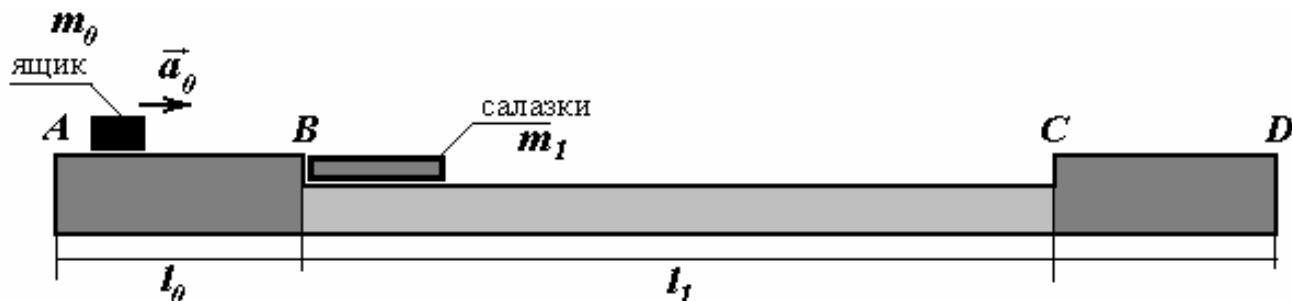


Условие

Задание 2. «Переправа».

Для переправки грузов (ящиков) через реку грузчики соорудили следующее устройство.



На берегах реки подготовлены горизонтальные участки «подъездных путей» AB и CD . Длина участка AB равна $l_0 = 6,0$ м, длина участка CD не ограничена. На участке AB ящик, массой $m_0 = 20$ кг разгоняют с постоянным ускорением $a_0 = 3,0 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, затем этот ящик попадает на салазки, масса которых равна $m_1 = 10$ кг, а длина $L = 3,0$ м. Верхняя поверхность этих салазок совпадает с уровнем берега. Далее салазки движутся по поверхности льда через реку шириной $l_1 = 30$ м и упираются в противоположный берег CD , высота которого такая же, как и на участке AB . Коэффициенты трения известны: ящик по салазкам $\mu_0 = 0,30$, салазки по льду $\mu_1 = 0,020$, ящик по берегам $\mu_2 = 0,10$. Постройте графики зависимостей а) скоростей ящика и салазок от времени; б) координат ящика и салазок от времени. Начало отсчета времени совместите с моментом начала разгона ящика. Начало отсчета горизонтальной оси координат - с точки старта A . *В данной задаче допускается (и рекомендуется) проводить промежуточные численные расчеты и их результаты использовать в дальнейшем решении. Ускорение свободно падения считайте равным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.*

Решение

Задание 10.2

Будем рассматривать движение по этапам. Все кинематические характеристики, относящиеся к ящику, будем нумеровать индексом 0, а, относящиеся к салазкам – индексом 1, координатами салазок будем считать координату их задней части.

1. Разгон ящика описывается хорошо известными уравнениями:

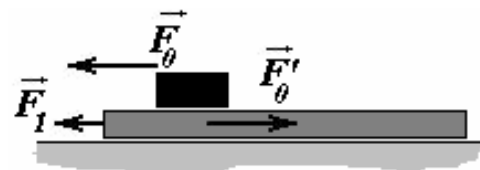
$$\begin{cases} v_0 = a_0 t \\ x_0 = \frac{a_0 t^2}{2} \end{cases} . \quad (1)$$

Этот разгон закончится в момент времени $t_1 = \sqrt{\frac{2l_0}{a_0}} \approx 2,00c$, ящик будет иметь скорость $v_{01} = \sqrt{2a_0l_0} \approx 6,00\frac{м}{с}$.

2. Разгон салазок. После того, как ящик окажется на салазках, начнется их разгон под действием силы трения со стороны ящика. Рассмотрим действующие силы трения между ящиком и салазками $F_0 = F'_0 = \mu_0 m_0 g$;

между салазками и льдом $F_1 = \mu_1(m_0 + m_1)g$,

определим ускорения салазок и ящика



$$a_{01} = -\mu_0 g \approx -3,0\frac{м}{с^2}, \quad a_{11} = \frac{\mu_0 m_0 - \mu_1(m_0 + m_1)}{m_1} g \approx 5,4\frac{м}{с^2}.$$

Зависимости скоростей и координат движущихся тел определяются уравнениями (для сокращения записей сместим начало отсчета времени)

$$\begin{cases} v_0 = v_{01} + a_{01}t \\ v_1 = a_{11}t \end{cases}, \quad \begin{cases} x_0 = l_0 + v_{01}t + \frac{a_{01}t^2}{2} \\ x_1 = l_0 + \frac{a_{11}t^2}{2} \end{cases}. \quad (2)$$

Далее следует заметить, что такое движение будет происходить пока скорости салазок и ящика не сравняются, Это произойдет через время $t_2 = \frac{v_{01}}{a_{11} + |a_{01}|} \approx 0,714c$.

До этого момента времени доска сместится на $\Delta x_{11} \approx 1,38м$, а ящик на $\Delta x_{01} \approx 3,52м$. Так как $\Delta x_{01} - \Delta x_{11} < L$ (до конца салазок остается $\Delta L = L - (\Delta x_{01} - \Delta x_{01}) \approx 0,86м$), то ящик останется на салазках. В момент прекращения относительного движения ящика по салазкам их скорость будет равна $v_{02} \approx 3,85\frac{м}{с}$.

