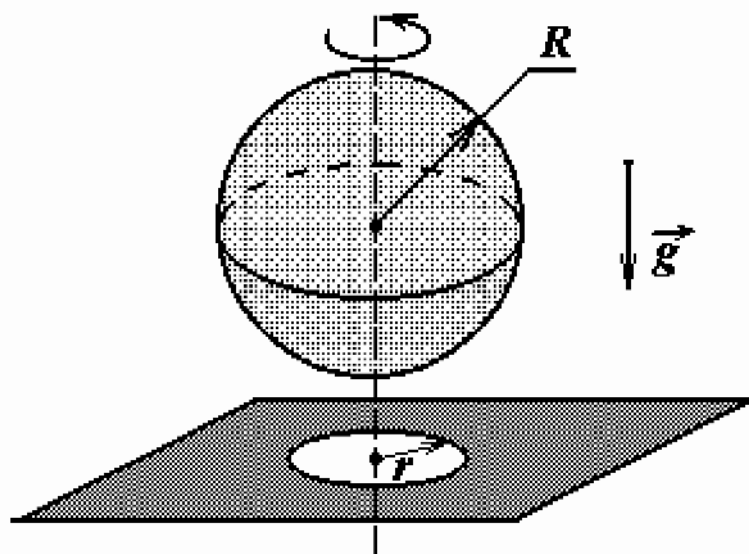


Условие

2. Вращающийся вокруг вертикальной оси однородный шар радиуса $R = 10$ см аккуратно положили в круглое отверстие радиуса $r_1 = 8,0$ см, сделанное в тонкой горизонтальной плите. Вращение шарика прекратилось через время $t_1 = 12$ с. Через какое время остановится этот же шар, если его раскрутить до той же начальной скорости и положить в отверстие радиуса $r_2 = 6,0$ см?



Решение

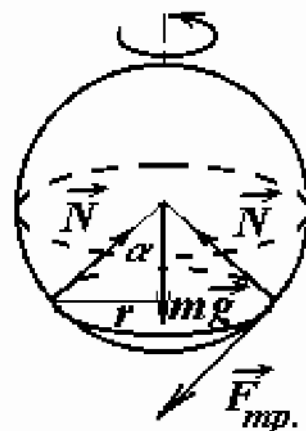
2. При вращении кинетическая энергия шара вследствие работы сил трения перейдет в тепловую. Работа сил трения может быть рассчитана по формуле

$$A = FV_{\text{ср.}}t, \quad (1)$$

где F - сумма модулей сил трения, действующих на отдельные участки линии соприкосновения шара и плиты; $V_{\text{ср.}} = \frac{\omega_0 r}{2}$ - средняя скорость движения точек соприкосновения, ω_0 - начальная угловая скорость вращения (так как все силы действующие на шарик постоянны, то его движение будет равнозамедленным, следовательно средняя скорость до остановки равна половине начальной); t - время движения. Величину F найдем по закону Кулона-Амонтона

$$F = \mu N, \quad (2)$$

где N - суммарная сила нормальной реакции плиты, действующей на шарик. Так как центр масс шарика покоится, сила тяжести уравновешивается вертикальной составляющей сил реакции



$$mg = N \cos \alpha = N \frac{\sqrt{R^2 - r^2}}{R}, \quad (3)$$

откуда следует

$$N = mg \frac{R}{\sqrt{R^2 - r^2}}. \quad (4)$$

Подставив выражения (2)-(4) в формулу (1), получим

$$A = \mu mg \frac{R}{\sqrt{R^2 - r^2}} \cdot \frac{\omega_0 r}{2} t. \quad (5)$$

Начальные скорости вращения шарика в обоих случаях равны, поэтому равны и его кинетические энергии, следовательно, равны и работы сил трения. Таким образом, из уравнения (5) следует соотношение

$$\frac{r_1 t_1}{\sqrt{R^2 - r_1^2}} = \frac{r_2 t_2}{\sqrt{R^2 - r_2^2}}, \quad (6)$$

из которого находим окончательный ответ задачи

$$t_2 = \frac{r_1 \sqrt{R^2 - r_2^2}}{r_2 \sqrt{R^2 - r_1^2}} t_1 \approx 2lc$$

$$t_2 = \frac{r_1 \sqrt{R^2 - r_2^2}}{r_2 \sqrt{R^2 - r_1^2}} t_1 \approx 2lc.$$