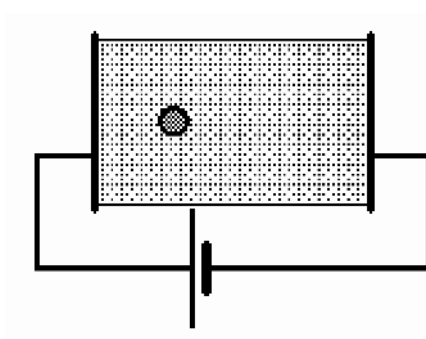


Условие

Задача 1.

Между пластинами плоского конденсатора, расположенными на расстоянии h друг от друга, находится слабопроводящая вязкая жидкость. Удельное электрическое сопротивление жидкости равно ρ , ее диэлектрическая проницаемость ε .

К пластинам конденсатора приложено постоянное электрическое напряжение U . Внутри жидкости помещают небольшой легкий проводящий шарик, электрический заряд которого равен q_0 . При движении шарика в жидкости на него действует сила вязкого трения $F = \beta v$, где v - скорость шарика, β - известный коэффициент. На какое максимальное расстояние сместится шарик в процессе движения. Известно, что пластин конденсатора шарик не достигает, действием силы тяжести пренебречь.



Решение

Задача 1.

Уравнение второго закона Ньютона для движущегося шарика имеет вид

$$ma = qE - \beta v \quad (1)$$

где qE - сила, действующая на шарик со стороны электрического поля, напряженность которого определяется формулой

$$E = \frac{U}{h} \quad (2)$$

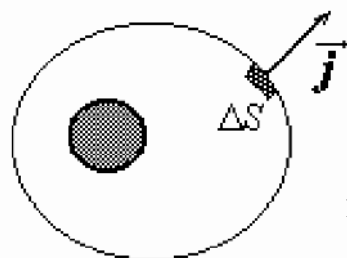
Учитывая, что шарик легкий, а жидкость вязкая, можно считать, что в любой момент времени сумма сил, действующих на шарик равна нулю, то есть, выполняется соотношение

$$qE = \beta v \quad (3)$$

Получим уравнение, описывающее, изменение заряда шарика с течением времени. Очевидно, что заряд уменьшается вследствие наличия

слабого тока, стекающего с шарика $\frac{\Delta q}{\Delta t} = -I$. Суммарная сила тока, стекающего с шарика, равна потоку вектора плотности тока $\vec{j}$

$$I = \Phi_j = \sum \vec{j} \cdot \vec{n} \Delta S \quad (4)$$



через любую замкнутую поверхность, окружающую шарик. По закону Ома плотность тока связана с напряженностью поля соотношением

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (5)$$

Следовательно, поток вектора $\vec{j}$, выражается через поток вектора напряженности соотношением

$$\Phi_j = \frac{1}{\rho} \Phi_E = \frac{q}{\rho \varepsilon \varepsilon_0} \quad (6)$$

в котором окончательное выражение получено с помощью теоремы Гаусса. Заметим, что в выражение (2) диэлектрическая проницаемость жидкости не входит, а при выводе формулы (6) следует учесть поляризационные заряды, возникающие у поверхности шарика. Таким образом, изменение заряда шарика описывается уравнением

$$\frac{\Delta q}{\Delta t} = -\frac{q}{\rho \varepsilon \varepsilon_0} \quad (7)$$

Выразим из этого уравнения заряд шарика $q = -\rho \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\Delta q}{\Delta t}$ и подставим в уравнение (3) (в котором запишем $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$):

$$\beta \frac{\Delta x}{\Delta t} = -\rho \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\Delta q}{\Delta t} \cdot \frac{U}{h} \quad (8)$$

Максимальному смещению шарика соответствует его полная разрядка (в этом случае $\Delta q = -q_0$). Таким образом, из уравнения (8) следует, что максимальное смещение шарика равно $x_{max} = \frac{\rho \varepsilon \varepsilon_0 q_0 U}{\beta h}$.