

УТВЕРЖДЕНО
Заместитель председателя оргкомитета
заключительного этапа Республиканской олимпиады

_____ **К.С. Фарино**
«___» марта 2006 г.



Республиканская физическая олимпиада 2006 год.

г. Гродно

Теоретический тур

9 класс.

Оргкомитет и Жюри заключительного этапа Республиканской олимпиады школьников 2006 года

- **приветствуют вас в городе Гродно;**
- **поздравляют с успешным выступлением на предыдущих этапах олимпиады;**
- **желают успехов на заключительном этапе.**

1. Полный комплект состоит из трех не связанных между собой заданий.
2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету, *обеспечим!*
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Задание 1. «Разминка»

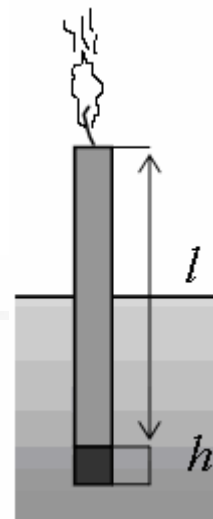
Данное задание состоит из трех не связанных между собой задач.

Задача 1.1

Парафиновую (плотностью $\rho = 0,80 \text{ г/см}^3$) цилиндрическую свечу площадью основания $s = 1,0 \text{ см}^2$ опускают в ванну с водой (плотностью $\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$). Для придания свече устойчивости, к её нижнему основанию приклеили алюминиевую (плотностью $\rho_1 = 2,7 \text{ г/см}^3$) шайбу высотой $h = 1,0 \text{ см}$ и такой же, как и у свечи площади поперечного сечения $s = 1,0 \text{ см}^2$.

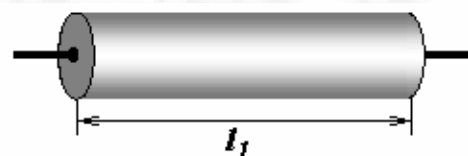
1.1.1 Найдите, при какой длине свечи l она сможет устойчиво плавать в воде.

1.1.2 Плавающую свечу длины $l = 13,0 \text{ см}$ с прикрепленной к ней алюминиевой шайбой подожгли, так что она стала сгорать со скоростью $u = 3,0 \text{ мм/мин}$. Через какое время свеча потухнет?



Задача 1.2

Цилиндрический проводник радиуса $r_1 = 2,0 \text{ мм}$ и длиной $l_1 = 50 \text{ см}$ (Рис. 1) при подключении к некоторому источнику постоянного напряжения нагрелся до максимальной температуры $t_1 = 57^\circ\text{C}$.



До какой максимальной температуры t_2 нагреется этот же проводник, если его равномерно растянуть до длины $l_2 = 1,0 \text{ м}$? Известно, что мощность охлаждения $P_{\text{охл}}$ прямо пропорциональна разности температур проводника t_i и окружающей среды $t_0 = 0,0^\circ\text{C}$, а также площади поверхности проводника S :

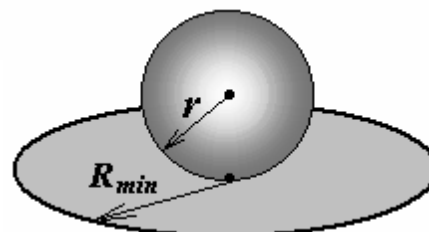
$$P_{\text{охл}} = \alpha(t_i - t_0) S,$$

где α — некоторый постоянный для данного вещества коэффициент теплоотдачи.

Считайте, что при растяжении проводника его объем и удельное электрическое сопротивление не изменились.

Задача 1.3

На круглом плоском зеркале лежит глобус радиуса $r = 20 \text{ см}$, касаясь центра зеркала южным полюсом. Найдите минимальный радиус R_{min} зеркала, при котором в нем можно увидеть отражение любой точки южного полушария и части северного полушария до широты Гродно $\varphi = 55^\circ$.



Задание 9.2. «Запаздывание»

Все взаимодействия, все сигналы распространяются с конечной скоростью, поэтому любая воспринимаемая нашими органами чувств и приборами информация «запаздывает»: то, что мы видим «сейчас», на самом деле произошло «раньше». Нам повезло – скорость света настолько велика, что упомянутое «запаздывание» практически не оказывает никакого влияния на наше поведение. Тем, не менее, в некоторых случаях его необходимо учитывать. Этой проблеме и посвящена данная задача.

Положение некоторого тела (объекта наблюдения), движущегося вдоль прямой, определяется с помощью сонара (звукового радара). Сонар посылает очень короткий звуковой сигнал в виде сферической волны и улавливает отраженную от тела волну. Скорость распространения волны известна и равна c .

Сонар фиксирует время, когда послан сигнал - t_0 и время прихода отраженной волны - τ .

Будем считать, что сигналы сонара каким-то образом различаются, поэтому компьютер сонара в момент регистрации отраженного сигнала точно «знает», когда именно этот сигнал был послан. Затуханием сигнала можно пренебречь.

