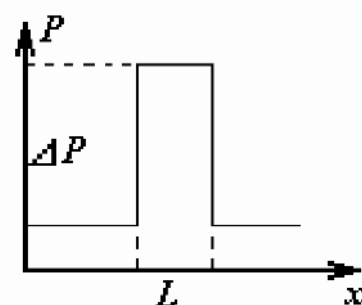
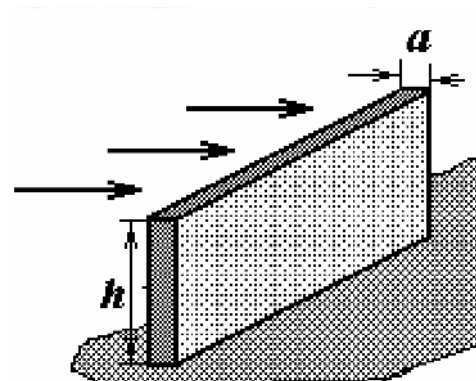


Условие

5. В данной задаче рассматривается простая модель воздействия ударной волны на тела. В данной модели ударная волна рассматривается как скачок давления, распространяющийся в пространстве. Зависимость давления от координаты вдоль направления распространения ударной волны показана на рисунке. Фронт волны перпендикулярен поверхности земли. Введем следующие характеристики ударной волны: - превышение давления над атмосферным $\Delta P = 5,0 \cdot 10^5$ Па; - скорость распространения волны $c = 3,0 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; - ширина области повышенного давления $L = 3,0 \cdot 10^2$ м. Будем считать, что движением воздуха внутри области повышенного давления можно пренебречь. Также можно пренебречь силами сопротивления воздуха, действующими на движущиеся тела.

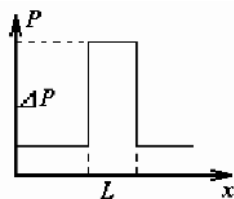


5.1 Ледяная глыба неправильной формы (размеры которой порядка 1 м) лежит на льду. Коэффициент трения льда о лед равен $\mu = 2,0 \cdot 10^{-2}$. Плотность льда $\rho = 0,90 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Найдите максимальную скорость, которую приобретет ледяная глыба, в результате воздействия ударной волны. 5.2 Оцените максимальное смещение льдины, описанной в п.5.1, в направлении распространения ударной волны. 5.3 Укажите конечное положение блока (его смещение от начального



положения) после прохождения волны. 5.4 Ударная волна налетает на свободно стоящий бетонный блок (стену), толщина которого $a = 30$ см, перпендикулярно его поверхности. При какой высоте блока h , он будет опрокинут передним фронтом волны (при отсутствии заднего фронта)? Скольжение блока по поверхности

отсутствует. Плотность бетона $\rho = 3,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.



Решение

10.5 Возникновение силы, действующей на тела со стороны волны, обусловлено разностью давлений с противоположных сторон тела.

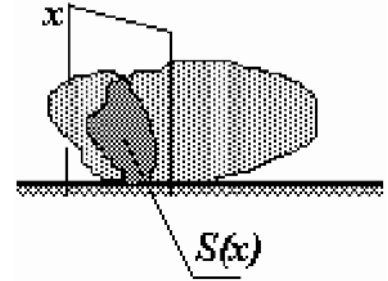
Поэтому эта сила действует только во время прохождения фронтов (как переднего, так и заднего) ударной волны.

5.1 Для определения скорости льдины после прохождения переднего фронта найдем, воспользовавшись 2 законом Ньютона в известной формулировке: изменение импульса тела равно импульсу силы -

$$m\Delta v = \sum F_i \Delta t_i. \quad (1)$$

В этой записи учтено, что действующая сила переменна, кроме того мы пренебрегаем смещением льдины за время прохождения

переднего фронта ударной волны. Пусть координата переднего фронта волны равна x и площадь поперечного сечения льдины в этой плоскости равна $S(x)$. Тогда сила давления волны на льдину в этот момент времени будет равна $F = \Delta P S(x)$. Величина интервала времени прохождения участка длиной Δx_i выразим с помощью очевидного соотношения $\Delta t_i = \frac{\Delta x_i}{c}$. Тогда импульс силы представляется в виде



$$m\Delta v = \sum F_i \Delta t_i = \sum_i \Delta P S(x_i) \frac{\Delta x_i}{c} = \frac{\Delta P}{c} \sum_i S(x_i) \Delta x_i.$$

Стоящее под знаком суммы выражение является объемом тела, поэтому изменение скорости тела при прохождении фронта волны описывается формулой

$$\Delta v = \frac{\Delta P}{c\rho}. \quad (2)$$

Здесь мы пренебрегаем импульсом силы трения из-за малости последней, по сравнению с силами давления. Так как до прихода волны льдина покоилась, то после прохождения переднего фронта она будет иметь скорость $v_0 = \frac{\Delta P}{c\rho} \approx 1,85 \frac{M}{c}$. Заметим, что эта скорость много меньше скорости волны, что будет использовано в дальнейшем.

