

Условие

Задание 3. «Храбрый Мюнхгаузен»

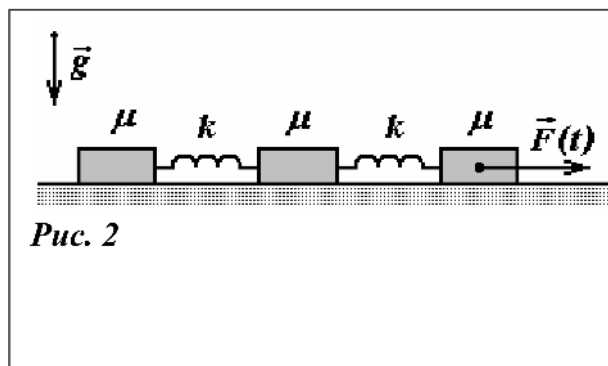
Согласно не дошедшим до наших дней военным рассказам широко известного барона, в одной из битв с крупным неприятелем он совершил подвиг, стащив из-под его крупного носа несколько ящиков с крупной дробью... В своих скромных рассказах барон уверял, что ему помогло прекрасное знание механики и мастерское умение передвигаться ползком, подобно черепахе...

На горизонтальной поверхности расположены $N = 3$ одинаковых груза (ящика) массой $m = 1,0$ кг каждый, соединенные легкими горизонтальными пружинами с коэффициентом упругости $k = 100 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ каждая (рис. 2). Расстояние между ящиками равно длине недеформированной пружины. К правому грузу прикладывают горизонтальную силу, достаточно медленно нарастающую со

временем по закону $F(t) = \alpha t$, где $\alpha = 0,10 \frac{\text{Н}}{\text{с}}$. Коэффициент трения грузов о поверхность — $\mu = 0,20$. Ускорение свободного падения — $g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Постройте график зависимости абсолютной деформации системы от времени $\Delta l(t)$.

Не забудьте рассчитать численные значения основных точек вашего графика.



Решение

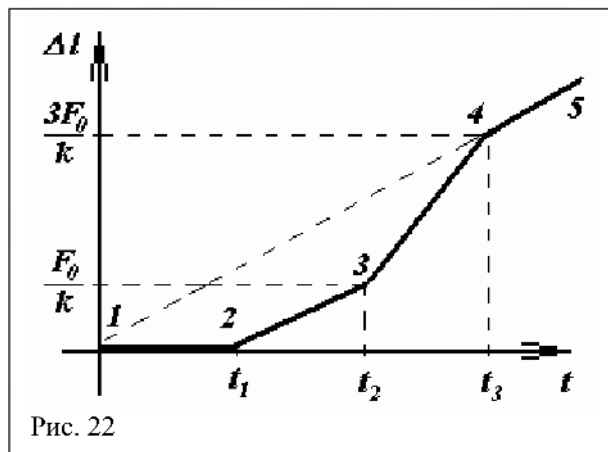
Задание 3. «Храбрый Мюнхгаузен»

После начала действия внешней силы правый груз m (следовательно и вся система) некоторое время t_1 будет оставаться в покое, поскольку сила трения покоя между плоскостью и грузом сможет компенсировать внешнюю движущую силу $F(t)$.

Соответственно этот этап «покоя» (участок 1 — 2 на рис.22) прекратится, когда внешняя сила достигнет максимального значения силы трения покоя $F_0 = \mu mg$ (явлением застоя пренебрежем)

$$\alpha t_1 = \mu mg = F_0 \Rightarrow t_1 = \frac{F_0}{\alpha} = 20 \text{ с.} \quad (1)$$

Таким образом, спустя время t_1 после начала действия силы правый груз начнет скользить медленно скользить по плоскости, растягивая при этом правую (первую) пружину.



Будем считать, что при подобном «медленном» скольжении груз в любой момент времени находится в равновесии под действием постоянной силы трения скольжения F_0 и переменной силы упругости первой пружины $F_{y1}(t) = k\Delta l_1(t)$

$$\alpha t = F_0 + k\Delta l_1(t) \Rightarrow \Delta l_1(t) = \frac{\alpha t - F_0}{k}. \quad (2)$$

Поскольку (2) представляет собой уравнение прямой, то на этом этапе (участок 2–3 на рис.21) абсолютная деформация системы $\Delta l(t) = \Delta l_1(t)$ будет линейно увеличиваться со временем. Этот этап продолжится до момента времени t_2 , когда в движение придет средний груз, т.е. когда сила упругости правой пружины превысит величину F_0

$$k\Delta l_1(t_2) = F_0 \Rightarrow (2) \Rightarrow \alpha t_2 - F_0 = F_0 \Rightarrow t_2 = \frac{2F_0}{\alpha} = 39 \text{ с} \quad (3)$$

Далее понятно, что после начала движения центрального груза начнет деформироваться и левая (вторая) пружина. Если ее абсолютная деформация $\Delta l_2(t)$, то из условия равновесия центрального груза получим (не будем забывать, что на центральный груз также действует постоянная сила трения скольжения F_0)

$$k\Delta l_2(t) + F_0 = k\Delta l_1(t) \Rightarrow \Delta l_2(t) = \Delta l_1(t) - \frac{F_0}{k} = \frac{\alpha t - 2F_0}{k}. \quad (4)$$

Теперь уже абсолютная деформация системы будет равна сумме абсолютных деформаций каждой из пружин

$$\Delta l(t) = \Delta l_1(t) + \Delta l_2(t) = \{(3), (4)\} = \frac{2\alpha t - 3F_0}{k}. \quad (5)$$

Заметим, что (5) также представляет собой линейную зависимость (участок 3–4 на рис.21), правда с иным (удвоенным) угловым коэффициентом.

Наконец в момент времени t_3 , когда сила упругости левой (второй) пружины также превысит значение F_0 , в движение придет и левый груз

$$k\Delta l_2(t_3) = F_0 \Rightarrow t_3 = \frac{3F_0}{\alpha} = 59 \text{ с}. \quad (6)$$

Подчеркнем, что выражение (6) имеет очевидный физический смысл — в момент времени t_3 внешняя движущая сила станет равной максимальной силе трения покоя в системе. Таким образом, последний (левый) груз сдвинется с места через время

$$t^* = 59 \text{ с}.$$

Согласно построенному графику деформация системы в этот момент

$$\Delta l^* = \frac{3F_0}{k} = 5,9 \text{ см}.$$

Далее система будет двигаться как единое целое (т.е. ускорения всех грузов будут одинаковыми), и можно показать, что в этом случае ее деформация будет увеличиваться с течением времени по линейному закону (участок 4 – 5 на рис.21)

$$\Delta l(t) = \Delta l_1(t) + \Delta l_2(t) = \frac{\alpha t}{k}. \quad (7)$$