в см. Фильтр берем однослойный.

С помощью миллиметровой бумаги определим длину окружности бутылки ($l = 20$ см). В таком случае объем воды, вытекающей на высоте 1 см, $V = 31,83\text{см}^3$

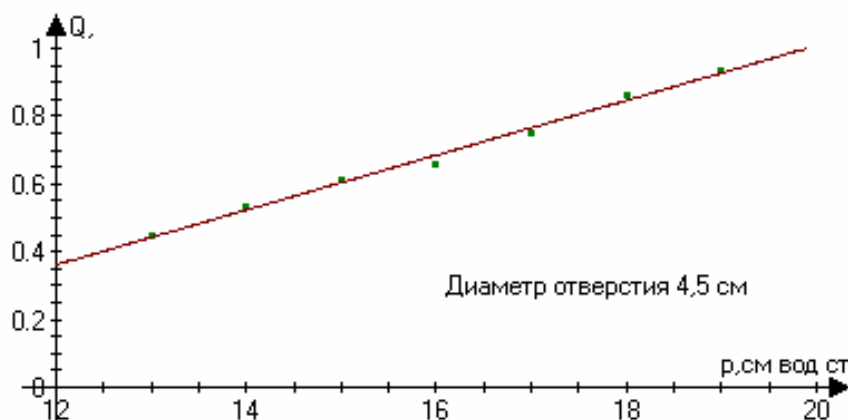
Данные для отверстия диаметром 4,5 мм приведены в таблице 1 и на графике 1.

Таблица 1

P, см	19	18	17	16	15	14	13
t, с	34	37	42,5	48	52	60	71
1/t, с ⁻¹	2,94	2,7	2,35	2,07	1,92	1,67	1,41
Q, см ³ /с	0,93	0,86	0,75	0,66	0,61	0,53	0,45

Примечание. Значение $\frac{1}{t} = n \times 10^{-2}$.

График 1



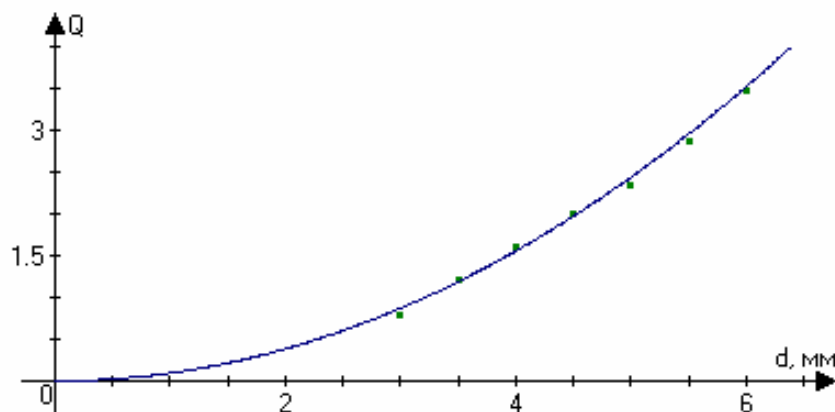
Вывод. Из графика видно, что зависимость $Q(p)$ линейная. Следовательно, объемный расход прямо пропорционален давлению воды.

Задание 2. Исследуйте зависимость объемного расхода жидкости от площади фильтра.

Измеряем объемный расход воды для одинаковых фильтров (1 слой бумаги) и при одинаковых давлениях при разных площадях отверстий. Для этого используем пробки с отверстиями разного диаметра (3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0 5,5; 6,0 мм) Результат измерений представлен в таблице 2 и на графиках 2 и 3 Таблица 2

