

## ВИТОК К ВИТКУ

### Условие

1. Крутильный маятник представляет собой легкий жесткий проводящий стержень, к концам которого прикреплены два одинаковых полых металлических шарика, подвешенный на длинной упругой проводящей нити. Маятник подвесили над верхним торцом вертикально расположенного соленоида с ферромагнитным сердечником. Обмотка соленоида сделана из медного провода, намотанного в один слой «виток к витку». Маятник подключили к источнику высоковольтного напряжения  $U_1 = 15$  кВ, а обмотку соленоида через ключ к источнику постоянного напряжения  $U_0 = 2,0$  кВ. Оцените на какой максимальный угол повернется стержень маятника, если замкнуть ключ в цепи обмотки? *Параметры установки:* удельное электрическое сопротивление меди  $\rho = 0,017$  мкОм · м; радиус обмотки  $r = 15$  см, ее высота  $h = 40$  см, диаметр провода  $d = 5,0$  мм, магнитная проницаемость сердечника  $\mu = 1,8 \cdot 10^3$ , диаметры шариков маятника  $a = 5,0$  см, масса шарика  $m = 1,4$  г, период свободных крутильных колебаний маятника  $T = 14$  с. Индукция магнитного поля внутри сердечника длинного соленоида рассчитывается по формуле  $B = \mu\mu_0 nI$ , где  $n$  - плотность намотки (число витков на единицу длины,  $I$  - сила тока в обмотке. Рекомендуем также воспользоваться формулой  $\mu_0\epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$ , где  $c = 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  - скорость света.

### Решение

**11.1** Рассмотрим качественно физическую сущность рассматриваемого явления. Шарик, подключенные к источнику приобретут электрический заряд. При подключении источника к обмотке катушки возникнет магнитное поле, в процессе его возрастания появится вихревое электрическое поле, которое воздействуя на заряженные шарик, приведет их в движение. Следовательно, маятник начнет совершать гармонические колебания. Если мы найдем, скорость которую приобретет маятник, то по законам гармонических колебаний мы сможем найти их амплитуду.

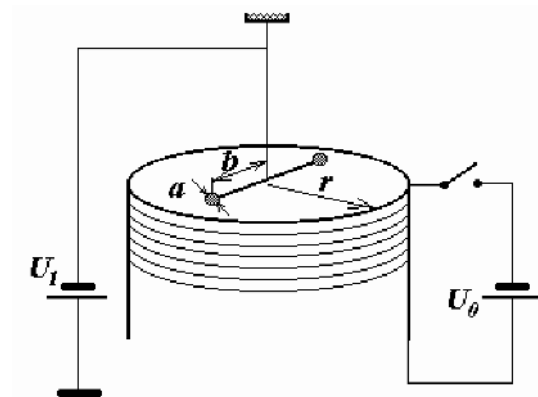
Для оценки заряда каждого шарика будем считать их уединенными. Тогда потенциал шарика, равный напряжению источника, можно рассчитать по формуле

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a},$$

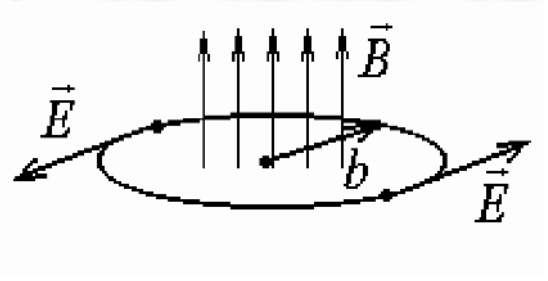
где  $R = \frac{a}{2}$  - радиус шарика. Из этого выражения находим его заряд

$$q = 2\pi\epsilon_0 a U_1. \quad (1)$$

Для определения напряженности вихревого электрического поля воспользуемся законом электромагнитной индукции.



Рассмотрим круговой контур радиуса  $b$  (равным расстоянию от центра шарика до нити), находящийся в переменном магнитном поле, на оси его симметрии. При изменении магнитного потока через контур, в контуре возникает ЭДС индукции  $\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ , которую можно представить как работу вихревого электрического поля по перемещению единичного заряда по контуру  $\mathcal{E} = 2\pi bE$ . Магнитный поток через контур определяется соотношением  $\Phi = \pi b^2 B$ , следовательно, модуль вектора напряженности электрического поля в этом случае равен



$$E = \frac{b}{2} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (2)$$

Под действием этого поля каждый шарик приобретет импульс, которые можно найти из второго закона Ньютона

$$\frac{\Delta(mv)}{\Delta t} = qE = \frac{qb}{2} \cdot \frac{\Delta B}{\Delta t}. \quad (3)$$

Учитывая, что в начальный момент времени магнитное поле отсутствовало, скорость шарика равнялась нулю и пренебрегая смещением шарика за малый промежуток времени нарастания поля, из уравнения (3) находим скорость, которую приобретет маятник

$$v_0 = \frac{qbB}{2m}.$$

Так как маятник будет совершать крутильные колебания, то определим его начальную угловую скорость вращения вокруг собственной оси

$$\omega_0 = \frac{v_0}{b} = \frac{qB}{2m}. \quad (4)$$

Если угол поворота маятника изменяется по гармоническому закону  $\alpha = \alpha_0 \sin \frac{2\pi}{T}t$ , то его угловая скорость будет зависеть от времени по закону  $\omega = \frac{2\pi\alpha_0}{T} \cos \frac{2\pi}{T}t = \omega_0 \cos \frac{2\pi}{T}t$ . Следовательно, максимальный угол отклонения (амплитуда колебаний) будет выражаться через максимальную скорость посредством соотношения

$$\alpha_0 = \frac{\omega_0 T}{2\pi}. \quad (5)$$

Таким образом, для определения угла поворота нам осталось вычислить индукцию поля, которое установится у торца соленоида. Из соображений симметрии можно заключить, что величина индукции этого поля  $B$  в два раза меньше индукции поля внутри длинного соленоида  $B_0$ , которая может быть рассчитана по формуле, приведенной в условии

$$B = \frac{B_0}{2} = \frac{1}{2}\mu\mu_0 nI, \quad (6)$$

где  $n = \frac{l}{d}$ . Силу тока найдем из закона Ома  $I = \frac{U_0}{R}$ , (7)

где сопротивление обмотки  $R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{2\pi r \frac{h}{d}}{\pi \frac{d^2}{4}} = \frac{8\pi r h \rho}{d^2}$ , (8)

здесь  $\frac{h}{d}$  - число витков обмотки.

Из формул (1)-(8) следует

$$\alpha_0 = \frac{\pi \mu \mu_0 \varepsilon_0 U_1 U_0 a d^2}{8 \rho m r h} = \frac{\pi \mu U_1 U_0 a d^2}{8 c^2 \rho m r h}. \quad (9)$$

Подстановка численных значений приводит к результату  $\alpha_0 \approx 0,2$ , что соответствует приблизительно  $10^\circ$ .