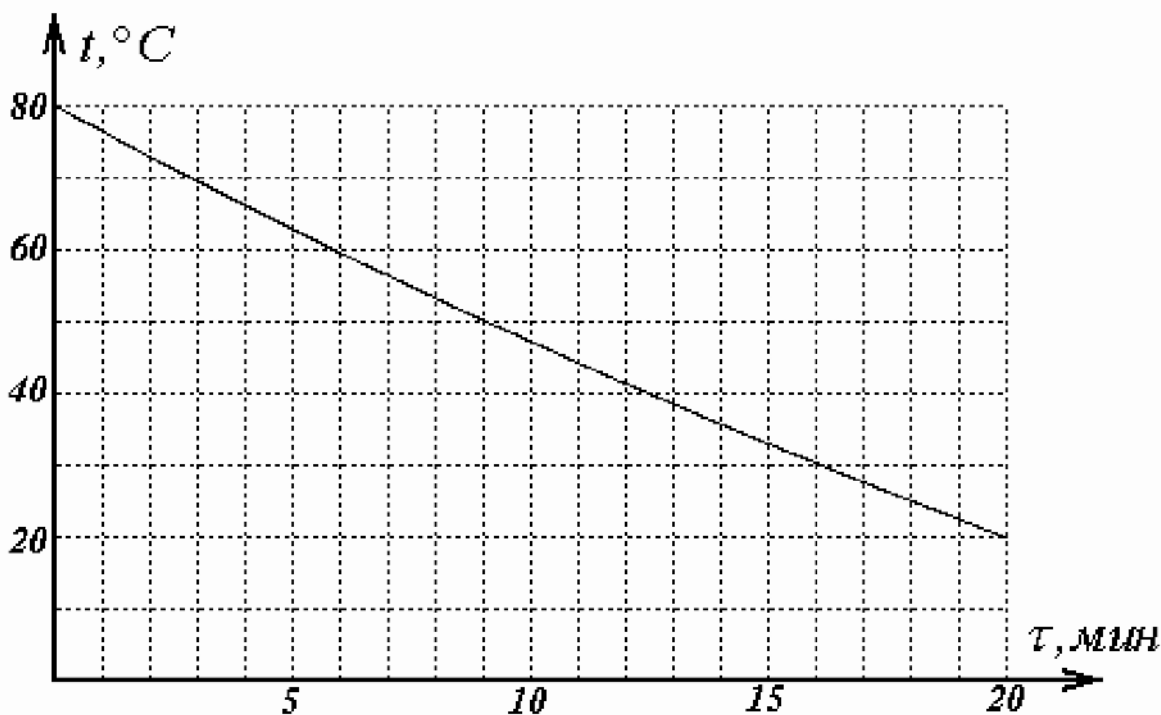
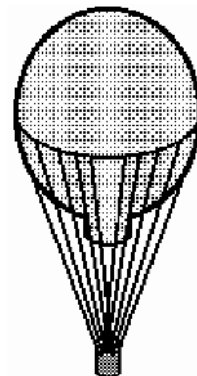
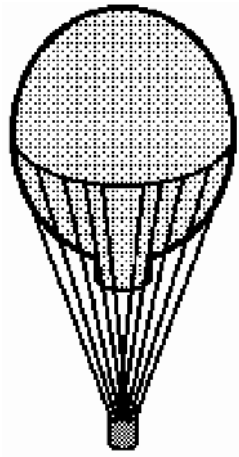


Условие

5. (**13 баллов**). Воздушный шар-зонд наполняют воздухом, нагретым до температуры $t_0 = 90^\circ\text{C}$. Конструкция шара такова, что его объем $V = 130\text{ м}^3$ все время остается постоянным, а давление воздуха в шаре равно атмосферному. Суммарная масса оболочки и груза равна $m = 6,0\text{ кг}$. Шар запускают с поверхности земли в безветренную погоду: температура воздуха $t_a = 15^\circ\text{C}$, атмосферное давление $p_a = 1,0 \cdot 10^5\text{ Па}$. Молярная масса воздуха $M = 29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$. Сразу после запуска скорость шара стала равной $v_0 = 0,35 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Температура воздуха t внутри шара уменьшается со временем τ по закону, представленному на графике. Определите по этим данным максимальную высоту подъема шара. Считайте, что температура и давление атмосферы от высоты не зависят. Сила сопротивления воздуха, действующая на шар, пропорциональна его скорости.



