

Условие

4. Длинная вертикальная закрытая с обоих концов трубка полностью заполнена вязкой жидкостью. Внутри трубки находится небольшой пузырек воздуха, который медленно поднимается с постоянной скоростью v_0 . С какой скоростью относительно трубки будет двигаться пузырек, если трубка будет подниматься с постоянным ускорением a ? С каким ускорением нужно двигать трубку, чтобы пузырек начал двигаться вниз со скоростью v_0 относительно трубки?

Решение

9.4 Равномерное движение пузырька обеспечивается равенством сил, действующих на него. Так, при неподвижной трубке сила Архимеда уравновешивается силой вязкого трения

$$\rho g V = \beta v_0, \quad (1)$$

где V - объем пузырька. При подъеме трубки с постоянным ускорением в это уравнение пример вид (проще всего обосновать это выражение, перейдя в неинерциальную систему отсчета, связанную с трубкой):

$$\rho(g + a)V = \beta v_1. \quad (2)$$

Из выражений (1)-(2) находим скорость установившегося движения пузырька

$$v_1 = v_0 \frac{g + a}{g}. \quad (3)$$

Формула (3) применима для любых ускорений трубки, поэтому легко заметить, что скорость пузырька станет равной $-v_0$, при ускорении трубке равном $-2g$, то есть при движении вниз с ускорением в два раза большем ускорения свободного падения.

9.5 а) размерности коэффициентов следуют из вида приведенных формул: $[R_0] = \text{Ом}$; $[\alpha] = \text{град}^{-1}$; $[\beta] = \frac{[P]}{[v]} = \frac{\text{Вт}}{\text{град}}$.

б) В установившемся режиме мощность теплоты, выделяющейся при прохождении тока через проводник (которая определяется законом Джоуля-Ленца), равна мощности теплоты, отдаваемой проводником в окружающую среду

$$\frac{U^2}{R_0(1 - \alpha t)} = \beta t. \quad (1)$$

Это уравнение является квадратным относительно неизвестной установившейся температуры. Решение этого уравнения имеет вид

$$t = \frac{1}{2\alpha} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}} \right), \quad (2)$$

где обозначено $U_0 = \sqrt{\frac{R_0\beta}{4\alpha}}$.

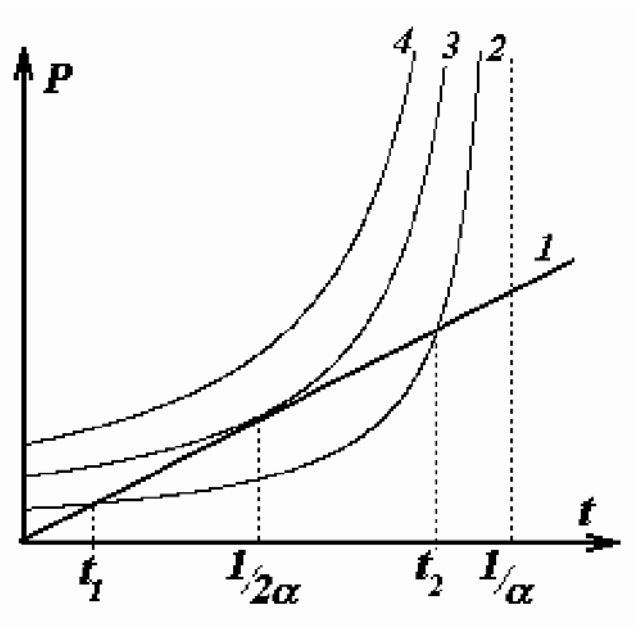
В зависимости от приложенного напряжения U , уравнение (1) имеет либо два корня (при $U < U_0$); либо один корень (при $U = U_0$); либо корней не имеет (при $U > U_0$).