Введем ось координат Ox , начало которой совместим с сонаром. Будем рассматривать тела, движущиеся вдоль этой прямой. Размеры сонара и объекта достаточно малы, поэтому возможно, что объект проходит в непосредственной близости от сонара. Считайте, что время наблюдения изменяется от минус до плюс бесконечности.

Для определения положения тела приняты следующие правила: положение тела в момент прихода отраженного сигнала задается регистрируемым направлением на объект наблюдения, а расстояние до него рассчитывается по формуле

$$r' = c \frac{\tau - t_0}{2}. \quad (1)$$

Определенное по этим правилам положение тела будем называть *изображением* объекта.

2.1. Пусть наблюдаемое тело движется равномерно вдоль оси Ox . Закон движения тела имеет вид

$$x = x_0 + v_0 t. \quad (2)$$

2.1.1 Определите скорость движения изображения тела.

2.1.2 Найдите закон движения изображения. Постройте графики законов движения объекта и его изображения.

Рассмотрите различные варианты начального положения и направления движения тела. Отдельно рассмотрите случай, когда скорость движения объекта будет больше скорости звука. А может изображений будет несколько?

2.2 Наблюдаемое тело движется равноускоренно вдоль оси Ox . Закон движения тела имеет вид

$$x = \frac{at^2}{2}. \quad (3)$$

2.2.1 Найдите закон движения изображения. Постройте схематические графики законов движения объекта и его изображения.

Задание 9.3 «Смеситель»

Водопроводный смеситель холодной ($T_1 = 10^\circ\text{C}$) и горячей ($T_2 = 70^\circ\text{C}$) воды состоит из двух одинаковых труб AB и CB , переходящих в удлинитель BD (рис.1). Краны K_1 и K_2 регулируют расход q (т.е. объем воды, проходящий через трубу в единицу времени) и температуру T воды, выходящей из смесителя.

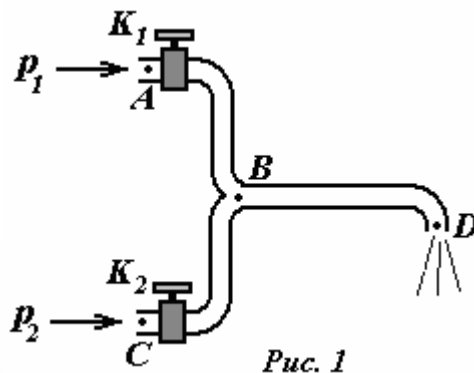


Рис. 1

Опыт показывает, что расход воды через трубу AB (или CB) пропорционален разности гидростатических давлений p_A и p_B на ее концах

$q = \alpha C(p_A - p_B)$, где α — некоторый безразмерный коэффициент «открытия крана», принимающий значение от нуля (кран закрыт) до единицы (кран полностью открыт), а C — некоторый постоянный размерный коэффициент для данной трубы.

Расход воды через удлинитель BD также пропорционален разности давлений жидкости на его концах $q = C(p_B - p_0)$, где p_0 — нормальное атмосферное давление на выходе из трубы в точке D (см. рис. 1).

Давления в магистралях холодной $p_1 = p_A = 3,0 \text{ атм}$ и горячей $p_2 = p_B = 2,6 \text{ атм}$ труб поддерживаются постоянными. Воду будем считать несжимаемой жидкостью, а потери теплоты при прохождении смесителя — пренебрежимо малыми.

Если полностью открыть ($\alpha_1 = 1,0$) кран холодной воды при полностью закрытом кране горячей воды, то расход воды будет равен $q_1 = 1,4 \frac{\text{л}}{\text{с}}$.

3.1 Вычислите значение коэффициента C и укажите его размерность.

3.2 Найдите расход q_2 воды при полном открытии крана с горячей водой (при закрытом втором кране).

3.3 Вычислите расход воды q_3 и ее температуру T_3 в случае, когда два крана открыты полностью ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1,0$).

3.4 Найдите расход воды q_4 и ее температуру T_4 в случае, когда один кран холодной воды открыт на $\alpha_1 = 0,30$, а кран горячей — на $\alpha_2 = 0,70$.

3.5 В «час пик» при большом количестве пользователей давление p_2 в магистрали горячей воды может значительно упасть. При каком давлении $p_{2,\text{min}}$ подача горячей воды в смеситель полностью прекратится, если кран холодной воды открыт на $\alpha_1 = 0,30$, а кран горячей — на $\alpha_2 = 0,70$?

УТВЕРЖДЕНО
Заместитель председателя оргкомитета
заключительного этапа Республиканской олимпиады

_____ К.С. Фарино
«__» марта 2006 г.



Республиканская физическая олимпиада 2006 год.

г. Гродно
Теоретический тур

10 класс.

Оргкомитет и Жюри заключительного этапа Республиканской олимпиады школьников 2006 года

- приветствуют вас в городе Гродно;
- поздравляют с успешным выступлением на предыдущих этапах олимпиады;
- желают успехов на заключительном этапе.