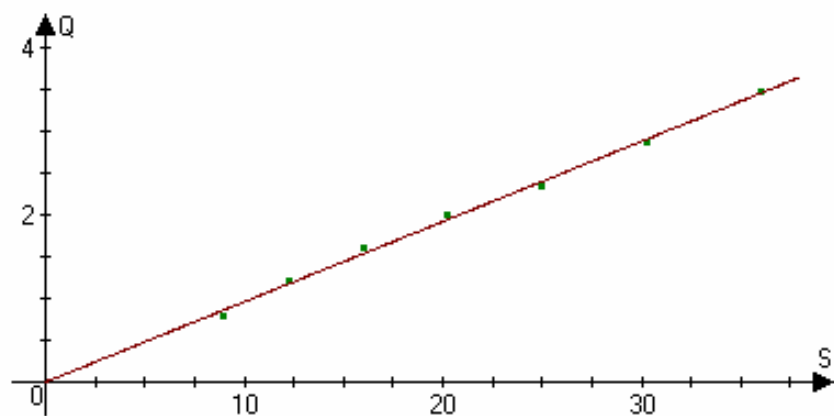
d, мм	3,0 мм	3,5 мм	4,0 мм	4,5 мм	5,0 мм	5,5 мм	6,0 мм
S, см ²	0,09	0,1225	0,16	0,2025	0,25	0,3025	0,36
t, с	39,8	26,5	19,8	16	13,6	11,1	8,5
1/t, с ⁻¹	2,5	3,77	5,05	6,25	7,3	8,98	11,7
Q, см ³ /с	0,8	1,2	1,6	2,0	2,34	2,86	3,92

В таблице приведены значения объемного расхода при разности давлений 19 см. *Примечание.* Значение $\frac{1}{t} = n \times 10^{-2}$. График 2



Зависимость объемного расхода воды от диаметра отверстия, заполненного фильтром.

На графике 3 приведена зависимость объемного расхода воды от площади фильтра. График 3

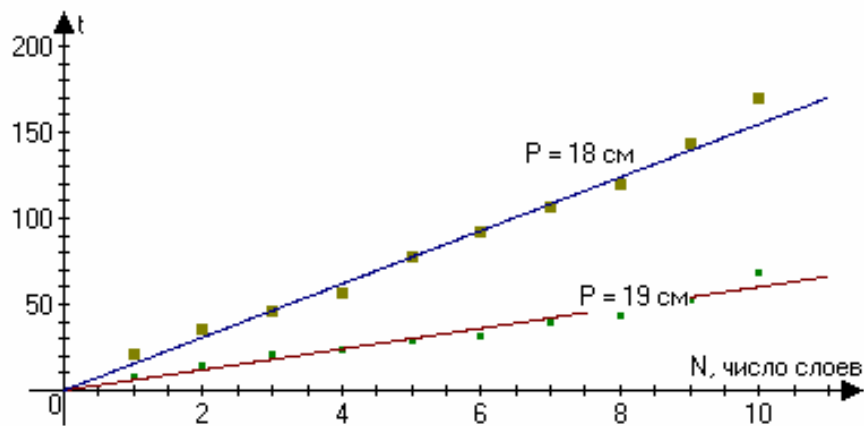


Вывод. Объемный расход воды прямо пропорционален площади фильтра.

Задание 3. Изменяя число листов фильтровальной бумаги под пробкой (от 1 до 10) с отверстием, диаметр которого $d = 6,0$ мм., измеряем расход воды при одном и том же

давлении. В нашем решении приведена зависимость времени вытекания объема воды $V = 31,83 \text{ см}^3$ для давления 19 см и для давления 18 см. Результаты приведены в таблице 3 и на графике 4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
										Время вытекания
19 см	8	14	21	24	29	32	40	43	52	68
18 см	21	36	46	56	78	92	106	109	144	170



Вывод. Объемный расход обратно пропорционален толщине фильтрующего слоя.

Задание 4. По полученным данным оцените величину коэффициента фильтрации.

В работе получено, что $Q = k \frac{PS}{h}$

Оценим коэффициент фильтрации $Q = k \frac{PS}{L} \Rightarrow k = \frac{QL}{PS}$. $k \approx 0,68 \frac{\text{см}}{\text{с}}$