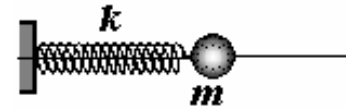


Условие

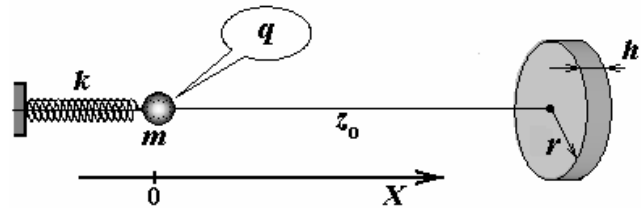
Задача 10-2 «Смещение и затухание»

Небольшой шарик массой m , прикрепленный с помощью пружины жесткостью k к упору, может скользить без трения по горизонтальной направляющей.



Собственная частота колебаний незаряженного шарика равна $\nu_0 = 10$ Гц. **2.1. Выразите частоту ν_0 колебаний шарика через массу шарика и жесткость пружины.**

На расстоянии z_0 от положения равновесия шарика размещают проводящий диск, радиус которого r ($r \ll z_0$), а толщина h ($h \ll r$). Ось диска совпадает с направляющей. Затем шарик сообщают электрический заряд q . Удельное электрическое сопротивление материала диска равно $\rho = 10$ Ом·м.



Для описания движения шарика вдоль направляющей введем ось OX , начало отсчета которой совместим с положением равновесия незаряженного шарика.

**2.2. Получите выражение для силы $F_e(z)$, действующей на неподвижный шарик со стороны диска, как функцию его расстояния до центра диска z (для $z \gg r$). **

2.3. Получите формулу для определения максимального заряда шарика, при котором он может совершать колебательное движение.

Для дальнейшего описания поведения системы введем безразмерный параметр γ , равный отношению силы электрического взаимодействия

$$F_e(z_0) \text{ на расстоянии } z_0 \text{ к силе упругости пружины, растянутой до диска } kz_0: \gamma = \frac{F_e(z_0)}{kz_0}.$$

Шарику сообщили такой электрический заряд q , что введенный параметр оказался равным $\gamma = 1,0 \cdot 10^{-2}$. После зарядки шарика, сместилось его положение равновесия, и изменилась частота его колебаний.

2.4. Чему равно относительное смещение положения равновесия шарика $\xi = \frac{x}{z_0}$?

2.5. Чему равно относительно изменение частоты колебаний шарика $\frac{\Delta\nu}{\nu_0}$?

2.6. Оцените, за сколько периодов колебаний заряженного шарика их амплитуда уменьшится $\eta = 1,0\%$. Трением, сопротивлением воздуха, изменением заряда шарика, электромагнитным излучением пренебречь.

2.7. Оцените, при каком удельном электрическом сопротивлении материала диска затухание колебаний шарика будет максимальным.

2.8. Качественно опишите, какие именно свойства индуцированных зарядов (и их изменения) обеспечивают появление сил, действующих на шарик, приводящих к а) смещению положения равновесия; б) изменению частоты колебаний; в) затуханию колебаний.

При решении задачи можно широко использовать приближенную формулу

$$(1 + \xi)^\alpha \approx 1 + \alpha\xi,$$

справедливую при малых ξ и любых α .

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{м}}$.

¹ Эти данные любезно предоставлены Л.Г. Марковичем, за что выражаем ему искреннюю признательность.