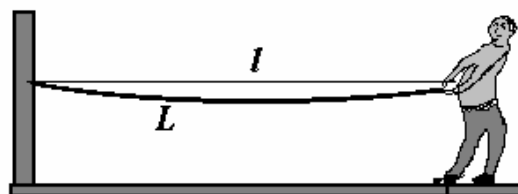
1. Полный комплект состоит из трех не связанных между собой заданий.
2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету, *обеспечим!*
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Задание 10.1. «Разминка»

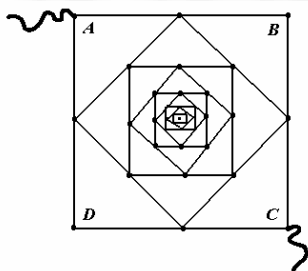
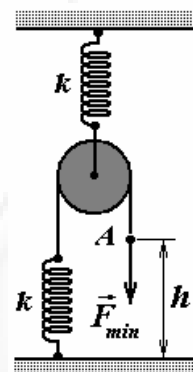
Задача 1.1

Человек удерживает длинную гибкую цепь массой $m = 5,0 \text{ кг}$ и длиной $L = 5,0 \text{ м}$, второй конец которой привязан к стене дома. Концы цепи находятся на одном уровне, расстояние между ними равно $l = 0,90L$. Оцените силу, которую человек должен прикладывать к цепи, чтобы удерживать ее в покое. Оцените также минимальную работу, которую необходимо совершить, чтобы полностью выпрямить цепь в горизонтальную прямую.



Задача 1.2

Через легкий блок, подвешенный на пружине жесткостью $k = 0,50 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$, перекинута невесомая нить, прикрепленная при помощи такой же пружины к земле. Конец A нити находится на высоте $h = 10 \text{ см}$ от земли. Какой минимальной силой \vec{F}_{\min} , приложенной к концу A веревки, можно притянуть ее к земле?



Задача 1.3 «Сопротивление фрактала»

Найдите сопротивление R_{AC} бесконечной цепочки квадратов, вложенных друг в друга, если каждый следующий квадрат соединяет середины сторон предыдущего. Все квадраты изготовлены из однородной достаточно тонкой проволоки. Сопротивление стороны наибольшего квадрата $R_{AB} = 1,5 \text{ Ом}$.

Задание 10.2. «Прыгнем на Луну?»

Часто простейшие модели позволяют достаточно эффективно описывать сложные механические системы. Например, при прыжке человек приседает, слегка нагнувшись, затем толкается ногами, распрямляет корпус и, собственно, ... взлетает! Попробуем описать этот процесс с помощью «гантельной» модели человека с нежесткой связью.

Представим человека в виде упрощенной механической модели, состоящей из двух одинаковых грузов некоторой массы, расстояние между которыми может регулироваться человеком сознательно по требуемому закону (Рис. 1). В рамках этой модели прыжок человека вверх описывается следующим образом: верхний груз опускают на расстояние $h = 30 \text{ см}$ (человек приседает). Затем «включаются» «мышцы ног», развивающие постоянную вертикальную силу $F = \eta \cdot mg$, где η — некоторый постоянный безразмерный «коэффициент перегрузки», действующую между грузами. По достижении верхним грузом исходного положения работа мышц прекращается, и расстояние между грузами при дальнейшем движении остается неизменным. Для расчета примите, что $\eta = 7,0$.

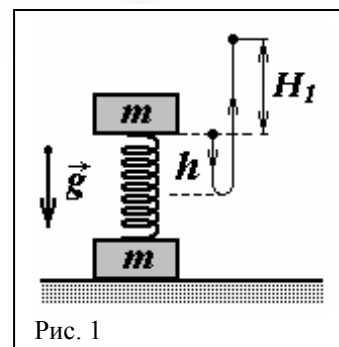


Рис. 1

2.1 Вычислите максимальную высоту H_1 , на которую поднимется нижний груз при подобном прыжке. Чему равно время t_1 отталкивания от плоскости? Вычислите КПД K прыжка в рамках данной модели.

2.2 Предположим, что человек помещен на массивную горизонтальную платформу, совершающую гармонические колебания с амплитудой $A=20$ см и частотой $\nu=1,0$ Гц (Рис. 2). Человек может подпрыгнуть в произвольной точке траектории, причем можно считать, что параметры прыжка будут аналогичны параметрам в пункте 2.1 задачи. На какую максимальную высоту H_2 может подпрыгнуть человек с массивной платформы?

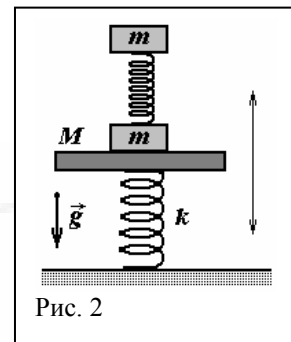


Рис. 2

2.3 В рамках данной модели рассмотрим раскачивание человека на качелях длиной L методом «сел-встал» (рис. 3). Суть метода проста: в одних нужных точках траектории нужно вставать, а в других — садиться, причем в процессе движения человек от качелей не отрывается. Будем считать, что при вставании человека масса m приближается к оси вращения на расстояние $h=0,10 L$ ($h \ll L$), а при приседании она возвращается обратно. Предположим качели отклонили на угол $\alpha_0=10^\circ$ и отпустили. На какой максимальный угол α могут отклониться качели за один период колебаний?

