

## снаряд

### Условие

1.(10 баллов). Пружинная пушка представляет собой тонкий гладкий стержень, на который насажен цилиндрический «снаряд» массой  $m$  и упругая пружина. Пушка установлена под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту на тележке массой  $M$ , которая может катиться без трения по длинным горизонтальным рельсам. Если тележку закрепить, то пушка выбрасывает снаряд на расстояние  $S_0 = 3,0$  м. Найдите расстояние между снарядом и тележкой в момент падения снаряда, если выстрел произведен с незакрепленной тележки. Отношение  $\frac{m}{M} = \eta = 0,50$ . Высотой тележки и сопротивлением воздуха пренебречь.

### Решение

10.1 При неподвижной тележке дальность полета рассчитывается по известной формуле

$$S_0 = \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{v_0^2}{g}, \quad (1)$$

где  $v_0$  - начальная скорость снаряда.

При выстреле с подвижной тележки будет сохраняться механическая энергия (причем она будет равна энергии снаряда при стрельбе с неподвижной тележки) и проекция импульса на горизонтальное направление. Кроме того, скорость снаряда относительно тележки (а не относительно земли) будет направлена под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту.

Разложим вектор скорости снаряда (относительно земли) на горизонтальную  $v_x$  и вертикальную  $v_y$  составляющие, скорость

тележки обозначим  $u$ . Тогда описанные условия примут вид

$$\frac{Mu^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2}, \quad (2)$$

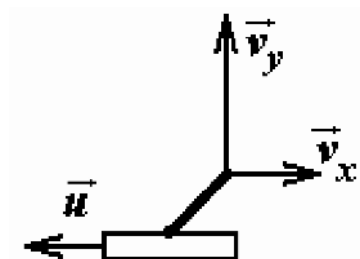
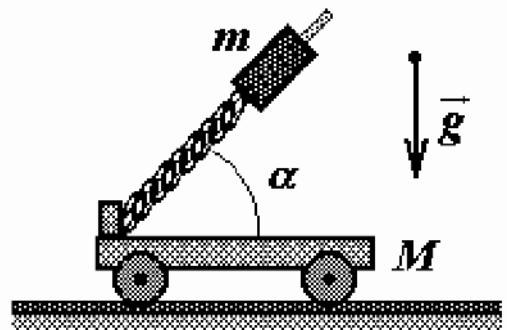
$$Mu = mv_x, \quad (3)$$

$$v_y = u + v_x. \quad (4)$$

Время полета можно найти по формуле

$$t = \frac{2v_y}{g}, \quad (5)$$

тогда расстояние между снарядом и тележкой следует рассчитать по формуле



$$S = (v_x + u) t = \frac{2v_y^2}{g}, \quad (6)$$

при выводе учтены соотношения (3) и (5). Теперь из соотношений (2)-(4) необходимо выразить компоненту скорости  $v_y$

$$v_y^2 = \frac{1 + \eta}{2 + \eta} v_0^2. \quad (7)$$

Подставляя выражения (7) и (1) в формулу (6), получаем окончательное выражение

$$S = 2 \frac{1 + \eta}{2 + \eta} S_0 \approx 3,6 \text{ м.} \quad (8)$$