3. Торможение. Далее салазки с неподвижным ящиком будут двигаться вместе с ускорением $a_2 = -\mu_1 g \approx -0,20\frac{м}{с^2}$. До полной остановки салазки могут пройти по льду путь $S = \frac{v_{02}^2}{2|a_2|} \approx 37,25м$, что больше оставшегося расстояния до противоположного берега. На этом участке скорости и координаты будут изменяться по законам

$$\begin{cases} v_0 = v_{02} + a_2 t \\ v_1 = v_{02} + a_2 t \end{cases}, \quad \begin{cases} x_0 = l_0 + \Delta x_{01} + v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2} \\ x_1 = l_0 + \Delta x_{11} + v_{02}t + \frac{a_2 t^2}{2} \end{cases}. \quad (3)$$

До противоположного берега салазкам остается пройти расстояние $l = l_1 - L - \Delta x_{11} \approx 25,6м$. Салазки подьедут к берегу со скоростью, которую можно рассчитать по формуле $v_{03} = \sqrt{v_{02}^2 - 2|a_2|l} \approx 2,14\frac{м}{с}$. Это произойдет через время

$$\Delta t_2 = \frac{v_{03} - v_{02}}{a_2} \approx 8,55с$$

4. Торможение по салазкам. После того, как салазки «упрутся» в берег, ящик начнет скользить по салазкам с ускорением $a_{03} = -\mu_0 g \approx -2,0\frac{м}{с^2}$. По салазкам они могут пройти путь

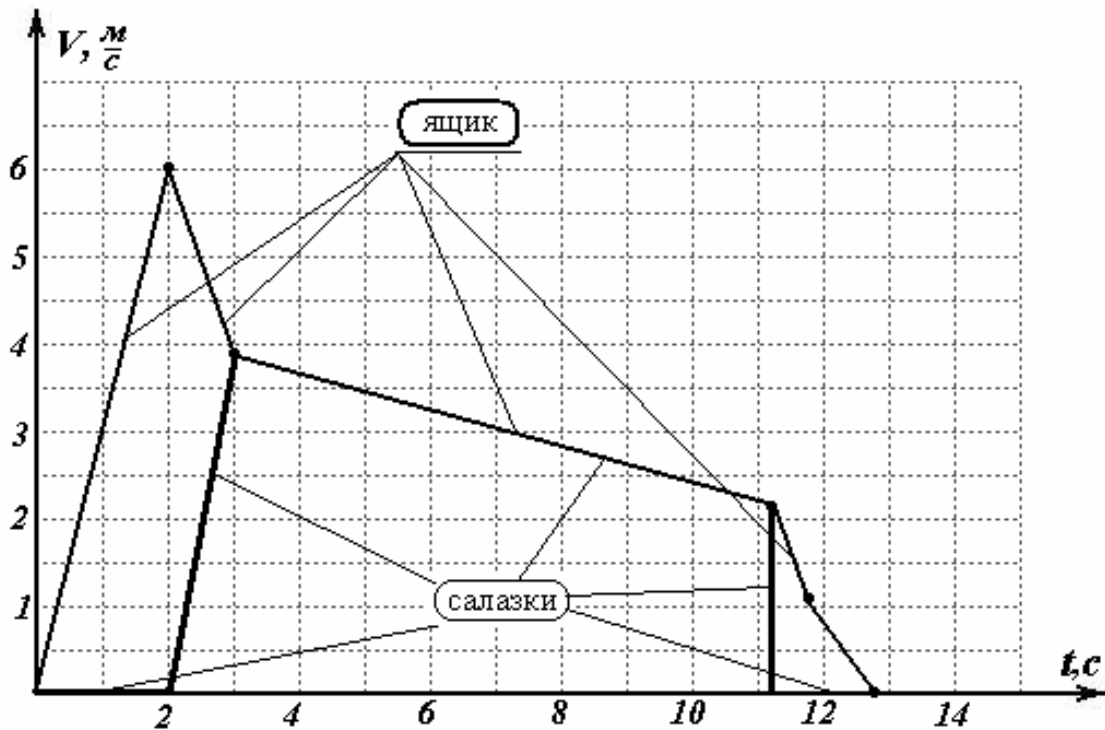
$S = \frac{v_{03}^2}{2|a_{03}|} \approx 1,15\text{м}$, что больше, чем расстояние ΔL до конца салазок, поэтому ящик соскользнет с них. Скорость ящика в момент выезда на берег $v_{04} = \sqrt{v_{03}^2 - 2|a_{03}|\Delta L} \approx 1,07\frac{\text{м}}{\text{с}}$, что произойдет через время $\Delta t_2 = \frac{v_{04} - v_{03}}{a_{03}} \approx 0,54\text{с}$. Законы изменения скорости и координаты ящика на этом этапе имеет вид

$$\begin{aligned} v_0 &= v_{04} + a_{03}t \\ x_0 &= l_0 + l_1 - \Delta L + v_{04}t + \frac{a_{03}t^2}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$

5. Торможение по берегу. Ящик на берегу тормозит с ускорением $a_{04} = -\mu_2 g \approx -1,0\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. При этом он пройдет путь $S = \frac{v_{04}^2}{2|a_{04}|} \approx 0,57\text{м}$ до остановки за время $\Delta t_5 = -\frac{v_{04}}{a_{03}} \approx 1,1\text{с}$. Законы изменения скорости и координаты ящика на том этапе имеет вид

$$\begin{aligned} v_0 &= v_{04} + a_{04}t \\ x_0 &= l_0 + l_1 + v_{04}t + \frac{a_{04}t^2}{2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Графики зависимостей скоростей от времени показаны на рисунке.



2. Полный путь до остановки оставит 33,6 м за время 12,9 с.