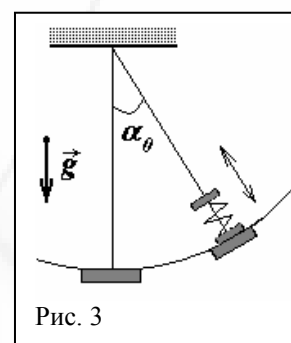


Рис. 3

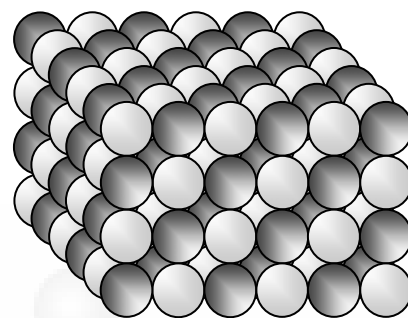
2.4 При тренировке космонавты крутят «солнышко», делая полный оборот в вертикальной плоскости на качелях длиной L . В нижней точке траектории угловая скорость вращения космонавта ω_0 . Методом «сел-встал», описанным в предыдущем пункте задачи, космонавт может изменить угловую скорость ω вращения качелей за один оборот. Причем это нужно делать циклически, возвращаясь в исходное положение в нижней точке траектории. На какую величину $\Delta\omega$ космонавт может увеличить угловую скорость вращения в нижней точке траектории методом «сел-встал» за один оборот качелей? Время вставания и приседания считайте достаточно малым.

Примечание: при вращательном движении в отсутствие моментов внешних сил справедлив закон сохранения момента импульса: произведение импульса \vec{p} материальной точки на расстояние до оси вращения \vec{r} есть величина постоянная

$$m_1 v_1 r_1 = m_2 v_2 r_2 \quad \Leftrightarrow \quad m_1 \omega_1 r_1^2 = m_2 \omega_2 r_2^2.$$

Задание 10.3. «Ионный кристалл».

Многие свойства кристаллов могут быть объяснены на основе законов классической физики. В данном задании вам необходимо оценить некоторые характеристики ионного кристалла, в качестве которого рассматривается кристалл поваренной соли $NaCl$.



Кристаллическая решетка поваренной соли является простой кубической, то есть ионы разных знаков (положительные Na^+ (относительная атомная масса $A_{rNa} = 23$) и отрицательные Cl^- ($A_{rCl} = 35$))

расположены в узлах кубической решетки. Радиусы этих ионов приблизительно равны.

В данном задании эти ионы следует рассматривать как жесткие равномерно заряженные непроводящие сферы одинаковых радиусов. При расстояниях между ионами большими или равными диаметру иона взаимодействие между ними является чисто электростатическим

Часть 1. «Ионные радиусы».

Плотность поваренной соли равна $\rho = 2,16 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Определите средний ионный радиус рассматриваемых элементов.

Часть 2. «Растворимость»

2.1 Рассчитайте энергию взаимодействия одного иона кристалла со всеми остальными.

2.2 Кристаллы поваренной соли могут растворяться в различных жидкостях, полностью распадаясь на отдельные ионы. Оцените, какова должна быть минимальная диэлектрическая проницаемость жидкости ϵ_{\min} , чтобы соль могла растворяться в ней.

2.3 Диэлектрическая проницаемость воды равна $\epsilon = 81$. Рассчитайте удельную теплоту растворения (количество теплоты, выделяющейся при растворении единицы массы) поваренной соли в воде.

Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль $^{-1}$.

Диэлектрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м

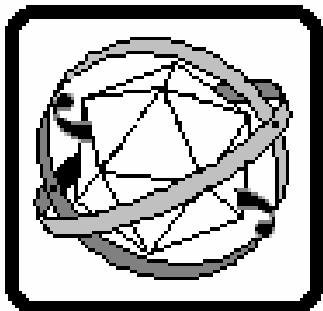
При решении задачи Вам может пригодиться следующая сумма:

$$C_1 = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{\substack{m=-\infty \\ k^2+l^2+m^2 \neq 0}}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+l+m}}{[k^2+l^2+m^2]^{3/2}} \approx -1,75$$

Если же Вы столкнетесь с ещё какой-либо трудно вычисляемой суммой, обозначьте ее буквой, которая Вам нравится.

УТВЕРЖДЕНО
Заместитель председателя оргкомитета
заключительного этапа Республиканской олимпиады

_____ **К.С. Фарино**
« ___ » марта 2006 г.



Республиканская физическая олимпиада 2006 год.

г. Гродно
Теоретический тур

11 класс.

Оргкомитет и Жюри заключительного этапа Республиканской олимпиады школьников 2006 года

- приветствуют вас в городе Гродно;*
- поздравляют с успешным выступлением на предыдущих этапах олимпиады;*
- желают успехов на заключительном этапе.*

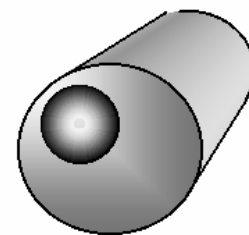
1. Полный комплект состоит из трех не связанных между собой заданий.
2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету, *обеспечим!*
3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.
4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.



