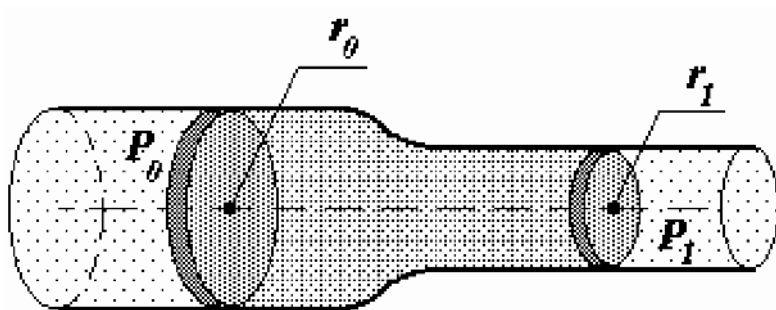


Условие

1. (12 баллов). Внутри сочлененной трубы, состоящей из двух цилиндрических коаксиальных труб радиусов r_0 и r_1 , находятся два плотно пригнанных поршня, которые могут двигаться вдоль труб без трения. Пространство между поршнями заполнено несжимаемой жидкостью плотностью ρ . С внешних сторон от поршней находится газ, давления которого поддерживаются постоянными и равными с одной стороны P_0 , а с другой P_1 . Найдите постоянные скорости установившихся движений поршней.



Вязкостью жидкости (внутренним трением) пренебречь.

Решение

9.1. Пусть один поршень, двигаясь с постоянной скоростью V_0 , сместился на малое расстояние x_0 , тогда второй, двигаясь со скоростью V_1 , сместился на расстояние x_1 , причем из условия несжимаемости жидкости следует

$$x_0 S_0 = x_1 S_1, \quad (1)$$

$$V_0 S_0 = V_1 S_1, \quad (2)$$

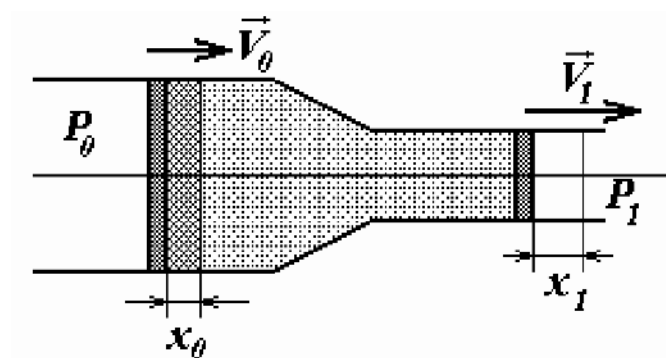
где S_0, S_1 - площади поршней. Газ, находящийся слева, при этом совершит работу $P_0 S_0 x_0$, которая расходуется на работу второго поршня $P_1 S_1 x_1$ и увеличение кинетической энергии жидкости. Действительно, часть жидкости объемом $S_0 x_0$ увеличила скорость от V_0 до V_1 . Таким образом, уравнение баланса энергий имеет вид

$$P_0 S_0 x_0 = P_1 S_1 x_1 + \frac{1}{2} \rho S_0 x_0 (V_1^2 - V_0^2). \quad (3)$$

Решая систему уравнений (1)-(3), получаем

$$V_0 = \sqrt{\frac{2(P_0 - P_1)}{\left(\frac{r_0^4}{r_1^4} - 1\right)}}; \quad V_1 = \sqrt{\frac{2(P_0 - P_1)}{\left(1 - \frac{r_1^4}{r_0^4}\right)}}. \quad (4)$$

при выводе учтено, что $\frac{S_0^2}{S_1^2} = \frac{r_0^4}{r_1^4}$.



Заметим, что соотношение (3) является фактически уравнением Бернулли.