5.2 При скольжении по льду, глыба льда будет двигаться с ускорением, возникающем из-за действия силы трения $a = -\mu g$. Определим, успеет ли льдина остановиться до прихода заднего фронта волны. За время прохождения волны $\tau = \frac{L}{c} = 1,0c$, скорость льдины уменьшится до $v_1 = v_0 - \mu g \tau \approx 1,65 \frac{M}{c}$, то есть к приходу

заднего фронта льдина будет двигаться и доэтого момента пройдет путь

$$S_1 = v_0 \tau - \frac{\mu g \tau^2}{2} \approx 1,75 \text{ м.} \quad (3)$$

Это и будет максимальным смещением льдины.

5.3 После прохождения заднего фронта волны льдина получит импульс в противоположном направлении, при этом ее скорость изменится на величину, определяемую формулой (2). Следовательно ее скорость станет равной

$$v_2 = v_1 - \Delta v = v_0 - \mu g \tau - \Delta v = -\mu g \tau. \quad (4)$$

При такой начальной скорости льдина пройдет до остановки путь

$$S_2 = \frac{v_2^2}{2\mu g} = \frac{\mu g \tau^2}{2} \approx 0,10 \text{ м.}$$

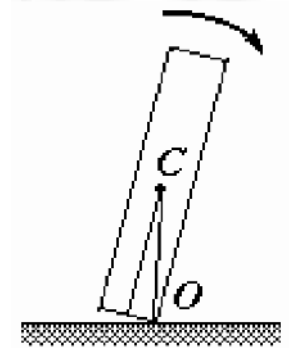
Таким образом, льдина окажется смещенной на величину $S_1 - S_2 \approx 1,65 \text{ м.}$

5.4 Падение стены является вращением вокруг оси O , проходящей через нижнее ребро блока, поэтому в дальнейшем все моменты сил будем рассчитывать относительно этой оси.

Сила, давления ударной волны на блок, равная

$$F = \Delta P S = \Delta P l h \quad (1)$$

(S - площадь стены, l - ее длина), действует в течении промежутка времени $\tau = \frac{a}{c} \approx 10^{-3} \text{ с.}$



Прежде всего, момент силы давления на блок $M_1 = F \frac{h}{2} = \Delta P l \frac{h^2}{2}$, должен превысить момент силы тяжести $M_2 = mg \frac{a}{2} = \rho g l h \frac{a^2}{2}$, что будет выполняться при

$$h > \frac{\rho g a^2}{\Delta P} \approx 5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Далее необходимо учесть, что сила давления действует в течении очень малого промежутка времени, поэтому необходимо рассмотреть и другие необходимые условия опрокидывания. Так энергии полученной блок должно хватить, чтобы «поставить блок на ребро», то есть поднять центр тяжести блока над ось вращения.

Для строго расчета необходимо использовать уравнения динамики вращательного движения. Для проведения оценок будем считать, что вся масса блока сосредоточена в его центре масс.

Скорость центра масс можно оценить из уравнения 2 закона Ньютона (полагая, что за время τ можно пренебречь смещением блока),

$$F \tau = m V_c \Rightarrow V_c = \frac{\Delta P}{\rho c}. \quad (2)$$

Кинетическая энергия, приобретенная блоком, должна быть равна изменению потенциальной энергии при подъеме блока «на ребро». При этом изменение высоты центра масс рассчитывается по формуле

$$\Delta h_c = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} - \frac{h}{2} \approx \frac{a^2}{4h} \quad (3)$$

здесь использованно предположение о малости ширины блока, по сравнению с его высотой. Итак, энергетическое условие опрокидывания имеет вид

$$\frac{mV_c^2}{2} > mg\Delta h_c \Rightarrow h > 2g \left(\frac{\rho c a}{\Delta p} \right)^2 \approx 6 \text{ м.}$$

Полученное значение оправдывает сделанное при выводе предположение о малости ширины блока, по сравнению с его высотой.