Задание 1. «Дырявая разминка»

Данное задание состоит из трех не связанных между собой задач.

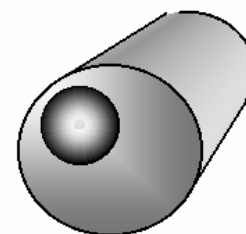
Задача 1.1 В сплошном однородно заряженном (плотность заряда $\rho_1 = 7,08 \cdot 10^{-8}$ Кл/м³) очень длинном цилиндре радиуса $R_1 = 10,0$ см вырезали цилиндрическую полость радиусом $R_2 = 2,0$ см, в которую вставили другой длинный однородно заряженный (плотность заряда $\rho_2 = 1,77 \cdot 10^{-7}$ Кл/м³) цилиндр радиуса, равного радиусу полости (рис. 1). Расстояние между осями цилиндров $a = 5,0$ см. Относительные диэлектрические проницаемости веществ, из которых сделаны цилиндры $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$. Диэлектрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.



1.1.1 Найдите напряженность электрического поля внутри малого цилиндра.

1.1.2 Изобразите картину эквипотенциальных линий электрического поля в малом цилиндре в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра.

Задача 1.2 Длинный провод представляет собой сплошной цилиндр радиусом $R_2 = 0,25$ мм из металла с удельным сопротивлением $\rho_2 = 1,0 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, вплавленный в больший сплошной цилиндр радиусом $R_1 = 3,0$ мм из металла с удельным сопротивлением $\rho_1 = 8,0 \cdot 10^{-7}$ Ом·м. Расстояние между осями цилиндров равно $a = 2,0$ мм. По проводу течет ток $I = 1,0$ А. Относительные магнитные проницаемости веществ, из которых сделаны цилиндры $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Магнитная постоянная $\mu_0 = 1,26$ Гн/м.



1.2.1 Найдите индукцию магнитного поля внутри малого цилиндра.

1.2.2 Изобразите примерный вид силовых линий магнитного поля в малом цилиндре в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра.

Задача 1.3 При помещении вещества во внешнее электрическое поле вещество поляризуется, то есть возникают индуцированные поляризационные заряды. Поляризация вещества приводит к уменьшению напряженности электрического поля внутри диэлектрика. Это уменьшение поля характеризуется диэлектрической проницаемостью вещества ϵ .

В данной задаче необходимо рассчитать диэлектрическую проницаемость жидкого диэлектрика, состоящего из неполярных молекул, поляризуемость которых равна β . Концентрация молекул (число молекул в единице объема) равна n .

В жидкости молекулы расположены достаточно плотно, поэтому необходимо учитывать их влияние друг на друга. Иными словами на каждую молекулу действует не только внешнее электрическое поле, но и поле, созданное другими молекулами. Для учета этого взаимного влияния используется модель Лоренц-Лоренца. В этой модели полагается, что отдельная молекула находится в центре сферической полости, находящейся внутри однородного диэлектрика (молекулярная структура которого не учитывается) того же вещества. Размер этой сферы не играет роли.

Итак, пусть достаточно большой объем равномерно поляризованного диэлектрика во внешнем однородном электрическом поле напряженностью \vec{E}_0 .

1.3.1 Мысленно вырежем внутри этого диэлектрика сферическую полость. Полагая поляризацию диэлектрика однородной, выразите напряженность электрического поля внутри полости \vec{E}_A через известную напряженность внешнего поля и модуль вектора поляризации диэлектрика

1.3.2 Получите формулу, связывающую диэлектрическую проницаемость ϵ данного диэлектрика с поляризуемостью молекулы и их концентрацией в рамках рассматриваемой модели.

Подсказки:

1. При помещении одной молекулы данного вещества в электрическое поле \vec{E} , в ней индуцируется дипольный момент $\vec{p} = \beta\epsilon_0\vec{E}$, где β — поляризуемость молекулы.

2. Поле внутри равномерно поляризованного шара равно $\vec{E}_s = -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}$, где \vec{P} — вектор поляризации вещества (дипольный момент единицы объема). Поляризация связана с полем в веществе следующим соотношением $\vec{P} = (\epsilon - 1)\epsilon_0\vec{E}$, где ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость вещества.

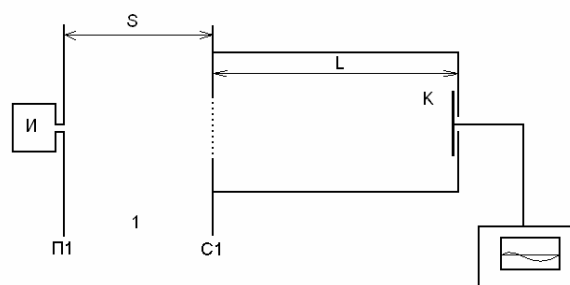
Задание¹ 2 “Масс-спектрометры”

Для определения масс ионов используют масс-спектрографы. В школьном курсе физики вы познакомились с приборами, в которых пространственное разделение ионов различных масс происходит в постоянном магнитном поле. Возможны и другие физические принципы разделения ионов. Так, в динамических масс-спектрографах селекция ионов происходит благодаря различию скоростей движения ионов в электрическом поле.