Успехов Вам!

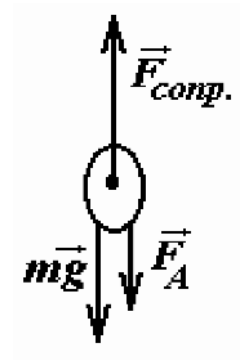


Решение

10.5 При подъеме шара, на него действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, подъемная сила Архимеда $\vec{F}_A$, сила сопротивления $\vec{F}_{\text{сопр.}} = -\beta\vec{v}$, пропорциональная скорости подъема. Следовательно, уравнение второго закона Ньютона для шара будет иметь вид

$$ma = F_A - mg - \beta v. \quad (1)$$

Так как шар движется в воздухе достаточно медленно, то можно считать, что в любой момент времени сила сопротивления



уравновешивает разность сил Архимеда и тяжести. Иными словами, можно пренебречь инерционными эффектами и положить $ma = 0$. Тогда из уравнения (1) получим выражение для скорости подъема

$$\beta v = F_A - mg. \quad (2)$$

Подъемная сила вычисляется по формуле

$$F_A = Vg(\rho_0 - \rho), \quad (3)$$

где ρ_0, ρ - плотности холодного (наружного) и теплого (внутри шара) воздуха. Эти плотности можно выразить из уравнения состояния идеального газа $PV = \frac{m}{M}RT$:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{PM}{RT}. \quad (4)$$

Используя формулы (3)-(4), получаем выражение для скорости подъема

$$\beta v = Vg \frac{PM}{R} \left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T} \right) - mg. \quad (5)$$

Неизвестный коэффициент β можно получить из аналогичной формулы для начальной скорости. Таким образом, окончательное выражение для скорости подъема принимает «несколько угрожающий» вид

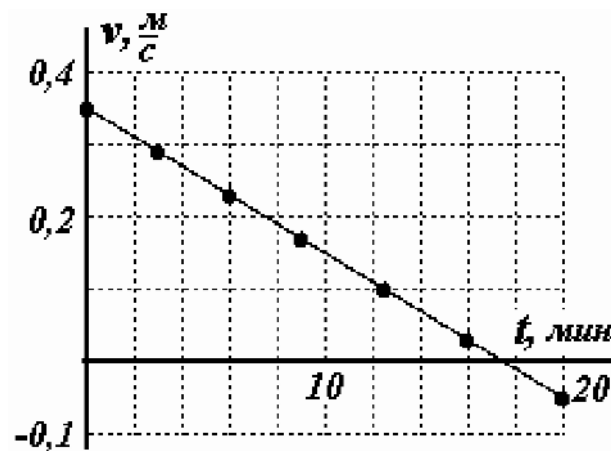
$$v = \frac{Vg \frac{PM}{R} \left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T} \right) - mg}{Vg \frac{PM}{R} \left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_0} \right) - mg}. \quad (6)$$

По этой формуле с помощью приведенного в условии графика зависимости температуры от времени можно построить зависимость скорости подъема от времени. Для ускорения последующих расчетов в формуле (6) необходимо провести промежуточные вычисления (приведя все величины в систему СИ) и привести ее к виду, пригодному для расчетов

$$v = 2,305 - \frac{690}{273 + t^{\circ}}, \quad (7)$$

где t° - температура внутри шара, измеренная по шкале Цельсия. Результаты расчетов приведены в таблице и на графике.

τ , мин	$t^{\circ}C$	v , $\frac{м}{с}$
0	80	0,39
3	70	0,29
6	60	0,23
9	50	0,17
12,5	40	0,10
16	30	0,03
20	20	-0,05



Таким образом, мы получили, что скорость подъема убывает по линейному закону. Время подъема составляет примерно $\tau \approx 18$ мин. Следовательно, высота подъема $H = \frac{v_0 \tau}{2} \approx 190$ м.