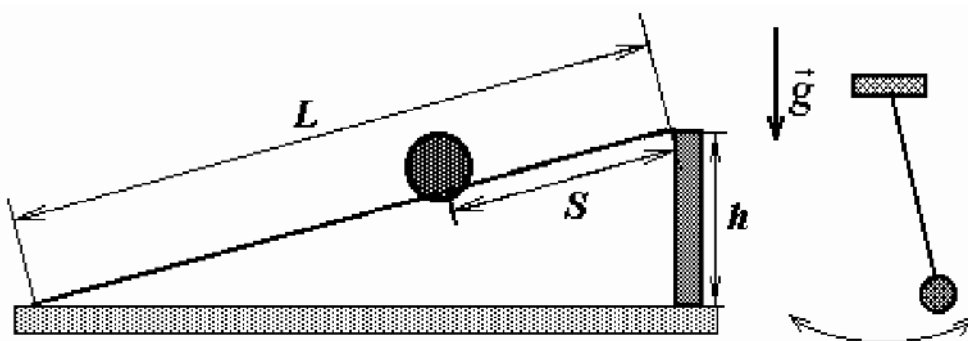


## Условие

5. Одним из основоположников современной физики по праву считается итальянский ученый Галилео Галилей. В начале XVII века он экспериментально исследовал движение различных тел под действием притяжения к Земле. Ему удалось доказать, что такое движение является равноускоренным и не зависящим от массы тела (если пренебречь силами сопротивления). В частности, Г.Галилей подробно исследовал качение шаров (в качестве которых использовал пушечные ядра) по наклонной плоскости.

Воспроизведем результаты опытов Г. Галилея. В качестве наклонной плоскости используется желоб длиной  $L = 5,0$  м (конечно, во времена Галилея в Италии употреблялись другие единицы длины), один из концов которого приподнят на высоту  $h$ .



Для того, чтобы отмерять равные промежутки времени, Г.Галилей использовал маятник - груз подвешенный на нити.

В Таблице 1 приведены значения пути  $S$ , пройденного шаром, за время, равное целому числу  $n$  колебаний маятника, при разных значениях высоты  $h$  (проскальзывание отсутствует).

Таблица 1.

|       |          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $h =$ | $n$      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| 20 см | $S_{,м}$ | 0,19 | 0,39 | 0,77 | 1,18 | 1,59 | 2,29 | 2,92 | 3,43 | 4,37 |
| $h =$ | $n$      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| 30 см | $S_{,м}$ | 0,27 | 0,64 | 1,17 | 1,79 | 2,47 | 3,51 | 4,31 | -    | -    |
| $h =$ | $n$      | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
| 40 см | $S_{,м}$ | 0,37 | 0,90 | 1,54 | 2,31 | 3,01 | 4,60 | -    | -    | -    |

На основании приведенных данных

1. Покажите, что движение ядра по желобу действительно является равноускоренным.
2. Найдите, как зависит ускорение ядра от высоты  $h$ . Объясните эту зависимость.
3. Вычислите путь, который пройдет ядро за пять колебаний маятника при высоте  $h = 50$  см?

## Решение



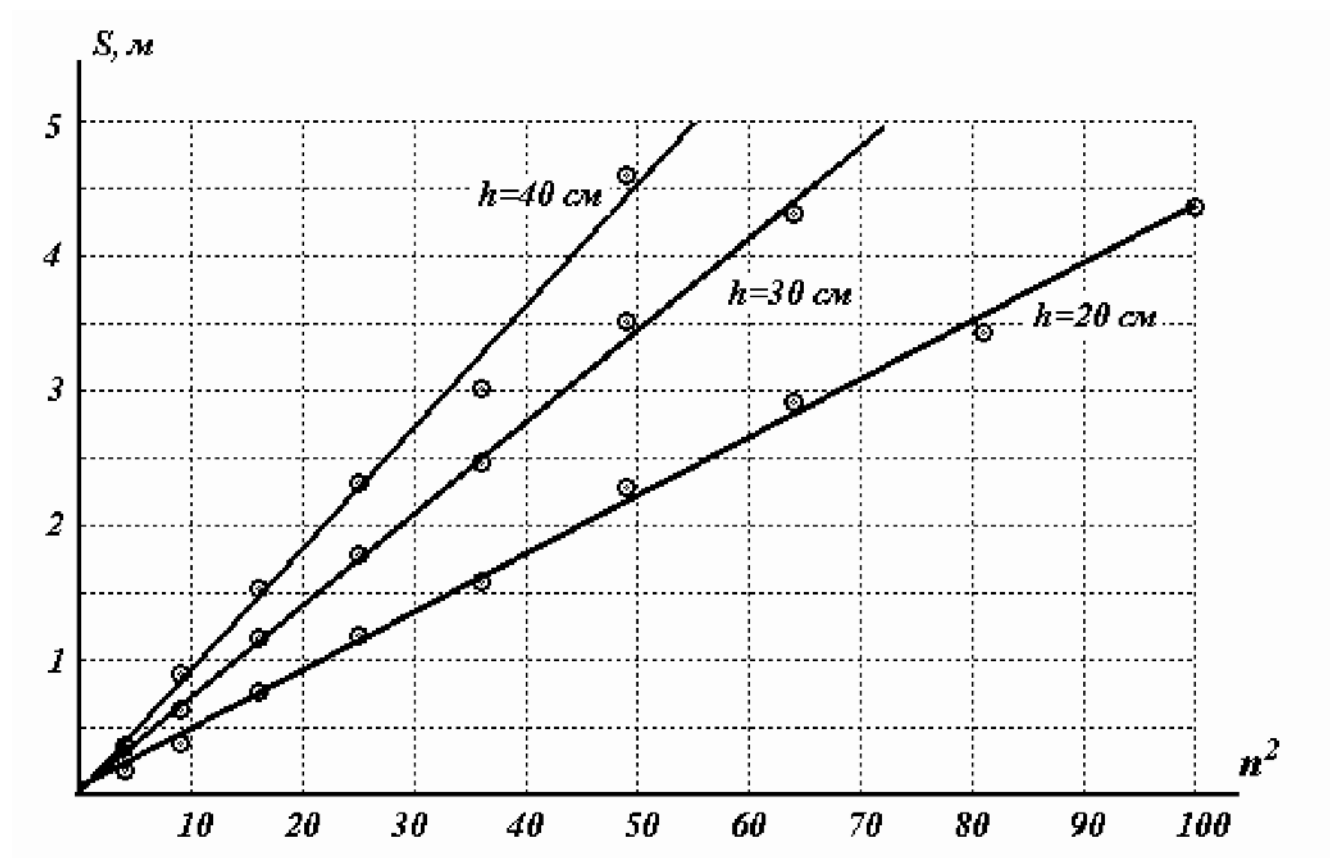
9.5 При равноускоренном движении тела с нулевой начальной скоростью пройденный путь зависит от времени по закону

