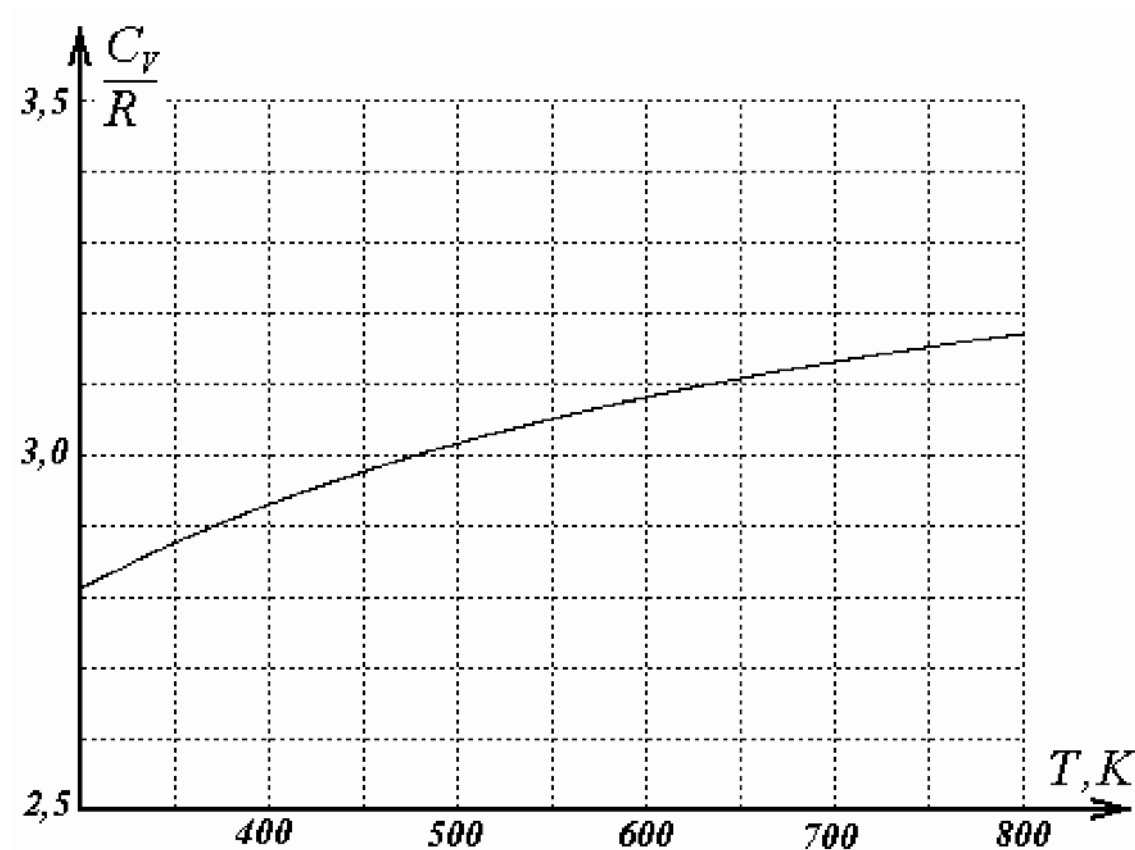


Условие

5.(12 баллов). Молярная теплоемкость C_V (при изохорном процессе) идеального газа зависит от температуры по закону, представленному на рисунке ($R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$ - универсальная газовая постоянная). При температуре $T_0 = 800\text{K}$ один моль этого газа занимает объем $V_0 = 1,0\text{л}$. Постройте примерный график (в координатах $P - V$) адиабатного процесса для этого газа в заданном диапазоне температур (полагая, что число частиц газа остается неизменным).



Успехов Вам!

Решение

11.5 Запишем уравнение первого начала термодинамики

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Для адиабатного процесса $Q = 0$, кроме того, для идеального газа внутренняя энергия не зависит от объема газа, поэтому изменение внутренней энергии газа задается формулой $\Delta U = C_V \Delta T$. Так как в нашем случае теплоемкость газа изменяется, необходимо рассматривать малые интервалы изменения температуры. Традиционное выражение для совершенной

газом работы $A = P\Delta V$ необходимо преобразовать с использованием уравнения состояния идеального газа $PV = RT$. Таким образом, в рассматриваемом случае уравнение (1) принимает вид

$$C_V \Delta T + \frac{RT}{V} \Delta V = 0, \quad (2)$$

из которого выразим зависимость изменения объема от изменения температуры

$$\Delta V = -V \frac{C_V \Delta T}{RT} = -cV \frac{\Delta T}{T}, \quad (3)$$

где обозначено $c = \frac{C_V}{R}$ - величина, приведенная на графике. Уравнение (3) необходимо решать численно, разбивая заданный диапазон изменения температуры на небольшие интервалы ΔT . Для увеличения точности расчетов в качестве c и T следует брать средние значения этих величин на выбранном интервале. Если мы пронумеруем точки разбиения диапазона индексом k , то схему расчетов можно представить в виде

$$\Delta V = -\frac{c_k + c_{k+1}}{2} V_k \frac{2\Delta T}{T_k + T_{k+1}} = -V_k \frac{c_k + c_{k+1}}{T_k + T_{k+1}} \Delta T;$$

$$V_{k+1} = V_k + \Delta V; \quad P_k = \frac{RT_k}{V_k} \quad (4)$$

В таблице представлены результаты расчетов, проведенные при шаге $\Delta T = -50K$. Отрицательное значение этой величины обусловлено начальным условием - объем задан при максимальной температуре. При расчетах на калькуляторе удобнее сначала подсчитать значения всех объемов, а уже затем соответствующие значения давлений.

T, K	$\bar{c}$	$V, л$	$\Delta V, л$	$P, (10^5 \text{Па})$
800	3,16	1,0	0,20	66,5
750	3,14	1,20	0,26	51,9
700	3,12	1,46	0,34	39,8
650	3,10	1,80	0,45	30,0
600	3,07	2,25	0,60	22,2
550	3,03	2,85	0,82	16,0
500	3,00	3,67	1,2	11,3
450	2,95	4,83	1,7	7,74
400	2,90	6,51	2,5	5,10
350	2,85	9,03	3,9	3,22
300		13,0		1,92



Ниже эти же данные представлены в виде графика. Сплошная линия - адиабата для постоянного значения теплоемкости $C_V = 3R$. Практически полное совпадение свидетельствует, с одной стороны, о слабом влиянии изменения теплоемкости, а с другой, о достаточно высокой точности примененной процедуры расчета.