Часть 1. Постоянное поле.

Предлагаем рассмотреть простейший динамический масс-спектрометр, схема которого изображена на рисунке.

Однозарядные ионы вылетают из источника ионов **И** с пренебрежимо малой скоростью, затем попадают в область ускоряющего электрического поля **1**, ширина которой равна S . В этой области электрическое поле создается постоянным напряжением U , приложенным к пластине **П1**, расположенной непосредственно у источника, и сетке **С1**. Ускорившиеся ионы, свободно пролетают через сетку, и, пройдя эквипотенциальный промежуток длиной L , попадают на коллектор (устройство, собирающее ионы), подключенный к прибору, регистрирующему силу ионного тока в зависимости от времени. Источник и регистрирующее устройство включают в момент времени $t = 0$. Источник является импульсным, то есть ионы испускаются в течение малого промежутка времени τ , плотность потока ионов в этом временном промежутке можно считать постоянной.



¹ Условие этой задачи такое длинное, для того, чтобы ее было легче решать.

1.1 Пусть источник испускает одинаковые ионы массой m . Постройте график зависимости регистрируемого ионного тока от времени.

1.2 Пусть источник испускает ионы двух типов, массы которых отличаются незначительно и равны m и $m + \delta m$, причем $\delta m \ll m$. Присутствие ионов двух типов проявляется в виде двух импульсов на графике $I(t)$. Ионы различных типов называются разрешёнными, если соответствующие им импульсы ионного тока не перекрываются во времени. Покажите, что минимальная разность масс ионов, которые разрешаются рассматриваемым прибором, удовлетворяет условию $\delta m = \alpha \sqrt{m}$.

1.3 Получите формулу, связывающую коэффициент α с параметрами прибора. Рассчитайте численное значение этого коэффициента при $\tau = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ с}$, $S = 0,30 \text{ м}$, $L = 2,0 \text{ м}$, $U = 200 \text{ В}$ и для массы ионов, измеряемой в а.е.м. (атомных единицах массы).

1.4 Сможет ли масс-спектрометр с такими параметрами разрешить ионы $^{54}\text{Fe}^+$ и $^{56}\text{Fe}^+$?

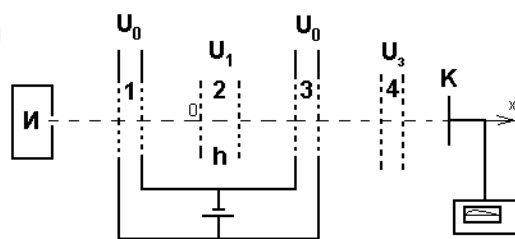
Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$, постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$

Часть 2. Высокочастотное поле.

Рассмотренный выше масс-спектрометр обладает рядом недостатков: во-первых, достаточно большие размеры, во-вторых, высокие требования к источнику ионов. Существуют более компактные масс-спектрометры, не требующие импульсных источников ионов.

Рассмотрим, так называемый, радиочастотный масс-спектрометр, схематически изображённый на рисунке.

Источник однозарядных ионов работает непрерывно и скорость ионов на его выходе практически равна нулю. Поток ионов проходит через ряд сеток, между которыми создаются электрические поля различных типов. После их прохождения ионы собираются коллектором K , соединённым с измерителем ионного тока. К сеткам, ограничивающим промежуток 1,



прикладывается постоянная разность потенциалов $U_0 = 1,0 \text{ кВ}$, создающая поле, ускоряющее ионы. Это же напряжение прикладывается к сеткам, ограничивающим промежуток 3, в котором оно создает постоянное тормозящее электрическое поле. В промежутке 2, ширина которого h , создается высокочастотное электрическое поле. К границам этого промежутка прикладывается переменное напряжение, циклическая частота которого ω может изменяться в пределах $(5 \div 15) \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Амплитудное значение этого напряжения равно $U_1 = 1,0 \text{ В}$. Наконец, к промежутку 4 прикладывается регулируемая задерживающая разность потенциалов U_3 , величина которой близка к амплитудному значению напряжения высокочастотного поля.

Прибор регистрирует значение ионного тока, усредненное по промежутку времени, значительно превышающему период изменения высокочастотного поля.

Ионы, ускорившиеся в промежутке 1, попадают в область высокочастотного поля в различные моменты времени. Изменение энергии ионов в области высокочастотного поля зависит от типа ионов и момента попадания в рассматриваемую область. При некоторых условиях приращение энергии этих ионов может быть достаточным для того, чтобы преодолеть области задерживающих полей 3 и 4. Эти ионы попадут на коллектор и

создадут регистрируемый ионный ток. Зависимость среднего ионного тока от частоты переменного поля в промежутке 2 может иметь ряд достаточно резких максимумов, положение которых зависит от масс исследуемых ионов. Тем самым существует возможность различать ионы различных типов. В данной части вам предлагается проанализировать работу этого прибора.

2.1 Определите скорость v_0 иона массы m после прохождения ускоряющего напряжения в промежутке 1 и максимальное ускорение a_0 этого иона в промежутке 2. Найдите численное значение v_0 для иона $^{56}\text{Fe}^+$.

