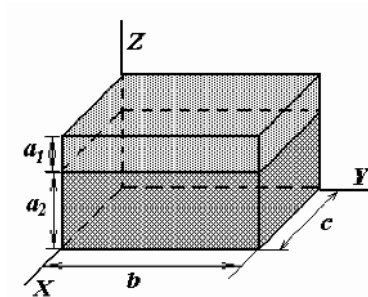


Условие

1. Упругая комбинированная прокладка представляет собой стальную и алюминиевую пластины, сложенные вместе. Определите коэффициенты упругости системы вдоль осей OX ; OY ; OZ . Модуль Юнга стали $E_1 = 250$ ГПа, алюминия $E_2 = 71$ ГПа, толщина стального бруска $a_1 = 1,0$ см, алюминиевого $a_2 = 2,0$ см, $b = 5,0$ см, $c = 10$ см.



Решение

10.1 Для вычисления коэффициента жесткости необходимо вычислить отношение приложенной силы F к изменению длины образца Δl

$$k = \frac{F}{\Delta l}. \quad (1)$$

Возможны два способа вычисления этого коэффициента: первый - задать внешнюю силу и затем рассчитать удлинение; второй - задать удлинение и затем найти возникающую силу упругости. Для выполнения данной процедуры необходимо использовать закон Гука $\sigma = \varepsilon E$, где $\sigma = \frac{F}{S}$ - механическое напряжение, возникающее в образце, $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ - относительная деформация образца.

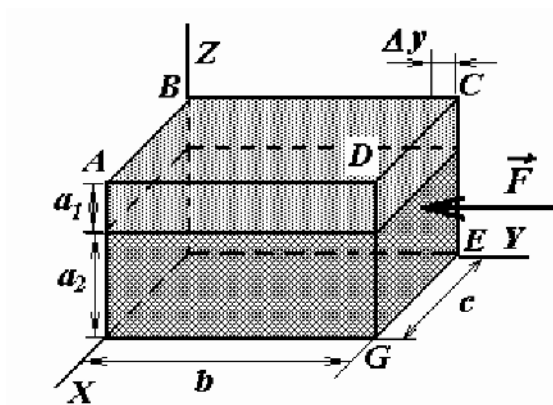
Рассмотрим сжатие образца вдоль оси OY на малую величину Δy . В этом случае относительные деформации каждой пластины одинаковы и равны $\varepsilon = \frac{\Delta y}{b}$. По закону Гука в пластинах возникают упругие напряжения

$$\sigma_{1,2} = \varepsilon E_{1,2} = E_{1,2} \frac{\Delta y}{b}. \quad (2)$$

Поэтому суммарная сила упругости определится по формуле

$$F = \sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 = \frac{\Delta y}{b} c (E_1 a_1 + E_2 a_2). \quad (3)$$

Следовательно, коэффициент жесткости при деформации вдоль оси OY вычисляется по формуле

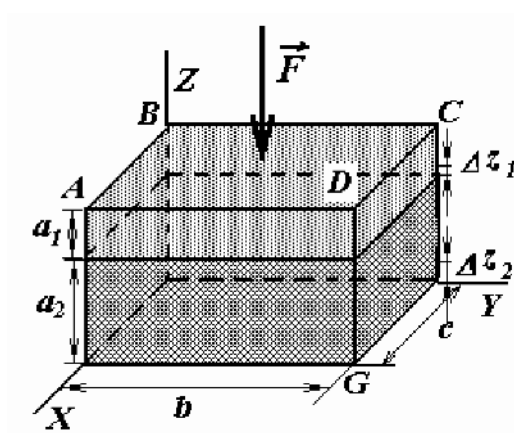


$$k_y = \frac{F}{\Delta y} = \frac{c}{b}(E_1 a_1 + E_2 a_2) \approx 7,8 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (4)$$

Коэффициент жесткости при деформации вдоль оси OX рассчитывается аналогично (достаточно в последней формуле поменять местами b и c):

$$k_x = \frac{b}{c}(E_1 a_1 + E_2 a_2) \approx 2,0 \cdot 10^9 \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (5)$$

Для вычисления коэффициента жесткости вдоль оси OZ положим, что к образцу приложена внешняя сила F и найдем деформацию «бутерброда». Механические напряжения в обеих пластинах будут одинаковы и равны



$$\sigma = \frac{F}{bc}. \quad (6)$$

Общая деформация равна сумме деформаций пластин

$$\Delta z = \Delta z_1 + \Delta z_2 = \frac{\sigma}{E_1} a_1 + \frac{\sigma}{E_2} a_2 = \frac{F}{bc} \left(\frac{a_1}{E_1} + \frac{a_2}{E_2} \right)$$

Следовательно, коэффициент жесткости при такой нагрузке вычисляется по формуле

$$k_z = \frac{F}{\Delta z} = \frac{bc}{\frac{a_1}{E_1} + \frac{a_2}{E_2}} \approx 1,6 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (7)$$