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

где  $a$  - ускорение тела. Иными словами, пройденный путь пропорционален квадрату времени. Постоянный период колебаний маятника в данном случае может служить единицей измерения времени, поэтому можно переписать формулу (1) в виде

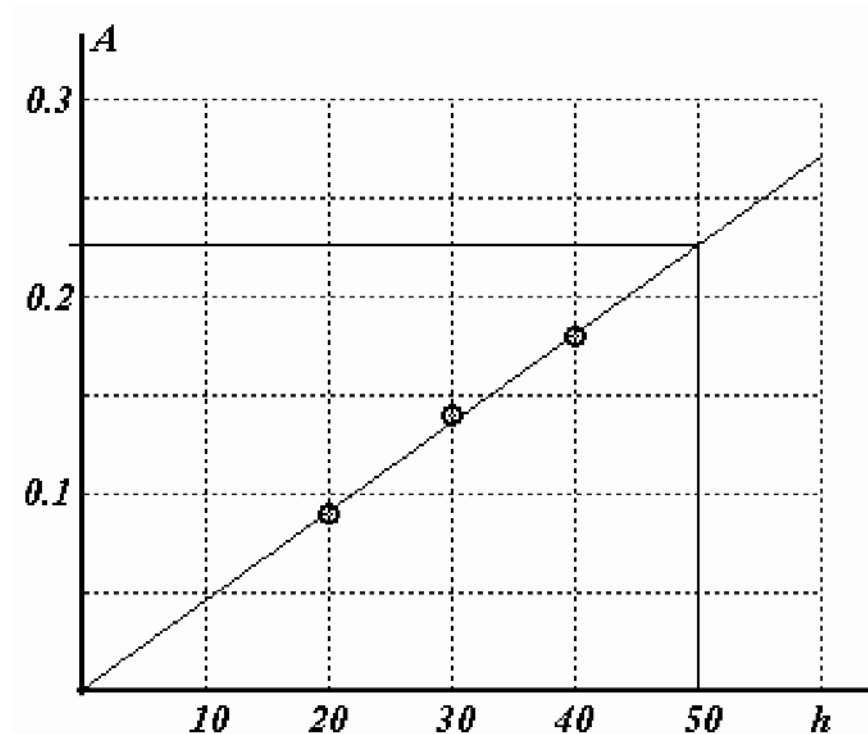
$$S = \frac{An^2}{2}, \quad (2)$$

где  $A$  - ускорение тела, измеренное в «метрах на период в квадрате», а  $n$  - число периодов.



Построим графики зависимости пройденного пути от квадрата времени (то есть,  $n^2$ ). Как видно, эти зависимости представляют прямые линии, следовательно эксперимент подтверждает формулу (2), то есть движение действительно является равноускоренным. 2. По наклону графиков определим ускорения шаров при каждом значении высоты  $h$ :

$$A = 2 \frac{\Delta S}{\Delta n^2}. \quad (3)$$



Получим следующие значения  $h = 20$  см,  $A \approx 0,09$  м  $h = 30$  см,  $A \approx 0,14$  м  $h = 40$  см,  $A \approx 0,18$  м

Можно заметить, что ускорение прямо пропорционально высоте  $h$ . Еще лучше построить график зависимости  $A(h)$  и убедиться в ее прямой пропорциональности. С помощью графика, либо непосредственно по численным значениям легко определить коэффициент пропорциональности. Окончательно получаем  $A \approx 0,46h$ , где высота  $h$  измеряется в метрах. Легко показать, что ускорение при движении по наклонной плоскости пропорционально синусу угла наклона, который при постоянной длине желоба пропорционален высоте  $h$ . Действительно, кинетическая энергия катящегося шара пропорциональна квадрату скорости  $E_{\text{кин.}} = Cv^2$ , где  $C$  - постоянный коэффициент, зависящий не только от распределения масс внутри шара, но и от глубины желоба. Пренебрегая работой против сил трения качения, можем приравнять кинетическую энергию в конце желоба к начальной потенциальной энергии

$$Cv^2 = mgh. \quad (4)$$

С другой стороны при равноускоренном движении справедлива формула

$$L = \frac{v^2}{2a}, \quad (5)$$

где  $a$  - ускорение шара. Из формул (4)-(5) следует  $a = \frac{mgh}{2CL} \propto h$ . 3. При высоте  $h = 50$  см ускорение примерно равно  $A \approx 0,23$ . Поэтому путь пройденным шаром за пять колебаний маятника

$$S = \frac{An^2}{2} \approx 2,88 \text{ м.}$$