2.2 Оцените по порядку величины ширину промежутка 2, при которой указанный ион, влетев в промежуток в удачный момент времени, максимально увеличит свою энергию в высокочастотном поле при его частоте $\omega = 10 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$.

Совместим начало отсчета оси координат Ox с началом области высокочастотного поля.

2.3 Пусть ион массы m , прошедший ускоряющий промежуток 1, попадает на левую сетку промежутка 2 в момент времени τ , при котором разность потенциалов в промежутке 2 $U = U_1 \sin \omega \tau$. Найдите зависимость ускорения, скорости и координаты иона от времени $a(t)$, $v(t)$, $x(t)$, где t отсчитывается от момента попадания иона в промежуток 2.

2.4 Из-за малости U_1 , изменение скорости иона в промежутке 2 незначительно, поэтому, при расчете времени пролета этого промежутка, изменением скорости иона можно пренебречь.

Определите время t_1 пролёта этого промежутка для иона массы m , используя это приближение. Оцените относительную погрешность полученного выражения.

2.5 При заданной ширине промежутка высокочастотного поля h , изменение энергии ΔE ионов массы m , при его пролёте, зависит от частоты переменного поля ω и момента времени прихода τ . Установите зависимость изменения энергии иона в этой области от указанных величин $\Delta E(\omega, \tau)$.

Воспользуйтесь формулой: $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$.

2.6 Так как источник ионов работает непрерывно, то ионы попадают в область высокочастотного поля в произвольные моменты времени τ . Некоторые из них, попадающие в эту область в оптимальные моменты времени (которые, возможно зависят от частоты поля), приобретают максимальную энергию (при заданном значении частоты поля ω) $\Delta E_{\max}(\omega)$. Для анализа зависимости изменения энергии от параметров установки

и типа ионов удобно представить зависимость ΔE_{\max} от безразмерного параметра $\varphi = \omega \frac{h}{v_0}$

- изменение фазы высокочастотного поля за время пролета иона. Постройте примерный график зависимости ΔE_{\max} от указанного параметра.

Полученная вами функция, скорее всего, имеет множество экстремумов в зависимости от φ , многие из которых пригодны для анализа состава потока ионов. Если частота переменного поля такова, что ионы определенной массы m , приобретают дополнительную энергию большую, чем ионы других близких масс, то, изменяя задерживающее напряжение, существует возможность выделить из всего потока ионов только ионы данной массы m . В этом случае только эти ионы будут создавать ионный ток. Ионы другой массы будут достигать коллектора при другой частоте переменного поля. Таким образом, в зависимости ионного тока от частоты поля будут наблюдаться максимумы, каждый из которых соответствует ионам определенной массы.

2.7 Укажите на графике значение параметра φ_0 , вблизи которого рассматриваемый прибор способен анализировать состав ионного потока наиболее эффективно.

Пусть источник испускает одинаковые ионы массы m . Ширина промежутка h .

2.8 Определите частоту поля ω_0 , при которой приращение энергии этих ионов будет максимально в указанной оптимальной области работы прибора. Найдите это максимальное приращение энергии ΔE_{\max} и значение времени прихода ионов τ_0 , при котором оно реализуется.

2.9 Пусть частота поля равна найденной частоте ω_0 . Чему должно быть равно максимальное значение запирающего напряжения U_{30} , при котором ионный ток становится равным нулю. Представьте это значение в виде $U_{30} = \alpha U_1$, рассчитайте численное значение коэффициента α с точностью до трех значащих цифр.

2.10 Для регистрации тока запирающее напряжение нужно немного уменьшить. Пусть $U_3 = U_{30}(1 - \eta)$, где $\eta \ll 1$. Найдите зависимость ионного тока от величины η . Сила тока, создаваемая рассматриваемыми ионами массы m , на выходе источника равна I_0 .

2.11 При заданной величине η можно регистрировать ток даже в том случае, если частота ω отличается от ω_0 на некоторую малую величину $\Delta\omega$. Найдите максимальное значение этой величины.

2.12 Пусть источник испускает ионы двух близких масс m и $m + \delta m$. При заданном η определите при каком минимальном отношении $\frac{\delta m}{m}$ эти ионы ещё могут быть разрешены.

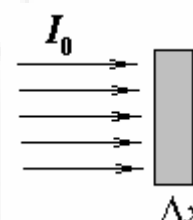
Задание 3. «Гиперболоид инженера Гарина»

В данной задаче рассматривается достаточно простая модель, демонстрирующая принципы работы оптического квантового генератора.

Согласно квантовой теории атомы и молекулы могут находиться в дискретном наборе состояний, энергии которых имеют строго определенные значения. Невозбужденные молекулы находятся в основном состоянии с минимально возможным значением энергии. При поглощении кванта света, энергия которого равна разности энергий возбужденного и основного состояний, молекула переходит в возбужденное состояние. Поглощательная способность молекулы характеризуется так называемым сечением поглощения σ .

Часть 1. Поглощение и испускание.

