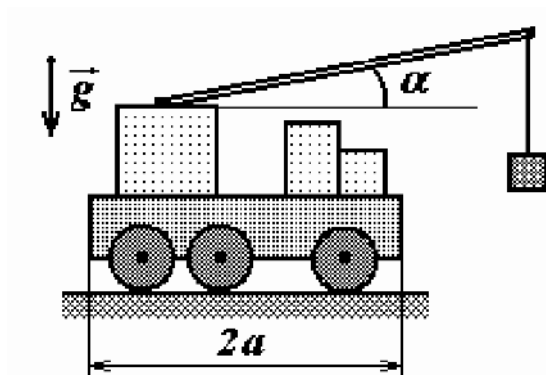


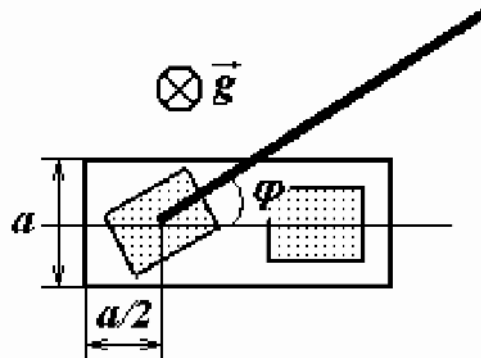
Условие

Задание 1. «Автокран»***



Автокран массы $M = 15$ т с габаритами кузова $a \times 2a = 3,0$ м $\times$ 6,0 м имеет легкую выдвижную телескопическую стрелу максимальной длиной $l = 30$ м, которая крепится в центре задней половины крана. В походном положении стрела крана уложена горизонтально вдоль его оси симметрии. Поворот башни крана от оси симметрии будем характеризовать углом φ , который измеряется в горизонтальной плоскости. Угловую высоту стрелы крана будем характеризовать углом α , образуемым стрелой с плоскостью горизонта.

а) Кран работает при $\varphi = 30^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$, причем его стрела выдвинута на $l_1 = \frac{l}{2}$. Какой максимальный груз m_{max} может при этом поднять кран? б) Наиболее опасное положение крана соответствует параметрам $\varphi = 90^\circ$ и максимально выдвинутой стреле. С каким максимальным ускорением a_{max} кран может поднимать груз массой $m = 1,0$ т в таком положении, если $\alpha = 45^\circ$? Одинаковы ли будут силы давления правых и левых колес крана на грунт в этом случае? в) Для увеличения грузоподъемности и безопасности автокрана применяются боковые упоры «на грунт», выдвигаемые на расстояние Δa с боковых сторон крана. При какой длине упора кран сможет поднять груз равный собственной массе, если $\alpha = 45^\circ$? При решении считайте, что массой выдвижной телескопической стрелы и упоров крана можно пренебречь. Центр масс крана находится на оси его симметрии. Ускорение свободно падения считайте равным $g = 9,8 \frac{M}{c^2}$.



Решение

Задание 9.1***

а) Пусть кран равномерно поднимает груз m при угле поворота башни крана φ и подъеме стрелы на угол α над горизонтом. Основная нагрузка в этом случае будет приходиться на колесный ряд, расположенный со стороны груза. Соответственно здесь (вдоль длинной стороны крана) будет проходить ось возможного опрокидывания машины. Опрокидывающий момент силы тяжести груза относительно этой оси, параллельной длинной стороне крана, равен

$$M_1 = m g (l_1 \cos \alpha \sin \varphi - \frac{a}{2}). \quad (1)$$

Соответственно стабилизирующий момент силы тяжести самого крана относительно той же оси

$$M_2 = M g \frac{a}{2} \quad (2)$$

При равновесии крана

$$M_1 = M_2 \Rightarrow m = \frac{a}{2l_1 \cos \alpha \sin \varphi - a} M = 2,5 \text{ т.} \quad (3)$$

Подчеркнем, что необходимо также проверить условие отсутствия опрокидывания крана относительно второй (малой) стороны при равномерном подъеме груза. В этом случае (будем считать, что передние колеса удалены от начала машины незначительно)

$$M_1 = m g (l_1 \cos \alpha \cos \varphi - \frac{3a}{4}) \quad (4)$$

$$M_2 = M g a \quad (5)$$

Из условий (4)-(5) находим максимально возможный груз для «короткой» оси крана

$$m = \frac{4a}{4l_1 \cos \alpha \cos \varphi - 3a} = 7,3 \text{ т.} \quad (6)$$

Как видим, в этом случае максимальное значение груза ограничивается наименьшим из значений (3) или (6)

$$m = 2,5 \text{ т.} \quad (7)$$

Как и следовало ожидать, наиболее вероятное опрокидывание машины в этом случае — «набок». б) При вычислении максимальной грузоподъемности в наиболее опасном положении следует в (3) положить $\varphi = 90^\circ$, $l_1 = l$. Соответствующий расчет дает

$$m_3 = \frac{a}{2l \cos \alpha - a} M = 1,1 \text{ т} \quad (8)$$

При ускоренном движении груза вверх его вес (соответственно и опрокидывающий момент) увеличиваются по закону

$$T = m_4(a + g) \quad (9)$$

Следовательно, при максимальном ускорении груза a_{max} должно выполняться равенство

$$m_4(a_{\max} + g) = m_3g \quad \Rightarrow \quad a_{\max} = \frac{m_3 - m_4}{m_4}g = \frac{g}{10} = 0,98 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \quad (10)$$

Конечно же силы давлений правого и левого колесных рядов крана на грунт будут различны, поскольку в противном случае они не смогут удерживать машину в равновесии. Более того, можно заметить, что при критических параметрах внешний (по отношению к нагрузке) колесный ряд уже оторвется от земли и не будет оказывать на

нее давления. Незначительное увеличение нагрузки в этом случае может привести к опрокидыванию машины.

в) При выдвижении боковых упоров увеличивается площадь опоры автокрана, что, в соответствии с правилами статики, увеличивает его устойчивость. Формально это можно описать заменой a в выражении (8) на $a + 2\Delta a$. Соответствующий расчет дает

$$M = \frac{a + \Delta a}{2l \cos \alpha - (a + \Delta a)} M \quad \Rightarrow \quad \Delta a = \frac{l \cos \alpha - a}{2} = 9 \text{ м}. \quad (11)$$

Конечно же, упоры получились «гигантских» размеров, поскольку мы потребовали от обычного автокрана «муравьиной супермощности». В реальности автокраны работают с грузами, не превосходящими их по массе, что требует упоров значительно меньших размеров.