

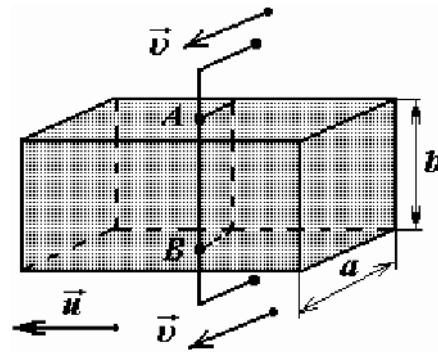
Условие

Задание 4. «Тепловой нож»

Для промышленной «распилки» ледяного бруса используется тепловой нож, представляющий собой подвижный стальной вертикальный стержень AB радиуса $r = 1,0$ мм, подключенный к источнику постоянного напряжения $U = 5$ В. Стержень в процессе работы достаточно медленно перемещают перпендикулярно длинной стороне бруса.

1) за какое время t_1 нож «перепилит» неподвижный ледяной брус прямоугольного сечения $a \times b = 1,0 \text{ м} \times 0,50 \text{ м}$. С какой скоростью v при этом необходимо двигать нож?

2) для разрезания бруса «под углом» одновременно с движением ножа брус продвигают в перпендикулярном направлении со скоростью $u = 3,0 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$. Найдите время t_2 разреза в этом случае и угол α при вершине бруса выходе с конвейера.



Считайте, что длина стержня равна высоте бруса, и все количество теплоты, выделяемое в системе, идет только на плавление льда. Лед находится при температуре плавления. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, плотность льда $\rho = 9,2 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, удельное сопротивление стали $\rho^* = 9,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$.

Решение

Задание 9.4

а) процесс разрезания бруса представляет собой процесс плавления той области образца, где проходит нож. Следовательно, необходимо расплавить слой льда массой

$$m = \rho \cdot V = \rho ab2r, \quad (1)$$

где ρ - плотность льда. Для этого потребуется количество теплоты

$$Q = \lambda \cdot m = 2\lambda\rho ab r, \quad (2)$$

которое должно выделиться на резисторе сопротивлением

$$R = \rho^* \frac{l}{S} = \rho^* \frac{b}{\pi r^2}, \quad (3)$$

где ρ^* — удельное сопротивление стали. С учетом закона Джоуля-Ленца можем записать

$$\frac{U^2}{R} t_1 = \lambda m \Rightarrow \{(1) - (3)\} \Rightarrow \frac{U^2 \pi r^2}{\rho^* b} t_1 = 2 \lambda \rho a b r \quad . \quad (4)$$

Из (4) находим искомое время

$$t_1 = \frac{2 \lambda \rho \rho^* a b^2}{U^2 \pi r} = 1,9 \cdot 10^2 \text{ с} \quad . \quad (5)$$

Соответственно, для скорости движения ножа получаем

$$v = \frac{a}{t_1} = \frac{U^2 \pi r}{2 \lambda \rho \rho^* b^2} = 5,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 5,3 \frac{\text{мм}}{\text{с}} \quad . \quad (6)$$

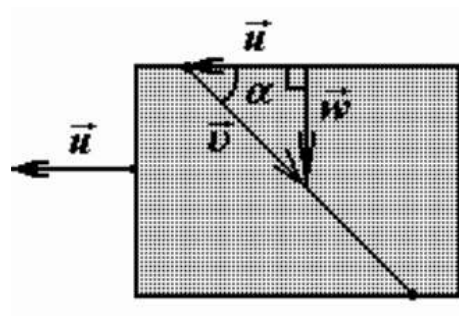
Из анализа (6) видно, что при заданных параметрах системы скорость движения ножа относительно бруса является постоянной величиной и не зависит от толщины a бруса.

б) Для решения задачи в этом случае перейдем в подвижную систему отсчета, связанную с брусом, т.е. движущуюся влево со скоростью $\vec{u}$. Согласно преобразованиям Галилея при таком переходе (прямом) скорость ножа относительно земли $\vec{w}$ связана с относительной скоростью $\vec{v}$ следующим образом

$$\vec{v} = \vec{w} - \vec{u} \quad . \quad (7)$$

Поскольку скорость движения ножа относительно бруса (6) не может измениться по модулю (см. пункт а)), то из прямоугольного треугольника скоростей, соответствующего преобразованиям Галилея, найдем скорость w нормального движения ножа

$$w = \sqrt{v^2 - u^2} = 4,4 \frac{\text{мм}}{\text{с}} \quad . \quad (8)$$



При таком способе «распилки» потребуется время

$$t_2 = \frac{a}{w} = 2,3 \cdot 10^2 \text{ с} \quad . \quad (9)$$

Угол α при вершине бруса в этом случае определяется опять же из векторного треугольника скоростей

$$\cos \alpha = \frac{u}{v} = 0,57 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 56^\circ = 0,97 \text{ рад.} \quad (10)$$