1.1 Пусть световой поток малой плотности I_0 (число фотонов пересекающих площадку единичной площади в единицу времени) падает на тонкий слой вещества толщиной Δx , концентрация поглощающих молекул в котором равна γ , причем среднее расстояние между молекулами значительно превышает их размеры. Определите плотность светового потока I на выходе из этого слоя. Относительное изменение плотности потока $p = \frac{I}{I_0}$ при прохождении поглощающего



слоя назовем коэффициентом пропускания.

Поглощающие молекулы можно представить в виде шариков с площадью поперечного сечения равной сечению поглощения σ .

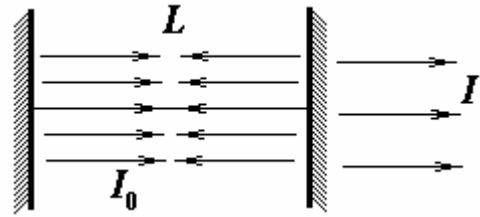
1.2 Теперь будем считать, что толщина слоя очень велика. Оцените среднюю длину пробега фотонов в этом веществе.

1.3 Если молекула находится в возбужденном состоянии, то она самопроизвольно переходит в основное состояние с испусканием кванта света. Этот процесс является случайным, подобным радиоактивному распаду. Если число возбужденных молекул равно N_0 , то за малый промежуток времени Δt в основное состояние перейдут $\Delta N = AN_0\Delta t$ молекул, где A - постоянный коэффициент, называемый коэффициентом Эйнштейна для спонтанного испускания. Оцените среднее время жизни молекулы в возбужденном состоянии.

1.4 Если молекула находится в возбужденном состоянии, то при ее взаимодействии с квантом света, энергия которого равна разности энергий возбужденного и основного состояний, молекула может испустить квант света, аналогичный исходному. Этот процесс называется вынужденным испусканием. Для такого процесса также определяется сечение вынужденного испускания σ_1 . При переходах молекулы между одной и той же парой энергетических уровней сечения поглощения (переход «вверх») и сечение вынужденного испускания (переход «вниз») равны. Определите зависимость пропускания слоя, описанного в пункте **1.1**, от плотности падающего потока.

Часть 2. Резонатор.

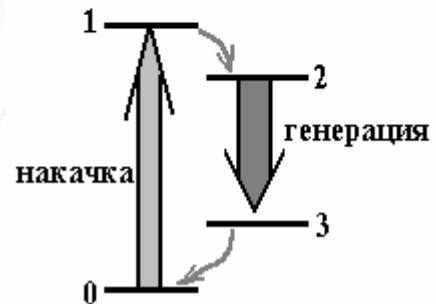
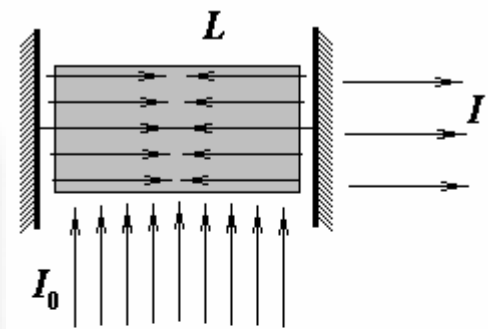
2.1 Оптический резонатор образован двумя плоскими зеркалами, направленными друг на друга и расположенными на расстоянии L друг от друга. Одно зеркало является идеальным, то есть его коэффициент отражения равен 1. Коэффициент отражения второго зеркала незначительно меньше единицы и равен ρ ,



поэтому часть излучения выходит из резонатора. Поглощением излучения внутри резонатора и в зеркалах можно пренебречь. Пусть поток фотонов распространяется внутри резонатора параллельно его оси. Оцените время жизни фотона в резонаторе.

Часть 3. Лазер.

Резонатор, описанный выше, полностью заполнен веществом – раствором, содержащим активные молекулы, концентрация которых равна γ . Раствор непрерывно освещается сбоку световым потоком плотности I_0 (плотность накачки). Частота этого излучения такова, что под его действием молекулы вещества переходят из основного (0) в возбужденное состояние (1). Сечение поглощения молекул при этом переходе равно σ_0 . Далее молекулы практически мгновенно переходят в промежуточное состояние (2). Коэффициент Эйнштейна для спонтанного перехода из этого состояния во все нижележащие равен A . При определенных условия возможна генерация излучения, благодаря вынужденным переходам молекул из состояния (2) в промежуточное состояние (3). Сечение испускания этого перехода равно σ_1 . Из промежуточного состояния (3)



молекула практически мгновенно переходит в основное состояние (0). Генерируемый поток распространяется вдоль оси резонатора. Так как переходы с поглощением и испусканием происходят между различными парами уровней, то излучение накачки не поглощается и не вызывает вынужденного испускания в канале (3)-(2), а излучение генерации не поглощается и не вызывает вынужденного испускания в канале (0)-(1). Концентрация активных молекул достаточно мала, так что длины пробегов фотонов заметно превышают размеры резонатора.

3.1 Определите минимальную плотность потока накачки (пороговое значение), при которой возможна генерация излучения.

3.2 Найдите зависимость интенсивности генерированного излучения лазера после выхода из резонатора, постройте схематический график этой зависимости.