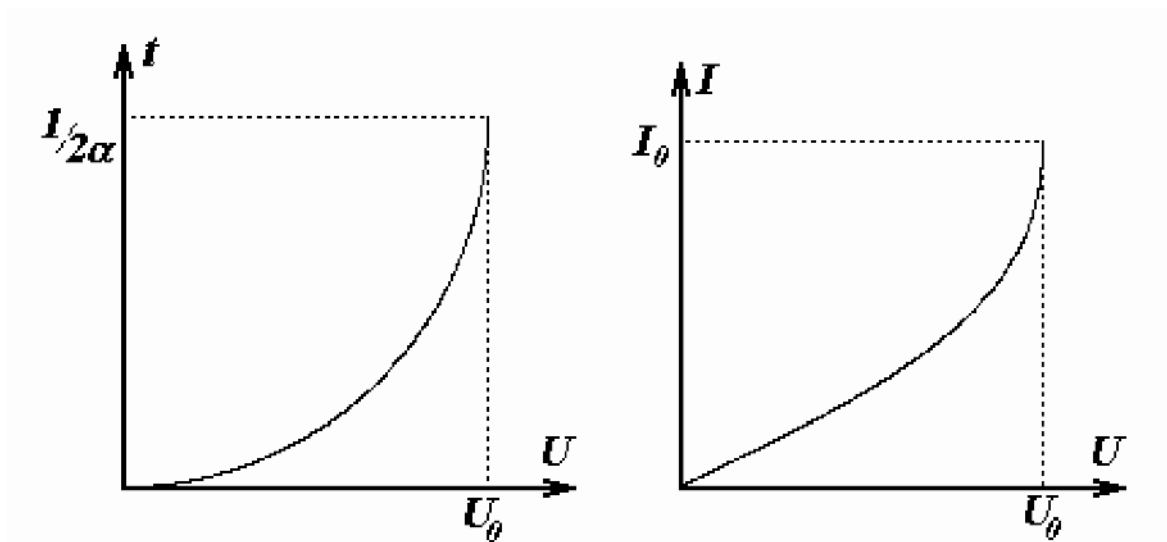
Чтобы уяснить физический смысл полученных результатов и выбрать нужное значение корня представим уравнение (1) в графической форме: изобразим примерные графики зависимости рассматриваемых мощностей от температуры проводника.

Прямая 1 является зависимостью мощности теплоты, отдаваемой в среду, кривые 2,3,4 - зависимости мощностей, выделяемых в проводнике, построенные при разных значениях напряжения источника.

Кривая 2 соответствует наличию двух корней t_1, t_2 уравнения 1. Можно заметить, что корень t_1 является устойчивым: при $t < t_1$ мощность, выделяющаяся в проводнике, превосходит мощность, отдаваемую в среду, поэтому проводник будет нагреваться; при $t > t_1$ ситуация обратная, поэтому проводник будет остывать до температуры t_1 . Корень t_2 - неустойчив: при $t < t_2$ проводник будет остывать до температуры t_1 ; при $t > t_2$ проводник будет разогревать до бесконечности, так на этом этапе мощность, выделяемая в проводнике, возрастает быстрее мощности, отдаваемой в среду.

Кривая 3 построена для случая единственного корня, который как видно из графика неустойчив - проводник будет разогреваться. Отсутствие корней иллюстрирует кривая 4 - в этом случае отсутствует равновесное значение температуры - при любом ее значении проводник разогревается быстрее, чем остывает. Таким образом, при $U < U_0$ установившаяся температура определяется формулой $t_1 = \frac{1}{2\alpha} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}} \right)$, если начальная температура проводника меньше, чем $t_2 = \frac{1}{2\alpha} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}} \right)$. В





остальных случаях установившейся температуры не существует - проводник неограниченно разогревается. Примерный график рассмотренной зависимости $t(U)$ показан на рисунке. в) зависимость силы тока от напряжения легко получить, используя закон Ома и зависимость температуры от приложенного напряжения:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_0(1 - \alpha t)} = \frac{2U}{R_0 \left(1 + \sqrt{1 - \frac{U^2}{U_0^2}} \right)}.$$

Примерный график этой зависимости $I(U)$ также показан на рисунке.